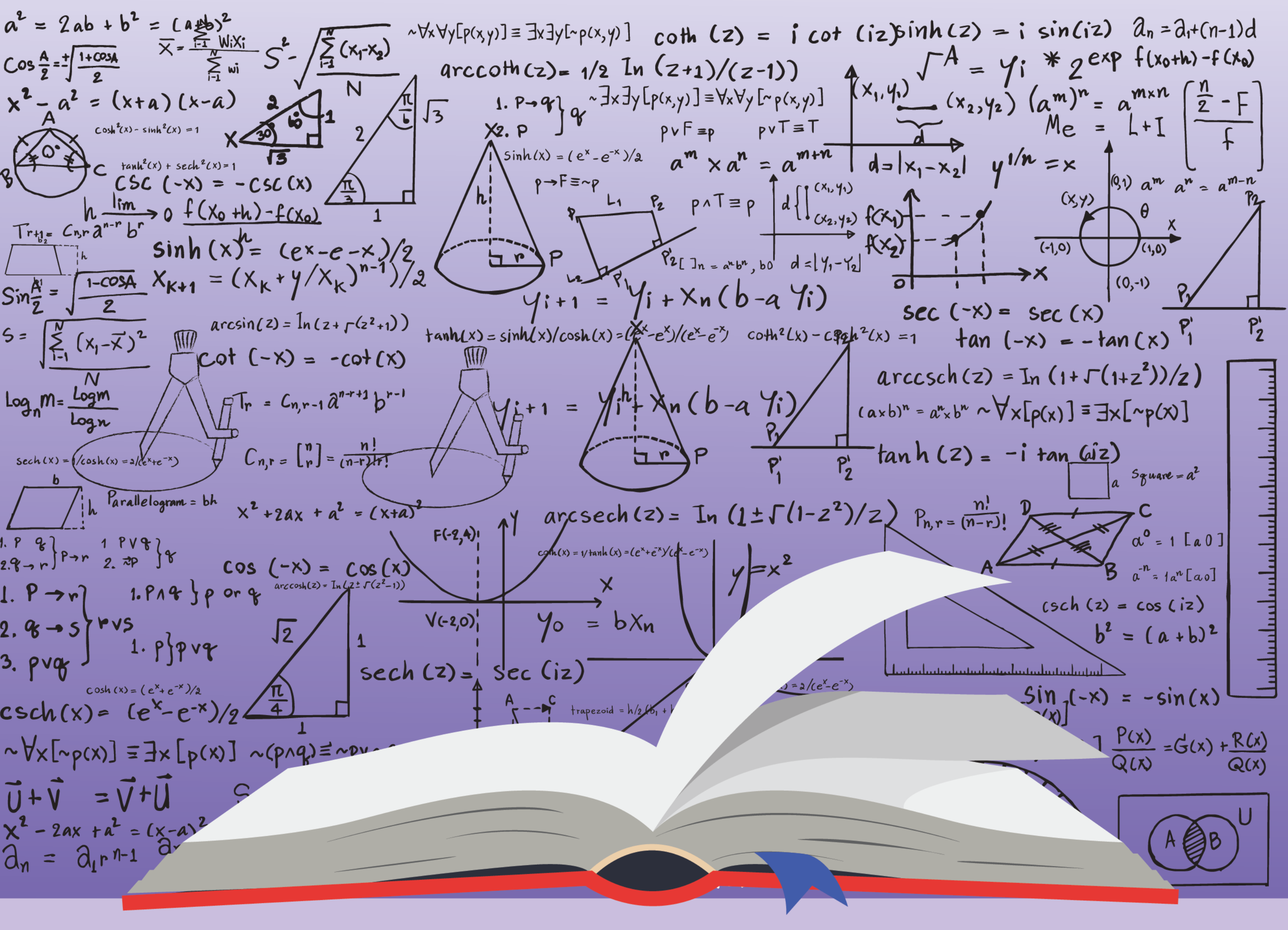
සංයුක්ත ගණිතය

11.0 ත්‍රිකෝණයක ගැටලු විසඳීම සඳහා සයින් නීතිය හා කෝසයින් නීතිය යොදා ගනියි.



