



අසමානතා

20

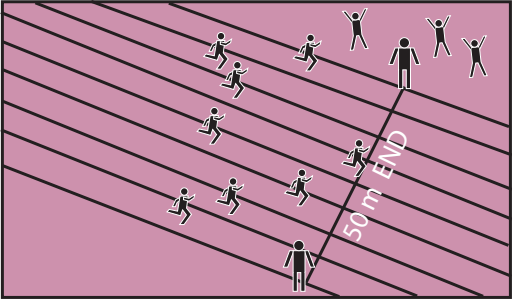
මෙම පාඨම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

- * කාටිසීය තලය මත පිහිටි පෙදෙස් හඳුනා ගැනීම
- * කාටිසීය තලයේ පෙදෙස් නම් කිරීම සඳහා අසමානතා භාවිත කිරීම
- * ලක්ෂ්‍යයක්, එහි පිහිටීම අනුව කුමන අසමානතාවක් තෘප්ත කරන්නේ දැයි පෙන්වීමට හේතු දැක්වීම
- * අසමානතා ප්‍රස්තාරිකව නිරූපණය කිරීම

යන විෂයය කරුණුවලට අදාළ නිපුණතා කරා එළඹීමට අවස්ථාව ලැබෙනු ඇත.

20.1 අසමානතා

50 m දුර දිවීමේ තරගයක් නිමකරමින් එහි පළමුවැනියා ජයග්‍රහණය ලබන විට ඔහු විසින් දිවගොස් ඇති දුර ප්‍රමාණය 50 m කි. ඒ වන විට අනිත් තරඟ කරුවන් දිවගොස් ඇත්තේ 50 m ට අඩු දුරකි.



ඒ වන විට ඕනෑ ම ක්‍රීඩකයෙකු දිව ගොස් ඇති දුර ප්‍රමාණය මීටර් x යැයි සැලකුව හොත්

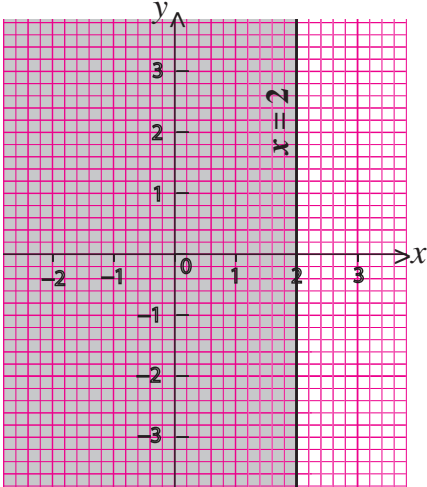
$$x \leq 50 \text{ ලෙස දැක්විය හැකි ය.}$$

$x < 50$, $x > 50$, $x \leq 50$, $x \geq 50$ වැනි ප්‍රකාශ අසමානතා නමින් හඳුන්වන බව අපි දැනීමු.

x යනු වෙනස් විය හැකි හෙවත් විචල්‍ය අගයකි.

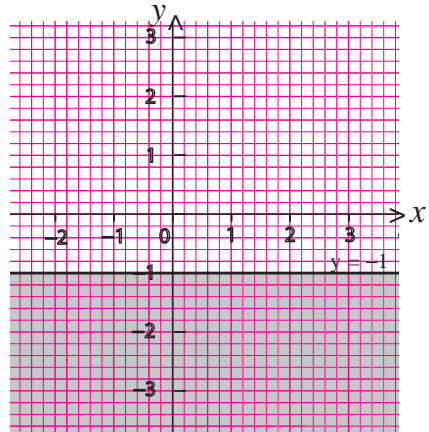
20.2 කාටිසීය තලය මත පෙදෙස්

කාටිසීය තලයක දළ සටහනක් රූපයෙහි දැක් වේ. $x = 2$ රේඛාව එහි ප්‍රස්තාරගත කර ඇත. මෙම රේඛාව මගින් රේඛාවට වමෙන් පිහිටි අඳුරු කළ පෙදෙස, රේඛාව මත පෙදෙස සහ රේඛාවට දකුණින් පිහිටි අඳුරු නොකළ පෙදෙස යනුවෙන් පෙදෙස් තුනකට බිඳීමකට තලය වෙන්කර ඇත.

