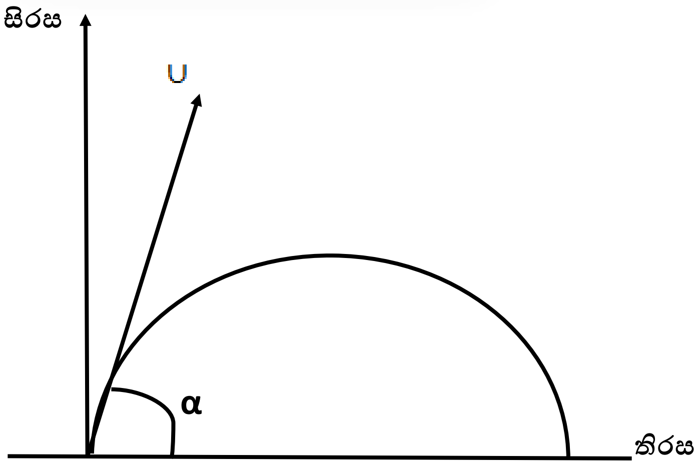
සංයුක්ත ගණිතය

3.7 සිරස් තලයක සිදුවන ප්‍රක්ෂිප්තයක චලිතය විවරණය කරයි

අර්ථ දැක්වීම්

ගුරුත්වය යටතේ ස්වයංව ගමන් කළ නොහැකි සිරස්තලයක් මත විසි කරන ලද ,අත්හරින ලද හෝ ප්‍රක්ෂේපනය කරන ලද වස්තුවක් ප්‍රක්ෂිප්තයක් ලෙස හැඳින්වේ.(g නියත ලෙස සැලකේ)

ප්‍රක්ෂිප්තයක පෙත

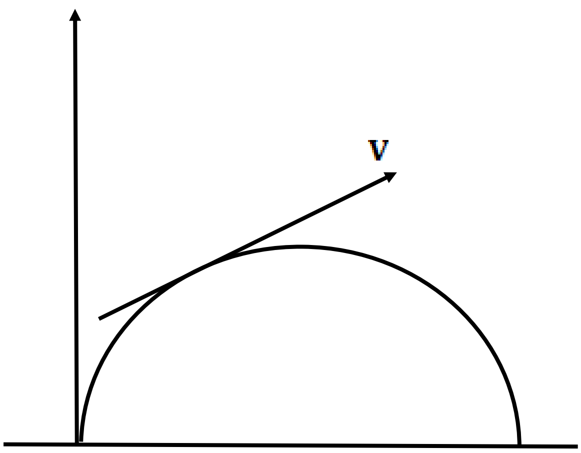


U - ප්‍රක්ෂේපණ ප්‍රවේගය

α - ප්‍රක්ෂේපණ කෝණය

(මෙහිදී වාත ප්‍රතිරෝධය නොසලකනු ලැබේ.)

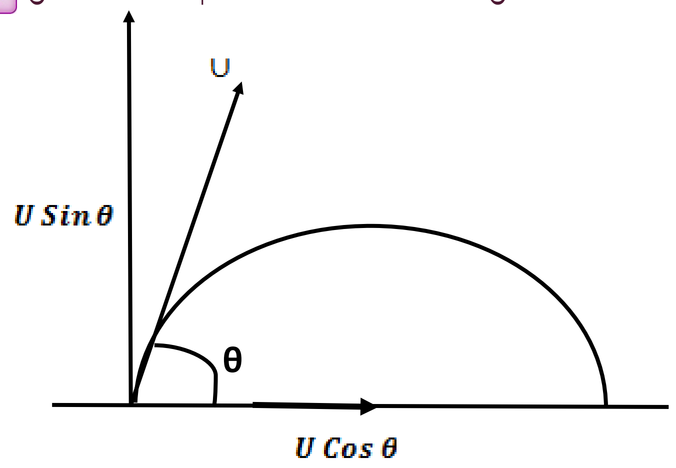
ප්‍රක්ෂිප්තයක ප්‍රවේගය සෑම විටම එහි ස්පර්ශක දිශාව ඔස්සේ පවතී.