11.2.1 සයින් සහ එහි සාධනය

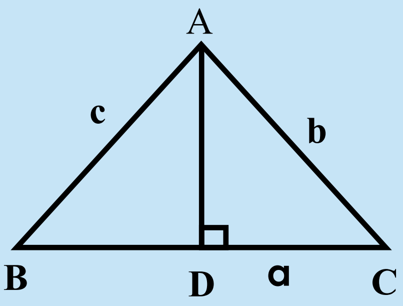
ඕනෑම ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සයින් නීතිය

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

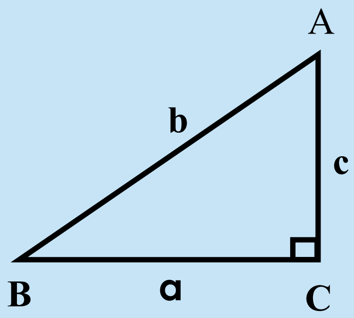
ලෙස ප්‍රකාශ කල හැකිය

සාධනය

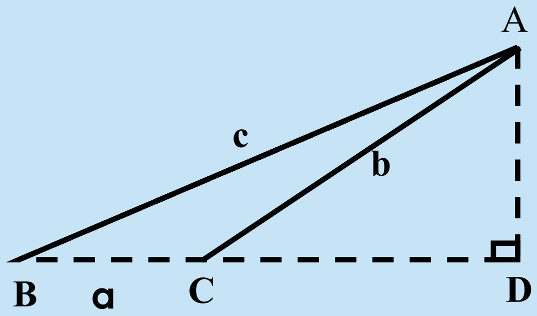
(I) සුළුකෝණී ත්‍රිකෝණය



(II) සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණය



(III) මහාකෝණී ත්‍රිකෝණය



A ශීර්ෂයේ සිට BC පාදයට ඇඳි ලම්බකයේ අඩිය D යයි ගනිමු. (II) අවස්ථාවේදී D ලක්ෂය C සමඟ සමපාත වේ. (III) අවස්ථාවේදී D ලක්ෂය දික්කල BC රේඛාව මත පිහිටයි.අවසන් තුන සඳහාම AD දිග සඳහා පහත පරිදි ප්‍රකාශන ලබා ගත හැකිය.

(I) $AD = AB\sin B = a\sin B$

$= AC\sin C = b\sin c$

(II) $AD = AB\sin B = c\sin B$

$= AC\sin 90^\circ = b\sin c$

(III) $AD = AB\sin B = c\sin B$

$= AC\sin(\pi - c) = b\sin c$

අන්තර්ගතය : H.D. වලංග ශෂිමාල් ප්‍රනාන්දු ,කො/ විජේනානන්ද ජාතික පාසල , කොළඹ 13
අන්තර්ගතය පරීක්ෂා කිරීම :
සැකසුම : W.B.S.හරිස්චන්ද්‍ර මිය - ර/ඇඹ / රත්නාලෝක මහා විද්‍යාලය

AD සඳහා අගයන් සමාන කිරීමෙන්,

$$AD = asinB = bsinc$$

$$\frac{sinB}{b} = \frac{\sin C}{c} \text{ ——— } 1$$

මෙලෙසම B ශීර්ෂයේ සිට AC පාදයට ලම්භකයක් ඇඳීමෙන්,

$$\frac{sinC}{C} = \frac{\sin A}{a} \text{ ——— } 2$$

ඉහත 1 හා 2 න් $\boxed{\frac{\sin A}{a} = \frac{sinB}{b} = \frac{\sin C}{c}}$ වේ.

- මෙය සයින් නීතිය ලෙස හැඳින්වේ. එනම් කෝණයේ සයින් අගය එම කෝණයට සම්මුඛ පාදයට සමානුපාතික වේ.

තවද මෙම සයින් නීතිය $\frac{a}{sinA} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{sinC}$ ලෙසද ප්‍රකාශ කල හැකිය.

