



සමුදාය ගණිතය

14.6 ප්‍රකාරී ලඝු ගණක ශ්‍රිතය

$a^2 = 2ab + b^2 = (a+b)^2 - b^2$
 $\cos \frac{A}{2} = \pm \sqrt{\frac{1+\cos A}{2}}$
 $x^2 - a^2 = (x+a)(x-a)$
 $\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$
 $\tan^2(x) + \sec^2(x) = 1$
 $\csc(-x) = -\csc(x)$
 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} = f'(x_0)$
 $\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$
 $X_{k+1} = (X_k + y/X_k)^{n-1} / 2$
 $\arcsin(z) = \ln(z + \sqrt{z^2 + 1})$
 $\cot(-x) = -\cot(x)$
 $C_{n,r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$
 $\operatorname{sech}(x) = \frac{2}{e^x + e^{-x}}$
 $x^2 + 2ax + a^2 = (x+a)^2$
 $\cos(-x) = \cos(x)$
 $\operatorname{sech}(z) = \operatorname{Sec}(iz)$
 $\operatorname{csch}(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$
 $\sim \forall x [\sim p(x)] \equiv \exists x [p(x)] \sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$
 $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$
 $x^2 - 2ax + a^2 = (x-a)^2$
 $a_n = a_{n-1} - 1$

$\sim \forall x \forall y [p(x,y)] \equiv \exists x \exists y [\sim p(x,y)]$
 $\operatorname{coth}(z) = i \cot(iz)$
 $\operatorname{arccoth}(z) = \frac{1}{2} \ln \frac{z+1}{z-1}$
 $1. P \rightarrow q \sim \exists x \exists y [p(x,y)] \equiv \forall x \forall y [\sim p(x,y)]$
 $p \vee F \equiv p$
 $p \wedge T \equiv p$
 $a^m \times a^n = a^{m+n}$
 $d = |x_1 - x_2|$
 $y^{1/n} = x$
 $(a^m)^n = a^{m \times n}$
 $M_e = L + I$
 $\frac{n}{2} - F$
 $a^m a^n = a^{m+n}$
 $a^m a^n = a^{m-n}$
 $\sec(-x) = \sec(x)$
 $\tan(-x) = -\tan(x)$
 $\operatorname{arcsch}(z) = \ln(1 + \sqrt{1+z^2})/z$
 $(a \times b)^n = a^n \times b^n \sim \forall x [p(x)] \equiv \exists x [\sim p(x)]$
 $\tanh(z) = -i \tan(iz)$
 $\operatorname{arcsech}(z) = \ln(1 \pm \sqrt{1-z^2})/z$
 $P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$
 $\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$
 $\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$
 $y = x^2$
 $\sin(-x) = -\sin(x)$
 $\frac{P(x)}{Q(x)} = G(x) + \frac{R(x)}{Q(x)}$
 $A \cap B$



14.6 ප්‍රකෘති ලඝු ගණක

සාතීය ශ්‍රිතයට ප්‍රතිලෝම ශ්‍රිතයක් පවතී. සාතීය ශ්‍රිතයේ මෙම ප්‍රතිලෝම ශ්‍රිතයට ප්‍රකෘති ලඝු ගණක ශ්‍රිතයක් ලෙස අර්ථ දැක්වේ. මෙහි පාදය e වේ.

$x \in \mathbb{R}^+$ ලෙස ගනිමු.

එවිට $x = e^y$ වන පරිදි පවතින y අගයට e පාදයට x හි ලඝු ගණනය යැයි කියනු ලැබේ. එය $y = \log_e x$ ලෙස ලියනු ලැබේ.

තවද $y = \lambda nx$ මෙය ලෙස ලියමු.