අන්තර්ගතය සකස් කිරීම :- යු.ජී.ජේ.එස් රත්නායක මයා, ස්වර්ණ ජයන්ති මහා විද්‍යාලය-කෑගල්ල

පරිගණක පිටු සැකසුම : ඩී .පී.එල්.ඒ.වයි. රසිකා මෙය, රුවන්පුර ජාතික අධ්‍යාපන විද්‍යාපීඨය

ප්‍රක්ෂිප්තයක ආරම්භක තිරස් හා සිරස් ප්‍රවේග සංරචක



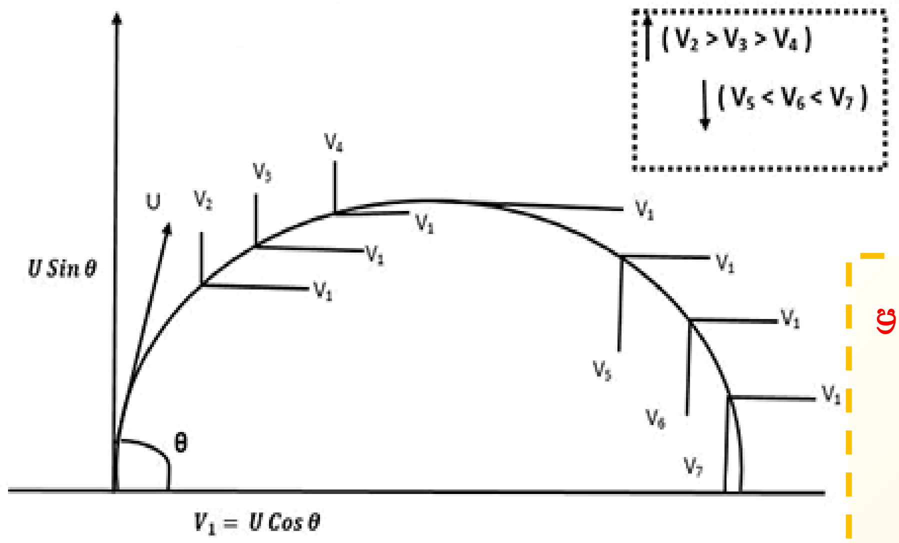
තිරස් ප්‍ර: සංරචක - $U\,Cos\,\theta$

සිරස් ප්‍ර: සංරචක - $U\,Sin\,\theta$

ප්‍රක්ෂිප්තයක පෙත පරාවලයික හැඩයක් ගනී.

ප්‍රක්ෂිතයේ සිරස් ප්‍රවේග සංරචකයට ගුරුත්වයේ බලපෑම ඇති බැවින් රූපයේ දක්වා ඇති අයුරු සිරස් ප්‍රවේගය ක්‍රමයෙන් අඩු වී ගොස් ශූන්‍ය වී නැවත ක්‍රමයෙන් වැඩි වේ.

නමුත් තිරස් ප්‍රවේගයට බාහිර බලයක් හෝ ගුරුත්වයේ බලපෑම ක් නැති එබැවින් එය නියතව පවතී.