ගැටලු විසඳීම පහසුව සඳහා මෙම නීතිය පහත පරිදි යොදා ගත හැකි වෙයි.

$$\frac{a}{sinA} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{sinC} = K$$

$$a = ksinA\,, \quad b = ksinB\,, \quad c = ksinC$$

හෝ $\frac{sinA}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{sinC}{c} = \lambda$ නම්

$$sinA = \lambda a, \quad sinB = \lambda b, \quad sinC = \lambda c$$

අන්තර්ගතය : H.D. වලංග ශෂිමාල් ප්‍රනාන්දු ,කො/ විජේනානන්ද ජාතික පාසල , කොළඹ 13
අන්තර්ගතය පරීක්ෂා කිරීම :
සැකසුම : W.B.S.හරිස්චන්ද්‍ර මිය - ර/ඇඹි / රත්නාලෝක මහා විද්‍යාලය

11.2.2 කෝසයින් නීතිය

ඕනෑම ත්‍රිකෝණයක් සඳහා කෝසයින් නීතිය

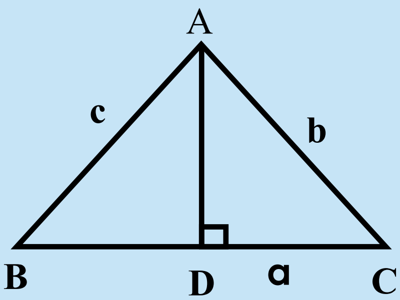
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$

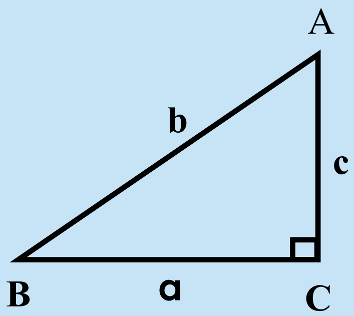
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

සාධනය

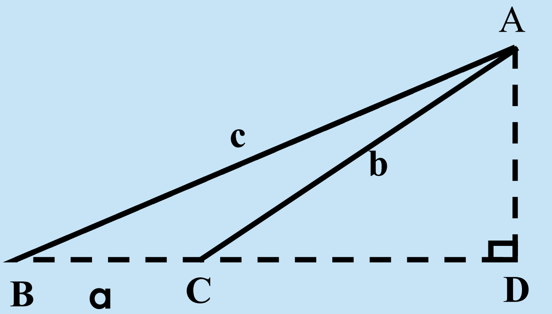
(I) සුළුකෝණී ත්‍රිකෝණය



(II) සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණය



(III) මහාකෝණී ත්‍රිකෝණය



A ශීර්ෂයේ සිට BC පාදයට ඇඳි ලම්බකයේ අඩිය D වේ. (II) අවස්ථාවේදී D ලක්ෂය C සමඟ සමපාත වේ. (III) අවස්ථාවේදී D ලක්ෂය දික්කල BC රේඛා මත පිහිටයි. AD සහ BD දිග සඳහා පහත පරිදි ප්‍රකාශන ලබා ගත හැකිවෙයි.

(I) $AD = AC\sin C = b\sin C$

$BD = BC - CD = a - b\cos c$

(II) $AD = AC\sin 90^\circ = b\sin c$

$BD = BC = a = a - b\cos 90^\circ$

$= a - b\cos c$

(III) $AD = AC\sin(\pi - c) = b\sin c$

$BD = BC + CD = a + b\cos(\pi - c)$

$= a - b\cos c$

අන්තර්ගතය : H.D. වලංග ශෂිමාල් ප්‍රනාන්දු ,කො/ විජේනානන්ද ජාතික පාසල , කොළඹ 13
අන්තර්ගතය පරීක්ෂා කිරීම :
සැකසුම : W.B.S.හරිස්චන්ද්‍ර මිය - ර/ඇඹි / රත්නාලෝක මහා විද්‍යාලය

ABD ත්‍රිකෝණය සඳහා පයිතගරස් ප්‍රමේයෙන්,

$$AB^2 = AD^2 + BD^2$$
$$C^2 = (bsinc)^2 + (a - bcosc)^2$$
$$= b^2sin^2c + a^2 - 2ab\ cosc + b^2sin^2c$$
$$= b^2(sin^2c + cos^2c) + a^2 - 2ab\ cosc$$

එනම්,

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\ cosc$$

මෙලෙසම අනෙක් පාද සඳහාද කොසයින් නීතිය ප්‍රකාශ කළ හැකිය.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2ab\ cosA$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ab\ cosB$$

අවශ්‍යතාවය පරිදි මෙම නීතිය මෙලෙසද ප්‍රකාශ කරනු ලැබේ.