එනම් $f(x) = \lambda nx$ නම්

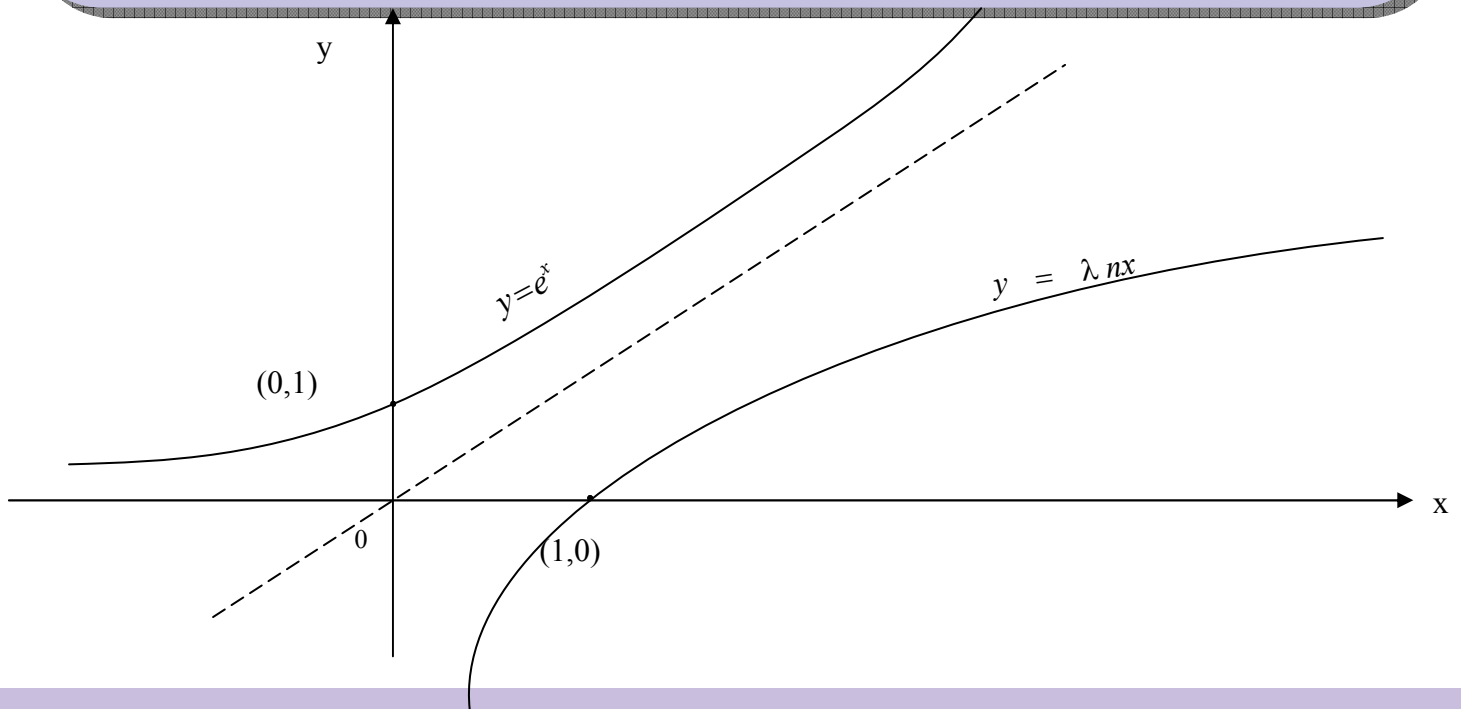
(i) $x > 0$ ද

(ii) $f(x) \in \mathbb{R}$ ද වේ

$\therefore D(f) = \mathbb{R}^+$ සහ $R(f) = \mathbb{R}$ ද වේ.

$y = \lambda nx$ හි ප්‍රස්ථාරය $y = e^x$ ප්‍රස්ථාරය මඟින් ලබා ගත හැක.

එනම් \ln යනු සාතීය ශ්‍රිතයක ප්‍රතිලෝම ශ්‍රිතයක් බැවින් $y = x$ මත $y = e^x$ හි පරාවර්තනය මඟින් $y = \ln x$ ප්‍රස්ථාරය ලබාදේ.





සටහන :- එනම් ඕනෑම x අගයක් සඳහා $\ln x$ නොපවතී. $x > 0$ සඳහා පමණක් $\ln x$
 $y = \ln |x|$ පවතී.
 \therefore ලෙස ලිවිය යුතුයි.