ප්‍රක්ෂිප්ත සඳහා තිරස්ව/ සිරස්ව

$$V = U + at$$

$$S = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$V^2 = U^2 + 2as$$

සමීකරණ භාවිත කිරීම

උදාහරණ

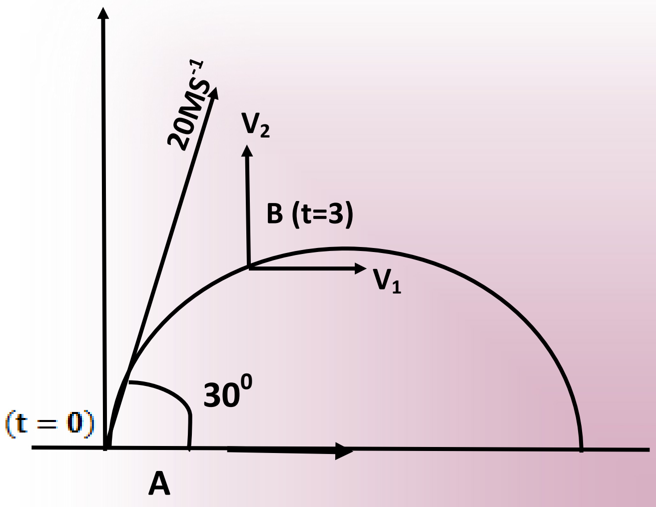
ප්‍රක්ෂේපණ ප්‍රවේගය $120ms^{-1}$ හා ප්‍රක්ෂේපණ කෝණය 30^0 වූ ප්‍රක්ෂිප්තයක තත්පර 3කට පසු,

i. සිරස් ප්‍රවේග සංරචකය

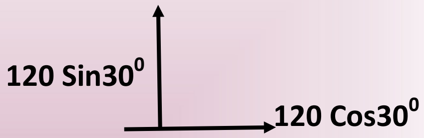
ii. තිරස් ප්‍රවේග සංරචකය

iii. ප්‍රක්ෂිප්තයේ ප්‍රවේගය ගණනය කරන්න

රූප සටහනක නිරූපණය කරමු.



ආරම්භක ප්‍රවේගය සංරචක



($g = 10m^{-1}$)

A සිට B දක්වා

I. ↑ $v = u + at$ යොදමු

$$v_2 = 120\,Sin30 - 10 \times 3$$

$$v_2 = 120\frac{1}{2} - 30$$

$$v_2 = 60 - 30$$

$$v_2 = 30ms^{-1}$$

අන්තර්ගතය සකස් කිරීම :- යු.ජී.ජේ.එස් රත්නායක මයා, ස්වර්ණ ජයන්ති මහා විද්‍යාලය-කෑගල්ල

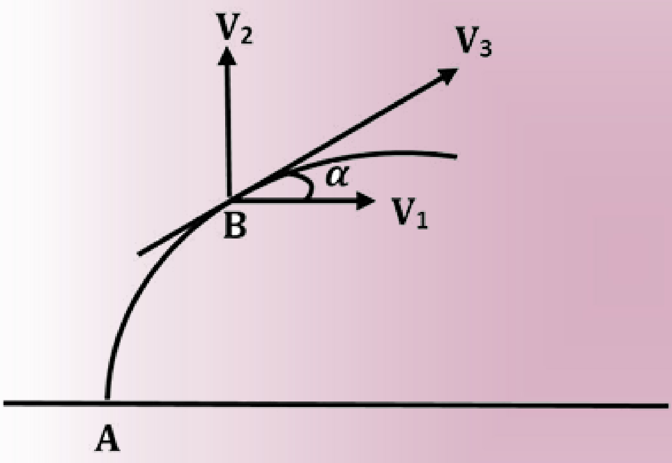
පරිගණක පිටු සැකසුම : ඩී .පී.එල්.ඒ.වයි. රසිකා මෙය, රුවන්පුර ජාතික අධ්‍යාපන විද්‍යාපීඨය

II. $v_1 = 120\ Cos30°$ (වෙනස් නොවී පවතී)

$$v_1 = 120\ \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$v_1 = 60\sqrt{3}\ ms^{-1}$$