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2ab} \ , \ \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \ , \ \cos C = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

අන්තර්ගතය : H.D. වලංග ශෂිමාල් ප්‍රනාන්දු ,කො/ විජේතානන්ද ජාතික පාසල , කොළඹ 13
අන්තර්ගතය පරීක්ෂා කිරීම :
සැකසුම : W.B.S.හරිස්චන්ද්‍ර මිය - ර/ඇඹි / රත්නාලෝක මහා විද්‍යාලය

11.2.3 සයින් නීතිය සහ කෝසයින් නීතිය භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳීම

උදා - 01 සුපුරුදු අංකනයෙන් ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා,

$$tan\left(\frac{B-C}{2}\right)=\left(\frac{b-c}{b+c}\right)cot\left(\frac{A}{2}\right)$$ බව පෙන්වන හෙයින්

$b=2\sqrt{3}\,cm,\ \ c=\sqrt{3}\,cm$ ද $A={}^{\pi}/_{3}$ නම්, B හා C හි අගය සොයන්න

සාධනය

ABC ත්‍රිකෝණය සඳහා සයින් නීතිය,

$$\frac{a}{sinA}=\frac{b}{sinB}=\frac{c}{sinC}=\lambda$$

$$a=\lambda sinA,\ \ b=\lambda sinB\,,\ \ c=\lambda sinC,$$

$$\frac{b}{c}=\frac{sinB}{sinC}$$

$$\frac{b-c}{b+c}=\frac{sinB-sinC}{sinB+sinC}$$

$$=\frac{2sin\left(\frac{B+C}{2}\right)sin\left(\frac{B-C}{2}\right)}{2sin\left(\frac{B+C}{2}\right)cos\left(\frac{B-C}{2}\right)}$$

$$= \frac{\tan\left(\frac{B-C}{2}\right)}{\tan\left(\frac{B+C}{2}\right)}$$

$$= \frac{\tan\left(\frac{B-C}{2}\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{2}-\frac{A}{2}\right)}$$

$$= \frac{\tan\left(\frac{B-C}{2}\right)}{\cot\left(\frac{A}{2}\right)}$$

$$\tan\left(\frac{B-C}{2}\right) = \left(\frac{b-c}{b+c}\right)\cot\left(\frac{A}{2}\right)$$

$$\tan\left(\frac{B-C}{2}\right) = \frac{2\sqrt{3}-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}+\sqrt{3}} \ \cot\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\tan\left(\frac{B-C}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} \ \times\sqrt{3}$$

$$\tan\left(\frac{B-C}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{B-C}{2} = \frac{\pi}{6}$$

අන්තර්ගතය : H.D. වලංග ශෂිමාල් ප්‍රනාන්දු ,කො/ විජේනානන්ද ජාතික පාසල , කොළඹ 13
අන්තර්ගතය පරීක්ෂා කිරීම :
සැකසුම : W.B.S.හරිස්චන්ද්‍ර මිය - ර/ඇඹි / රත්නාලෝක මහා විද්‍යාලය

$$B - C = \frac{\pi}{3}$$

$$B + C = \pi - A$$

$$= \pi - \frac{\pi}{3}$$

$$B + C = \frac{2\pi}{3}$$

$$2B = \frac{3\pi}{3}$$

$$B = {}^{\pi}/_{2}$$

$$\underline{\underline{C = {}^{\pi}/_{6}}}$$

උදා - 02   ABC ත්‍රිකෝණය සඳහා සුපුරුදු අංකනය ඇති විට ,

$$\frac{a^2}{b^2-c^2} = \frac{\sin A}{\sin(B-C)}$$

සාධනය

ABC ත්‍රිකෝණය සඳහා සයින් නීතියෙන්,

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = \lambda$$

$$a = \lambda \sin A,\quad b = \lambda \sin B\,,\quad c = \lambda \sin C,$$

$$\frac{a^2}{b^2-c^2} = \frac{\lambda^2 \sin^2 A}{\lambda^2 \sin^2 B - \lambda^2 \sin^2 C}$$

$$= \frac{\sin^2 A}{\sin^2 B - \sin^2 C}$$

$$= \frac{\sin^2 A}{\sin(B+C)\sin(B-C)}$$

$$= \frac{\sin^2 A}{\sin(\pi - A)\sin(B-C)}$$

අන්තර්ගතය : H.D. වලංග ශෂිමාල් ප්‍රනාන්දු ,කො/ විජේනානන්ද ජාතික පාසල , කොළඹ 13
අන්තර්ගතය පරීක්ෂා කිරීම :
සැකසුම : W.B.S.හරිස්චන්ද්‍ර මිය - ර/ඇඹි / රත්නාලෝක මහා විද්‍යාලය