(1) ප්‍රකෘති ලඝු ගණක ශ්‍රිතයේ ව්‍යුත්පන්නය.

$$\frac{d}{dx} \ln|x| = \frac{1}{x} \quad ; \text{ වේ. මෙහි } x \neq 0$$

සාධනය : $y = \ln|x|$ ලෙස ගනිමු

(i) $x > 0$ නම්;

$$|x| = x$$

$$y = \ln x \Leftrightarrow x = e^y$$

$$\frac{d}{dx} 1 = e^y \frac{dy}{dx}$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{1}{e^y} = \frac{1}{x}$$

(ii) $x < 0$ නම්;

$$|x| = -x$$

$$y = \ln(-x) \Leftrightarrow -x = e^y$$

$$\frac{d}{dx} -1 = e^y \frac{dy}{dx}$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{e^y} = -\frac{1}{-x} = \frac{1}{x}$$

සියළු $x \in \mathbb{R} ; x \neq 0$ නම්

$$\frac{d}{dx} \{\ln|x|\} = \frac{1}{x} \quad \text{වේ.}$$





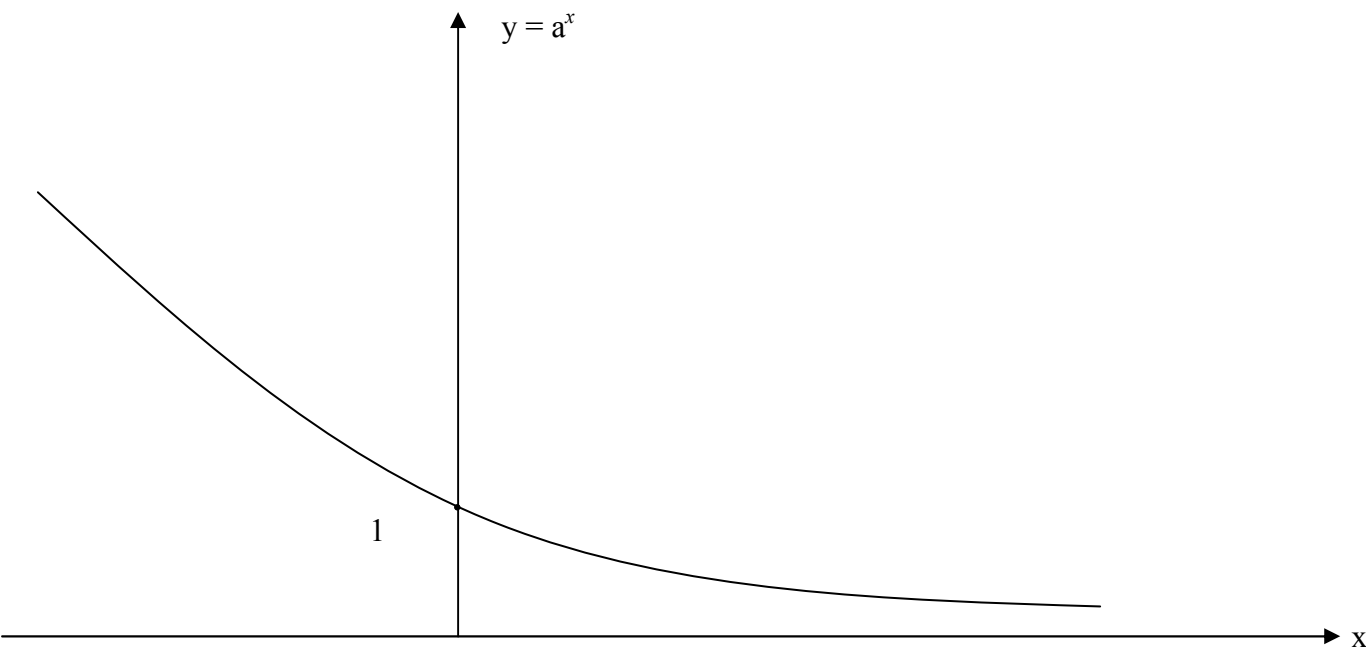
(2) a^x හි අර්ථ දැක්වීම.

x යනු ඕනෑම තාත්වික සංඛ්‍යාවක් ද a යනු 1 ට අසමාන ඕනෑම ධන තාත්වික සංඛ්‍යාවක්ද නම් ; $f(x) = a^x$ වන පරිදි වූ f ශ්‍රිතය පාදය a වූ සාතීය ශ්‍රිතය ලෙස අර්ථ දැක්වේ .