III. ප්‍රක්ෂිතයේ ප්‍රවේගය



$$v_3 = \sqrt{V_1^2 + V_2^2}$$

$$= \sqrt{(60\sqrt{3})^2 + (30)^2}$$

$$= \sqrt{3600 \text{ X } 3 + 900}$$

$$= \sqrt{900}\ \sqrt{4 \text{ x } 3 + 1}$$

$$= 30\sqrt{13}$$

$$\tan\ \alpha = \frac{v_2}{v_1}$$

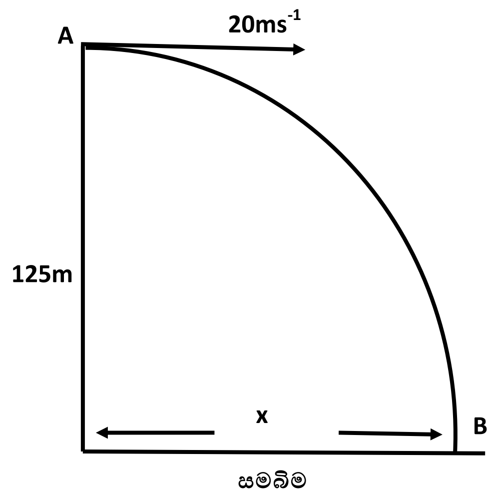
$$= \frac{30}{60\sqrt{3}}$$

$$\tan\ \alpha = \frac{1}{2\sqrt{3}}$$

$$\alpha = tan^{-1}\frac{1}{2\sqrt{3}}$$

උදාහරණ

(01) 125m උස කඳු මුදුනක සිට $20ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් තිරස්ව ප්‍රක්ෂේපණය කළ අංශුවක් සම බිමක පතිතවීමට ගන්නා කාලයද කඳු පාමුල සිට එයට ඇති දුර ද සොයන්න. (කන්ද සිරස් රේඛාවක් ලෙස උපකල්පනය කරන්න) ($g = 10ms^{-1}$)



පොළවේ වදින සිරස් ප්‍රවේගය කුමක්ද?

I. A සිට B දක්වා

$$\downarrow \quad S = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$125 = (20\underbrace{\sin 0^\circ}_{0})t + \frac{1}{2} \text{x } 10t^2$$

$$125 = \frac{1}{\cancel{2}} \text{x } \cancel{10}^{\,5} t^2$$

$$\frac{125}{5} = t^2$$

$$25 = t^2$$

$$5s = t\ (t > 10)$$

අන්තර්ගතය සකස් කිරීම :- යු.පී.ජේ.එස් රත්නායක මයා, ස්වර්ණ ජයන්ති මහා විද්‍යාලය-කෑගල්ල
පරිගණක පිටු සැකසුම : ඩී .පී.එල්.ඒ.වයි. රසිකා මෙය, රුවන්පුර ජාතික අධ්‍යාපන විද්‍යාපීඨය

II. A සිට B දක්වා

$$S = ut$$

$$x = 20\ \cos 0^{\circ}\ X\ 5$$

$$x = 20\ X\ 5$$

$$x = 100m$$

III. AB

$$V^2 = U^2 + 2as$$

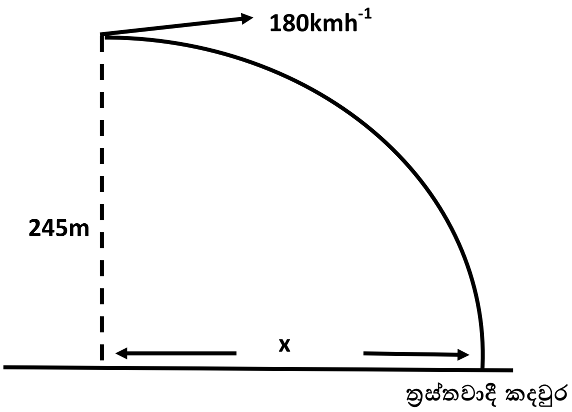
$$V^2 = 0 + 2\ x\ 10\ x\ 125$$

$$V^2 = 1250$$

$$V^2 = \sqrt{1250}$$

$$= 25\sqrt{2}ms^{-1}$$

(02) $180kmh^{-1}$ නියත ප්‍රවේගයෙන් තිරස් තලයක ගමන් කරන ගුවන් හමුදා ප්‍රහාරක යානාවක් ත්‍රස්තවාදී කඳවුරක් ඉලක්ක කොට බෝම්බයක් හෙලයි. යානය කඳවුරේ පිහිටි සම පොළොවට 245mක් ඉහළින් ගමන් කරයි නම් කඳවුර විනාශ කිරීමට කුමන ස්ථානයේදී බෝම්බය හෙලිය යුතුද?

