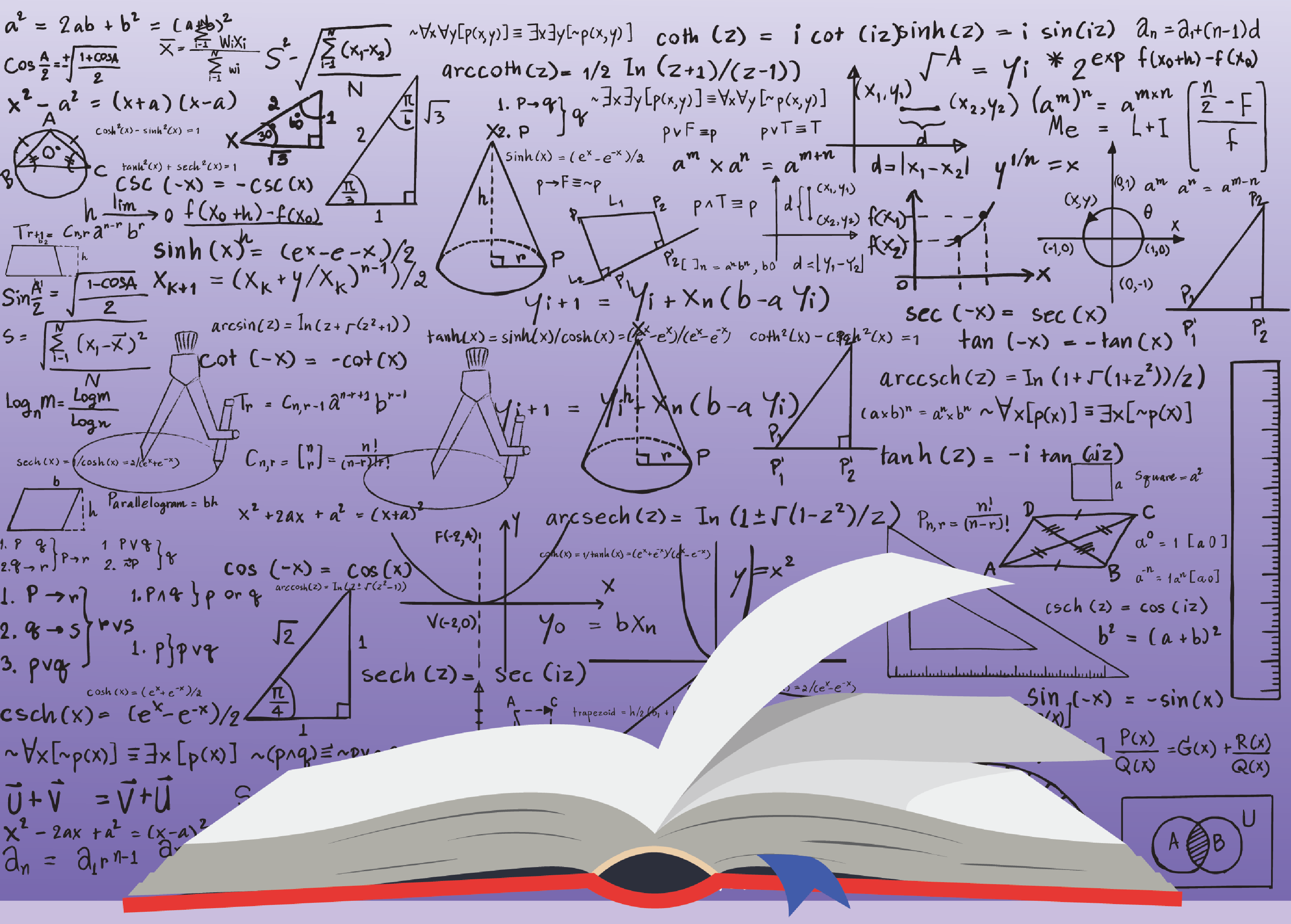
සංයුක්ත ගණිතය

10.4.

ද්විත්ව කෝණ, ත්‍රිත්ව කෝණ සහ අර්ධ කෝණ සඳහා වූ සූත්‍ර භාවිතයෙන් ත්‍රිකෝණමිතික ගැටලු විසඳයි.



10.4.1 ද්විත්ව කෝණ සඳහා සූත්‍ර ගොඩ නඟයි..