(3) $f(x) = a^x$, හි ලක්ෂණ සහ ප්‍රස්තාර

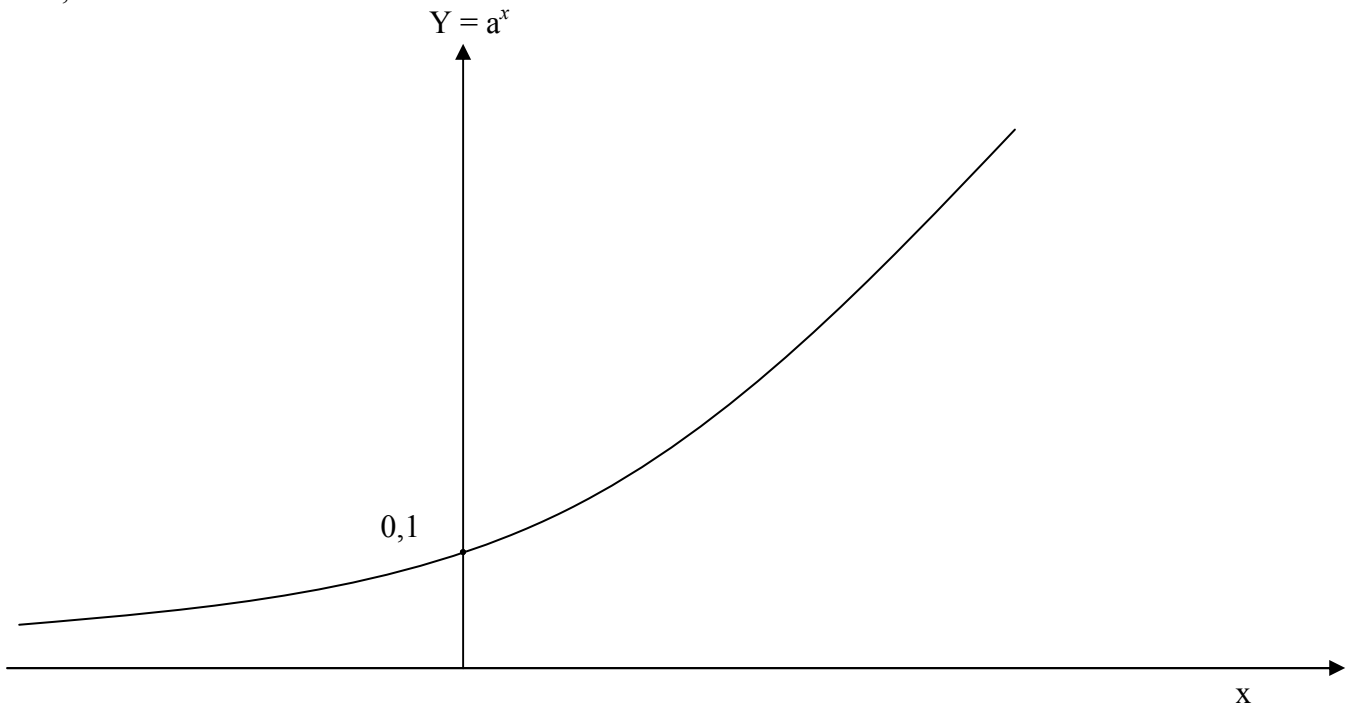
මෙහි වසම $D(f) = \mathbb{R}$ වන අතර ඕනෑම $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $a^x > 0$ බැවින් මෙහි පරාසය $R(f) = \mathbb{R}^+$ වේ. තව ද ඕනෑම x තාත්වික අගයට අනන්‍ය ධන සංඛ්‍යාවක් a^x සඳහා පවතින අතර එය දර්ශක නියම පිළිපදි.

$f(x) = a^x$ හි ප්‍රස්තාරය
 (i) $0 < a < 1$ නම්





(ii) $a > 1$ නම් ;



(4) $f(x) = a^x$ හි ව්‍යුත්පන්නය

$Y = a^x$ ලෙස ගනිමු.

$$\Leftrightarrow \lambda ny = \lambda na^x = x \lambda na$$

$$\frac{d}{dx} ; \frac{1}{y} \cdot \frac{dy}{dx} = \lambda na$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = y \lambda na$$

$$\frac{d}{dx} (a^x) = a^x \lambda na$$