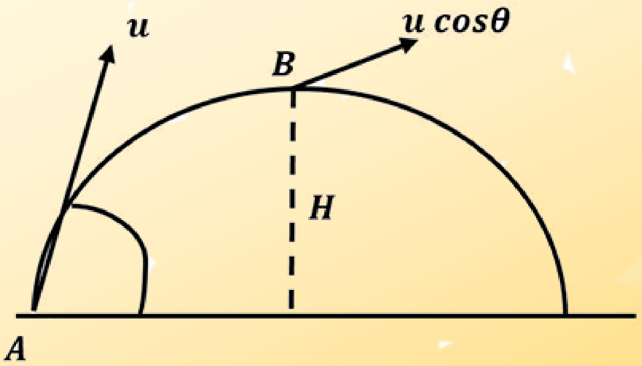


බෝම්බය හෙලන ස්ථානයේ සිට ත්‍රස්තවාදී කඳවුරට තිරස් විස්ථාපනය යැයි ගනිමු.

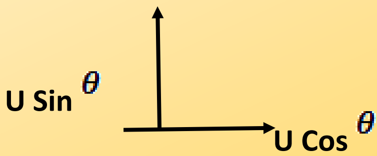
ඉහත (1) නිදසුනේ ආකාරයට ගැටලුව විසඳීමට අභ්‍යාස ජාලය කරන්න.

ප්‍රක්ෂිප්තයක් ගමන්කරන උපරිම උස සෙවීම

ප්‍රක්ෂේපණ ප්‍රවේගය u ද ප්‍රක්ෂේපණ කෝණය θ යයි α ඇති ප්‍රක්ෂිප්තයක් සලකමු.



උපරිම උස H යයි ගනිමු. උපරිම උසේදී සිරස් ප්‍රවේග සංරචකය ශූන්‍ය වේ.



ආරම්භක ප්‍රවේග සංරචක

A සිට B දක්වා චලිතයට

$$V^2 = U^2 + 2as \text{ යොදමු}$$

$$0^2 = (u\, \mathrm{Sin}\theta)^2 - 2gH$$

$$-U^2 Sin^2\theta = -2gH$$

$$\frac{U^2 Sin^2\theta}{2g} = H$$

II.එම උපරිම උසට එළඹීමට ගතවන කාලය T සෙවීම.

A සිට B දක්වා චලිතයට

$\mathbf{V = U + at}$ **යෙදීම**

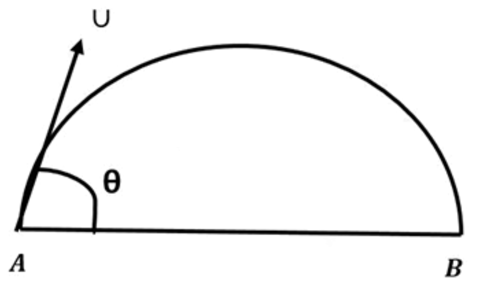
$\mathbf{0 = U\sin\theta - gT}$

$\mathbf{-U\sin\theta = -gT}$

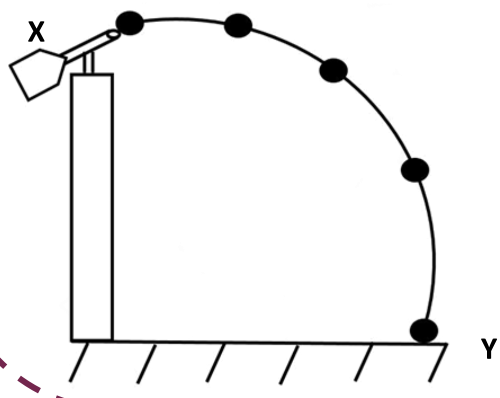
$\mathbf{\frac{U\sin\theta}{g} = T}$

ප්‍රක්ෂිප්තයක පියාසර කාලය යනු එම ප්‍රක්ෂිප්තය ආරම්භයේ සිට යම් අවසානයක් දක්වා ගුවනේ රැඳී සීමිත කාලයයි.