$$= \frac{\sin^2 A}{\sin A \ \sin(B-C)}$$

$$= \frac{\sin A}{\sin(B-C)}$$

$$\frac{b+c}{a} = \frac{\lambda \sin B + \lambda \sin C}{\lambda \sin A}$$

$$= \frac{\sin B + \sin C}{\sin A}$$

$$= \frac{2\sin\left(\frac{B+C}{2}\right)\cos\left(\frac{B-C}{2}\right)}{2\sin\left(\frac{A}{2}\right)\cos\left(\frac{A}{2}\right)}$$

$$= \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{A}{2}\right)\cos\left(\frac{B-C}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)\cos\left(\frac{A}{2}\right)}$$

$$= \frac{\cos\left(\frac{A}{2}\right)\cos\left(\frac{B-C}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)\ \cos\left(\frac{A}{2}\right)}$$

$$= \frac{\cos\left(\frac{B-C}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}$$

අන්තර්ගතය : H.D. වලංග ශෂිමාල් ප්‍රනාන්දු ,කො/ විජේනානන්ද ජාතික පාසල , කොළඹ 13
අන්තර්ගතය පරීක්ෂා කිරීම :
සැකසුම : W.B.S.හරිස්චන්ද්‍ර මිය - ර/ඇඹි / රත්නාලෝක මහා විද්‍යාලය

උදා - 03 ABC ත්‍රිකෝණය සඳහා සුපුරුදු අංකනයෙන්,

(I) $$\frac{b^2-c^2}{cosB+cosC}+\frac{c^2-a^2}{cosC+cosA}=\frac{b^2-a^2}{cosA+cosB}$$

(II) $$a\ sin(B-C)+b\ sin(C-A)\ +C\ sin(A-B)=0$$

සාධනය

ABC ත්‍රිකෝණය සඳහා සුපුරුදු අංකනයෙන්,

$$\frac{a}{sinA}=\frac{b}{sinB}=\frac{c}{sinC}=\lambda$$

$$a=\lambda sinA,\ \ b=\lambda sinB\ ,\ \ c=\lambda sinC,$$

(I) $$L.H.S=\frac{b^2-c^2}{cosB+cosC}+\frac{c^2-a^2}{cosC+cosA}$$

$$=\frac{\lambda^2sin^2B-\lambda^2sin^2C}{cosB+cosC}+\frac{\lambda^2sin^2C-\lambda^2sin^2A}{cosC+cosA}$$

$$=\frac{\lambda^2(\ sin^2B-sin^2C)}{cosB+cosC}+\frac{\lambda^2(sin^2C-sin^2A)}{cosC+cosA}$$

$$=\frac{\lambda^2(\ cos^2C-cos^2B)}{(cosB+cosC)}+\frac{\lambda^2(cos^2A-cos^2C)}{(cosC+cosA)}$$

$$= \frac{\lambda^2(cosC - cosB)(cosC + cosB)}{(cosB + cosC)} + \frac{\lambda^2(cosA - cosC)(cosA + cosC)}{(cosC + cosA)}$$

$$= \lambda^2\{cosC - cosB + cosA - cosC\}$$

$$= \frac{\lambda^2(cosA - cosB)(cosA + cosB)}{(cosA + cosB)}$$

$$= \frac{\lambda^2(cos^2A - cos^2B)}{cosA + cosB}$$

$$= \frac{\lambda^2\left(1 - sin^2A - (1 - sin^2B)\right)}{(cosA + cosB)}$$

$$= \frac{(\lambda sinB)^2 - (\lambda sinA)^2}{(cosA + cosB)}$$

$$\frac{b^2 - a^2}{(cosA + cosB)} = R.H.S$$

(II) $a\ sin(B-C)+b\ sin(C-A)\ +C\ sin(A-B)=0$

$$a\ sin(B-C)=\ \lambda sinA\ sin(B-C)$$

$$=\ \lambda sin\ (\pi-(B+C))sin(B-C)$$

$$=\ \lambda sin\ (B+C)sin(B-C)$$

$$a\ sin(B-C)=\lambda\{sin^2B-sin^2C\} \qquad (1)$$

මෙලෙසම,

$$b\ sin(C-A)=\lambda\{sin^2C-sin^2A\} \qquad (2)$$

$$C\ sin(A-B)=\lambda\{sin^2A-sin^2B\} \qquad (3)$$

(1) + (2) + (3)