මෙහිදී 2A කෝණවල ත්‍රිකෝණමිතික ශ්‍රිත sin A, cos A, සහ tan A අනුපාතවලින් ප්‍රකාශ කරයි.

sin 2A සඳහා සූත්‍රයක් ගොඩනැඟීම.

A හා B ඕනෑම කෝණ දෙකක් වන විට,

sin (A+B) = sin A . cos B + cos A . Sin B බව අප දනිමු.

මෙහි B වෙනුවට A ආදේශ කිරීමෙන්,

sin (A+A) = sin A . cos A + cos A . Sin A

Sin2A=2 sin A cos A

cos 2A සඳහා සූත්‍රයක් ගොඩනැඟීම.

A හා B ඕනෑම කෝණ දෙකක් වන විට,

cos (A+B) = cos A . cos B - sin A . sin B බව අප දනිමු.

මෙහි A වෙනුවට B ආදේශ කිරීමෙන්,

cos (A + A) = cos A. cos A - sin A . sin A → $\boxed{a}$

Cos2A= Cos^2A – Sin^2A
=2cos^2A-1
=1-2sin^2A

ඉහත $\boxed{a}$ ප්‍රකාශනයේ $\sin^2 A = 1 - \cos^2 A$ ආදේශයෙන් ,

$\cos (2A) = \cos^2 (A) - (1-\cos^2 A)$

$\cos (2A) = 2 \cos^2 A - 1$

ඉහත $\boxed{a}$ ප්‍රකාශනයේ $\cos^2 A = 1 - \sin^2 A$ ආදේශයෙන්,

$\cos (2A) = 1-\sin^2 A - \sin^2 A$

tan (2A) සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලබා ගැනීම.

A හා B ඕනෑම කෝණ දෙකක් සඳහා,

$$\tan (A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A . \tan B}$$

මෙහි B වෙනුවට A ආදේශ කිරීමෙන්,

$$\tan (A+A) = \frac{\tan A + \tan A}{1 - \tan A . \tan A}$$

$$\tan (2A) = \frac{2\tan A}{1-\tan^2 A}$$

Tan2A = $\boxed{\dfrac{2tanA}{1-tan^2A}}$

10.4.2 ත්‍රිත්ව කෝණ සඳහා සූත්‍රයක් ගොඩ නැඟීම.

මෙහිදී ද 3A කෝණවල ත්‍රිකෝණමිතික ශ්‍රිත, sin A, cos A සහ tan A අනුපාතවලින් ප්‍රකාශ කිරීම සිදුකරයි.

sin (3A) සඳහා සූත්‍රයක් ගොඩනැඟීම.

මේ සඳහා ද $\sin(A+B) = \sin A \cdot \cos B + \cos A \cdot \sin B$ සූත්‍රය භාවිත කරමු.

මෙහි $B = 2A$ ආදේශයෙන්,

$$\begin{aligned}\sin(A+2A) &= \sin A \cdot \cos(2A) + \cos A \cdot \sin(2A)\\ &= \sin A\,(1-2\sin^2 A) + \cos A \cdot 2\sin A \cdot \cos A\\ &= \sin A - 2\sin^3 A + 2\sin A\,(1-\sin^2 A)\\ &= \sin A - 2\sin^3 A + 2\sin A - 2\sin^3 A\\ &= 3\sin A - 4\sin^3 A\end{aligned}$$

$$\boxed{\mathbf{\sin(3A) = 3\sin A - 4\sin^3 A}}$$

cos (3A) සඳහා සූත්‍රයක් ගොඩනැඟීම.

මේ සඳහා $\cos(A+B) = \cos A \cdot \cos B - \sin A \cdot \sin B$ සූත්‍රය භාවිතා කරමු.