උදා:

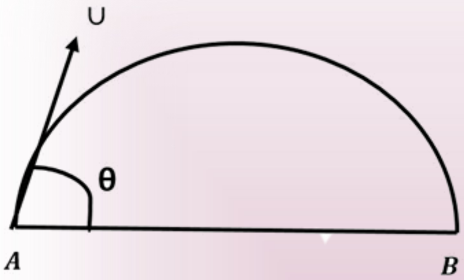


රූපයේ දක්වා ඇති ප්‍රක්ෂිප්තය A සිට B දක්වා ගමන් කිරීමට ගතවන කාලයයි



රූපයේ දක්වා ඇති ප්‍රක්ෂිප්තය X සිට Y දක්වා ගමන් කිරීමට ගතවන කාලයයි

දැන් ඉහත දැක්වූ (1) ප්‍රක්ෂිප්තයේ පියාසර කාලය ලබාගනිමු



A සිට B දක්වා ගමන් කිරීමට ගත්වූ කාලය ගතවූ කාලය $T^{/}$ (පියාසර කාලය) ලෙස ගනිමු

A සිට B දක්වා චලිතයට

↑ $S = ut + \frac{1}{2}at^2$ යෙදීම්

(B හිදී වස්තුව තිරස් මට්ටම පැමිණෙන බැවින් A ට සාපේක්ෂව B හිදී සිරස් විස්ථාපනය ශූන්‍ය වේ.)

$$O = usin\theta T^{/} - \frac{1}{2}gT^{/}$$

$$T^{/}(usin\theta - \frac{1}{2}gT^{/} = 0$$

$T^{/} = 0$ හෝ $usin\theta - \frac{1}{2}gT^{/} = 0$

$$usin\theta = \frac{1}{2}gT^{/}$$

$T^{/}$ = 2T වේ

$$\frac{2usin\theta}{g} = T^{/}$$

$T^{/} = 0$ යනු ආරම්භක ලක්ෂ්‍යය වේ. (A)

.: A සිට B දක්වා චලිතයට අදාල පියාසර කාලය $T^{/} = \frac{2usin\theta}{g}$ වේ.

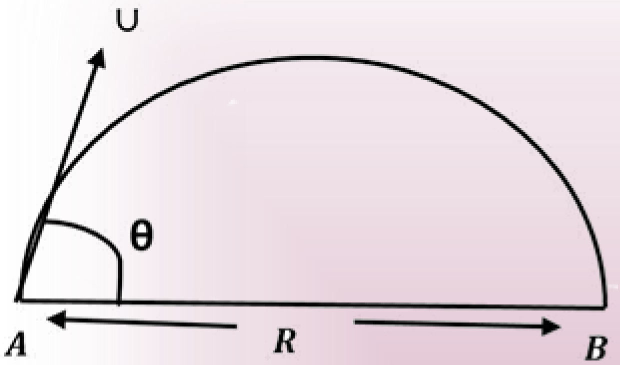
දැන් කලින් ලබාගත් පරිදි උපරිම උස දක්වා පැමිණි කාලය $T^{/} = \frac{usin\theta}{g}$ යන්න $T^{/}$ ගෙන් හරි අඩකි.

එය

$T^{/} = 2 \times \frac{using}{g}$

$T^{/}$ = 2T වේ

ප්‍රක්ෂිප්තයක තිරස් පරාසය ලබා ගැනීම (1) ඉහත හි.