$$a\ sin(B-C)+b\ sin(C-A)\ +C\ sin(A-B)$$
$$=\lambda\{(sin^2B-sin^2C)+(sin^2C-sin^2A)$$
$$+(sin^2A-sin^2B)\}$$

$$=\lambda\{0\}$$

$$=0$$

උදා - 04   සුපුරුදු අංකනයෙන් ABC ත්‍රිකෝණය සඳහා පහත ප්‍රතිඵල සාධනය කරන්න.

(I) $$\frac{cosA}{a}+\frac{cosB}{b}+\frac{cosC}{c}=\frac{a^2+b^2+c^2}{2abc}$$

(II) $$(a-b)^2\cos^2\left(\frac{C}{2}\right)+(a+b)^2\sin^2\left(\frac{C}{2}\right)=C^2$$

(III) $$(a^2-b^2)\text{cotc}+(b^2-c^2)\text{cotA}+(c^2-a^2)\text{cotB}=0$$

සාධනය

ABC ත්‍රිකෝණය සඳහා සයින් නීතිය හා කොසයින් නීතිය ,

$$\frac{sinA}{a}=\frac{sinB}{b}=\frac{sinC}{c}=\lambda$$

$$\lambda a=sinA,\ \ \lambda b=sinB\ ,\ \ \lambda c=sinC$$

$$cosA=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\ ,cosB=\frac{c^2+a^2-b^2}{2ac}\ ,cosC=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$$

(I) $$L.H.S\quad \frac{cosA}{a}+\frac{cosB}{b}+\frac{cosC}{c}$$

$$\frac{1}{a}\times\frac{(b^2+c^2-a^2)}{2bc}+\frac{1}{b}\times\frac{(c^2+a^2-b^2)}{2ac}+\frac{1}{c}\times\frac{(a^2+b^2-c^2)}{2ab}$$

$$\frac{(b^2+c^2-a^2)+(c^2+a^2-b^2)+(a^2+b^2-c^2)}{2abc}$$

$$\frac{a^2+b^2+c^2}{2abc} = R.H.S$$

(II) $$L.H.S = (a-b)^2\cos^2\left(\frac{C}{2}\right) + (a+b)^2\sin^2\left(\frac{C}{2}\right)$$

$$= a^2\left\{\cos^2\left(\frac{C}{2}\right)+\sin^2\left(\frac{C}{2}\right)\right\} + b^2\left\{\cos^2\left(\frac{C}{2}\right)+\sin^2\left(\frac{C}{2}\right)\right\} - 2ab\left\{\cos^2\left(\frac{C}{2}\right)-\sin^2\left(\frac{C}{2}\right)\right\}$$

$$= a^2+b^2-2ab\ cosC$$

$$= c^2 = R.H.S$$

(III) $(b^2-c^2)\cot A+(c^2-a^2)\cot B+(a^2-b^2)\cot C=0$

$L.H.S$ $(b^2-c^2)\cot A+(c^2-a^2)\cot B+(a^2-b^2)\cot C$

$$(b^2-c^2)\frac{cosA}{sinA}+(c^2-a^2)\frac{cosB}{sinB}+(a^2-b^2)\frac{cosC}{sinC}$$

$$\frac{(b^2-c^2)}{\lambda a}\times\frac{(b^2+c^2-a^2)}{2bc}+\frac{(c^2-a^2)}{\lambda b}\times\frac{(a^2+c^2-b^2)}{2ac}+\frac{(a^2-b^2)}{\lambda c}\times\frac{(a^2+b^2-c^2)}{2ab}$$

$$\frac{1}{2\lambda abc}\{(b^2-c^2)(b^2+c^2-a^2)+(c^2-a^2)(a^2+c^2-b^2)+(a^2-b^2)(a^2+b^2-c^2)\}$$