මෙහි $B = 2A$ ආදේශයෙන්,

$$\begin{aligned}\cos(A+2A) &= \cos A \cdot \cos(2A) - \sin A \cdot \sin(2A)\\ &= \cos A\,(2\cos^2 A - 1) - \sin A \cdot 2\sin A \cdot \cos A\\ &= 2\cos^3 A - \cos A - 2\cos A\,(1-\cos^2 A)\\ &= 2\cos^3 A - \cos A - 2\cos A - 2\cos^2 A\\ &= 4\cos^3 A - 3\cos A\end{aligned}$$

$$\boxed{\mathbf{\cos(3A) = 4\cos^3 A - 3\cos A}}$$

අන්තර්ගතය : එච්.ඩී.සී.ශෂිමාල් ප්‍රනාන්දු මයා - කො/ විවේකානන්ද විද්‍යාලය - කොළඹ 13
සැකසුම : එම්.වී.ජී.එස්.පී.බණ්ඩාර - මහ/සේනාධිකාරි ජාතික පාසල - උඩහේන්තැන්න

tan (3A) සඳහා සූත්‍රයක් ගොඩනැඟීම.

$$\tan(3A) = \frac{\sin(3A)}{\cos(3A)}$$

$$= \frac{3\sin A - 4\sin^3 A}{4\cos^3 A - 3\cos A}$$

$$= \frac{\dfrac{3\sin A}{\cos^3 A} - \dfrac{4\sin^3 A}{\cos^3 A}}{\dfrac{4\cos^3 A}{\cos^3 A} - \dfrac{3\cos A}{\cos^2 A}}$$

$$= \frac{3\tan A\sec^2 A - 4\tan^3 A}{4 - 3\sec^2 A}$$

$$= \boxed{\frac{3\tan A(1+\tan^2 A) - 4\tan^2 A}{4 - 3(1+\tan^2 A)}}$$

$$= \boxed{\frac{3\tan A + 3\tan^3 A - 4\tan^3 A}{4 - 3 - 3\tan^2 A}}$$

$$= \boxed{\frac{3\tan A - \tan^3 A}{1 - 3\tan^2 A}}$$

10.4.3 අර්ධ කෝණ සඳහා සූත්‍ර ගොඩ නැඟීම.

ඉහත ද්විත්ව කෝණ සඳහා ලබා ගත් ප්‍රකාශනවල θ කෝණයක වෘත්ත ශ්‍රිත $\boxed{\frac{\theta}{2}}$ ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කළ හැක.

i) $\boxed{\sin 2\theta = 2\sin\theta.\cos\theta}$

Q = $\boxed{\frac{A}{2}}$ නම්

$$\boxed{\sin A = 2\sin\left(\frac{A}{2}\right).\cos\left(\frac{A}{2}\right)}$$

මෙලෙසම

$$\boxed{\sin 3A = 2\sin\left(\frac{3A}{2}\right).\cos\left(\frac{3A}{2}\right)}$$

$$\boxed{\sin 4A = 2\sin(2A).\cos(2A)}$$

$$\boxed{\sin\frac{(A)}{2} = 2\sin\left(\frac{A}{4}\right).\cos\left(\frac{A}{4}\right)}$$

$$\boxed{\sin A = 2\sin\left(\frac{A}{2}\right).\cos\left(\frac{A}{2}\right)}$$

ii) $\boxed{\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1}$ නම්

$$\boxed{\cos^2\theta = \frac{\cos 2\theta + 1}{2}}$$

නම් Q = $\boxed{\frac{A}{2} \text{ නම්}}$

$$\boxed{\cos^2 \frac{A}{2}} = \boxed{\frac{\cos A + 1}{2}}$$

$$\boxed{\cos\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{1+\cos A}{2}}}$$

$$\boxed{\left(\cos\frac{A}{2}\right) = \sqrt{\frac{1+\cos A}{2}}}$$

තවද cos 2θ = 1- 2sin^2 θ ලෙස ද ලිවිය හැකි නිසා.

$$\boxed{\sin^2\theta = \frac{1-\cos 2\theta}{2}}$$

$$\boxed{Q = \frac{A}{2} \text{ නම්}}$$

$$\boxed{\sin^2\left(\frac{A}{2}\right)\sqrt{\frac{1-\cos A}{2}}}$$

$$\boxed{\sin\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{1-\cos A}{2}}}$$

$$\boxed{\sin\left(\frac{A}{2}\right) = \sqrt{\frac{1-\cos A}{2}}}$$

iii) $\boxed{\tan 2\theta = \dfrac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}}$ බැවින්

$\boxed{Q = \frac{A}{2}}$ ආදේශයෙන්,

$$\boxed{\tan(A)\frac{2\tan\left(\frac{A}{2}\right)}{1-\tan^2\left(\frac{A}{2}\right)}}$$

$$\boxed{\tan(A) = \frac{2\tan\left(\frac{A}{2}\right)}{1-\tan^2\left(\frac{A}{2}\right)}}$$