R= තිරස් පරාසය වේ.

දැන් A සිට B දක්වා චලිතය පියසර කාලය අපි දනිමු.එය $T' = \frac{2u\sin\theta}{g}$ වේ.

දැන් A සිට B දක්වා චලිතය

තිරස්ම

$s = ut$ යොදමු.

$R = u\cos\theta\, T'$ වේ.

$$R = u\cos\theta \frac{2u\sin\theta}{g}$$

$$= u^2 \times \frac{2\sin\theta\cos\theta}{g}$$

$$R = u^2 \frac{\sin 2\theta}{g}$$

සටහන

$2\sin\theta\cos\theta = \sin 2\theta$ වේ.

අන්තර්ගතය සකස් කිරීම :- යු.පී.ජේ.එස් රත්නායක මයා, ස්වර්ණ ජයන්ති මහා විද්‍යාලය-කෑගල්ල
පරිගණක පිටු සැකසුම : ඩී .පී.එල්.ඒ.වයි. රසිකා මෙය, රුවන්පුර ජාතික අධ්‍යාපන විද්‍යාපීඨය

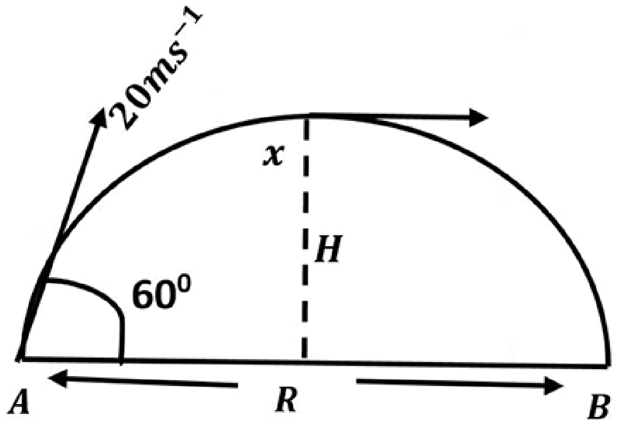
ඉහත ලබාගත් දැනුමට අදාල සරල ගැටළු කීපයක් විසඳමු.

උදාහරණ

උදාහරණ 01

තිරසට 60^0 ආනතව $20ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කරන ලද වස්තුවක

- **i.** උපරිම උස (ගු. ත්වරණ G ලෙස ගන්න)
- **ii.** උපරිම උසට පැමිණීමේ කාලය
- **iii.** පියාසර කාලය
- **iv.** තිරස් පරාස සොයන්න



i. උපරිම උස සෙවීම

$$\uparrow AX \quad V2 = U^2 + 2as$$

$$0 = 20\ Sin\ 60 - 2gH$$

$$\frac{2^0 sin60}{2g} = H$$

$$\frac{20\sqrt{3}}{2x2g} = H$$

$$\frac{20\sqrt{3}}{4g} = H$$

$$\frac{5\sqrt{3}}{g} = H$$

ii) උපරිම උසට පැමිණීමේ කාලය (T)

$$\uparrow AX \quad V = U + at$$

$$0 = 20\,Sin\,60 - gT$$

$$0 = \frac{20\sqrt{3}}{2} - gT$$

$$-10\sqrt{3} = -gT$$

$$\frac{10\sqrt{3}}{g} = T$$

iii)පියාසර කාලය (T)

$$AB \uparrow S = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$0 = 20\sin 60\; T' - \frac{1}{2}\,g\,T'^2$$

$$0 = 20\,x\,\frac{\sqrt{3}}{2}\,T' - \frac{1}{2}\,g\,T'^2$$

$$0 = 10\,x\,\sqrt{3}\,T' - \frac{1}{2}\,g\,T'^2$$

$T' = 0$ හෝ $T' = \frac{20\sqrt{3}}{g}$

පියාසර කාලය $T' = T' = \frac{20\sqrt{3}}{g}$