$$\frac{1}{2\lambda abc}\{(b^4-c^4)-a^2(b^2-c^2)+(c^4-a^4)-b^2(c^2-a^2)+(a^4-b^4)-c^2(a^2-b^2)\}$$

$$\frac{1}{2\lambda abc}\{-a^2b^2+a^2c^2-b^2c^2+b^2a^2-c^2a^2+c^2b^2\}$$

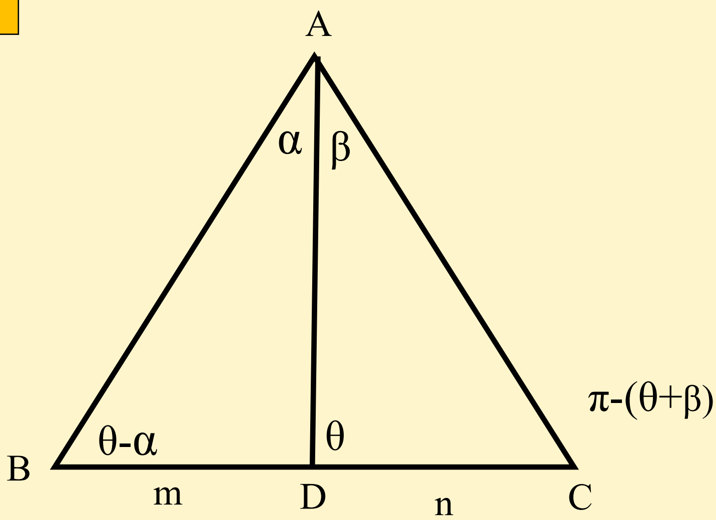
$$\frac{1}{2\lambda abc}\{0\}$$

$$\underline{\underline{0}}$$

අන්තර්ගතය : H.D. වලංග ශෂිමාල් ප්‍රනාන්දු ,කො/ විජේනානන්ද ජාතික පාසල , කොළඹ 13
අන්තර්ගතය පරීක්ෂා කිරීම :
සැකසුම : W.B.S.හරිස්චන්ද්‍ර මිය - ර/ඇඹි / රත්නාලෝක මහා විද්‍යාලය

උදා - 05 සුපුරුදු අංකනයෙන් ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදය මත D ලක්ෂය පිහිටා ඇත්තේ BD:DC = m:n පරිදි වේ. ADC = θ ද BAD = α ද DAC = β නම් (m+ n)cotθ = mcotα –ncotβ බව පෙන්වන්න.

සාධනය



ABD ත්‍රිකෝණයට සයින් නීතිය යෙදීමෙන්,

$$\frac{BD}{\sin\alpha} = \frac{AD}{\sin(\theta - \alpha)}$$

$$AD = \frac{\mathrm{BD}\sin(\theta - \alpha)}{\sin\alpha} \quad ❶$$

ABC ත්‍රිකෝණයට සයින් නීතිය යෙදීමෙන්,

$$\frac{DC}{\sin\beta} = \frac{AD}{\sin\{\pi - (\theta + \beta)\}}$$

$$AD = \frac{\mathrm{DC}\sin(\theta - \beta)}{\sin\beta} \quad ❷$$

❶= ❷නිසා ,

$$\frac{BD\sin(\theta-\alpha)}{\sin\alpha}=\frac{DC\sin(\theta+\beta)}{\sin\beta}$$

$$\frac{BD}{\mathrm{DC}}=\frac{\sin\alpha.\sin(\theta+\beta)}{\sin\beta.\sin(\theta-\alpha)}$$

$$\frac{m}{n}=\frac{\sin\alpha.\sin(\theta+\beta)}{\sin\beta.\sin(\theta-\alpha)}$$

$$\mathrm{m}\sin\beta.\sin(\theta-\alpha)=n\sin\alpha.\sin(\theta+\beta)$$

$$\mathrm{m}\sin\beta\{\sin\theta.\cos\alpha-\cos\theta.sin\ \alpha\}=n\sin\alpha\{\sin\theta.\cos\beta+\cos\theta.\sin\beta)$$

$$\mathrm{m}\sin\beta.\sin\theta.\cos\alpha-m\,sin\ \beta.\cos\theta.\sin\alpha=n\sin\alpha.\sin\theta.\cos\beta+n\sin\alpha.\cos\theta.\sin\beta$$

සෑම පැයක්ම $\sin\theta.\sin\alpha.\sin\beta$ මගින් බෙදීමෙන්

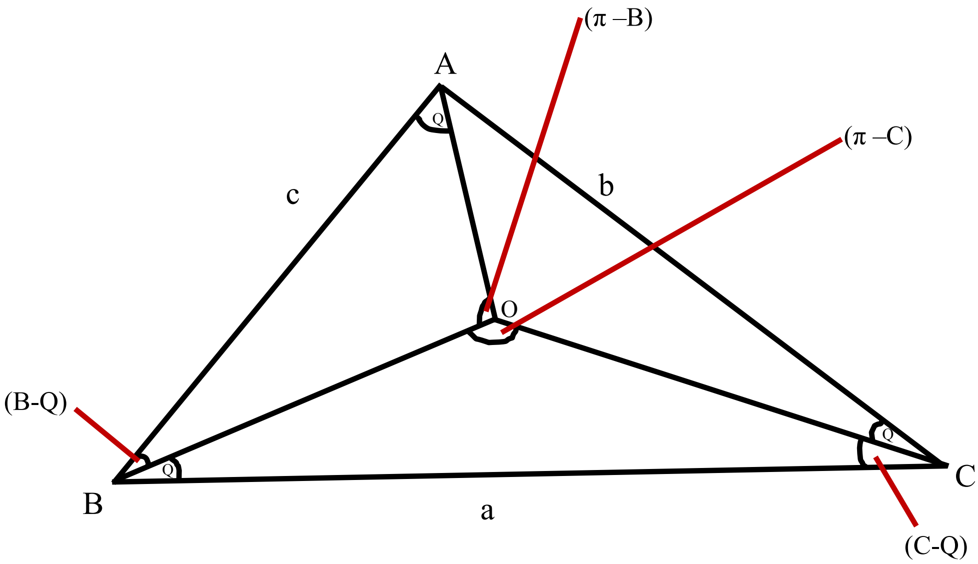
$$\mathrm{m}\cot\alpha-m\cot\theta=n\cot\beta+n\cot\theta$$

$$(\mathrm{m}+\mathrm{n})\cot\theta=m\cot\alpha-n\cot\beta$$

නිදසුන 06

ABC ත්‍රිකෝණයේ ඇතුලත 0 ලක්ෂය පිහිටා ඇත්තේ $O\hat{A}B = O\hat{B}C = O\hat{C}A = \theta$ වන පරිදි වේ. $\cot\theta = \cot A + \cot B + \cot C$ බව පෙන්වන්න.

සාධනය



AOB ත්‍රිකෝණයට සයින් නීතියෙන්

$$\frac{BO}{\sin\theta} = \frac{AB}{\sin\{\alpha - \beta\}}$$

$$BO = \frac{C\sin\theta}{\sin\beta} \qquad ❶$$

BOC ත්‍රිකෝණයට සයින් නීතියෙන්

$$\frac{BO}{\sin\{C - \theta\}} = \frac{BC}{\sin\{\alpha - C\}}$$

$$BO = \frac{a\sin(c - \theta)}{\sin c} \qquad ❷$$

❶= ❷ බැවින්,

$$C\frac{\sin\theta}{\sin\beta} = a\ \frac{\sin(c-\theta)}{\sin c}$$

$$C\ \sin\theta . \sin C = a \sin\ \beta . \sin(c-\theta)$$

$$\sin C . \sin\theta . \sin\{\pi - (A+B)\} = \sin A . \sin B . \sin(c-\theta)$$

$$\sin C . \sin\theta . \sin(A+B) = \sin A . \sin B . \sin(c-\theta)$$

$$\sin C . \sin\theta . \{\sin A . \cos B + \cos A . \sin B\} = \sin A . \sin B\{\sin C . \cos\theta - \cos C . \sin\theta\}$$

$$\sin C . \sin\theta . \sin A . \cos B + \sin C . \sin\theta . \cos A . \sin B = \sin A . \sin B . \sin C . \cos\theta - \sin A . \sin B . \cos C . \sin\theta$$

දෙපස සෑම පදයක්ම sin A.sin B.sin C.sin θ මගින් බෙදීමෙන් ,

$$\cot B + \cot A = \cot\theta - \cot c$$
$$\therefore \cot\theta = \cot A + \cot B + \cot c$$