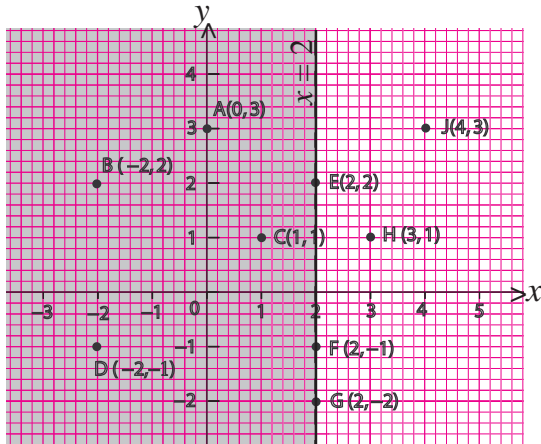


මෙම රූපයෙහි දැක්වෙන කාටිසිය තලය $y = -1$ රේඛාව මගින් එම රේඛාවට ඉහළින් පිහිටි පෙදෙස, රේඛාවට අයත් පෙදෙස සහ රේඛාවට පහළින් පිහිටි පෙදෙස යනුවෙන් පෙදෙස් තුනකට බෙදිය හැකි ය.

සරල රේඛාවකින් කාටිසිය තලය නිශ්චිත පෙදෙස් තුනකට බෙදේ.



20.3 ඛණ්ඩාංක තලයේ පෙදෙස් නම් කිරීම සඳහා අසමානතා යොදා ගැනීම



රූපයේ දැක්වෙන A,B,C,D,E,F,G, H හා J යන ලක්ෂ්‍යවල x ඛණ්ඩාංක පරීක්ෂා කරන්න.

රූපයේ කැඩී රේඛාව මත පිහිටි ඕනෑ ම ලක්ෂ්‍යයක x ඛණ්ඩාංකය 2 වේ. එම රේඛාවට අයත් පෙදෙස තෘප්ත කරන සම්බන්ධතාවය $x = 2$ වේ.

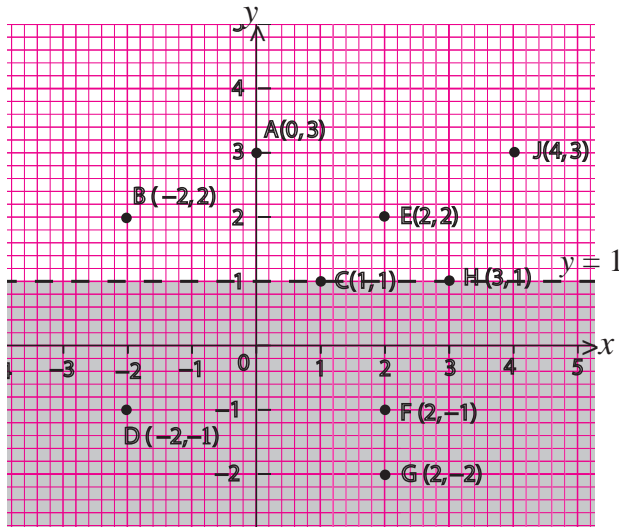
රේඛාවෙහි වම් පැත්තේ පිහිටි අඳුරුකර දැක්වෙන පෙදෙසේ ඕනෑ ම ලක්ෂ්‍යයක x ඛණ්ඩාංකය 2 ට අඩු ය. ඒ අනුව අඳුරු කළ පෙදෙස $x < 2$ යන අසමානතාව තෘප්ත කෙරේ.

අඳුරු නොකළ පෙදෙසේ H, J යන ලක්ෂ්‍ය මෙන් ඕනෑ ම ලක්ෂ්‍යයක x අගය පරීක්ෂා කරන්න. එහි සියල්ල දෙකට වැඩි වේ. ඒ අනුව ලක්ෂ්‍යවල x හි ඛණ්ඩාංක අනුව කැඩී රේඛාවෙන් දකුණට ඇති පෙදෙස $x > 2$ යන අසමානතාව තෘප්ත කෙරේ.

කැඩී රේඛාව අඳුරු කළ හෝ නොකළ පෙදෙස්වලට අයත් නොවේ. පෙදෙස් වෙන් කරනු ලබන මෙම රේඛාව අඳුරු කළ පෙදෙසට අයත් වේ නම් එය සහ රේඛාවකින් දක්වනු ලැබේ. ඉහත රූපය අනුව,

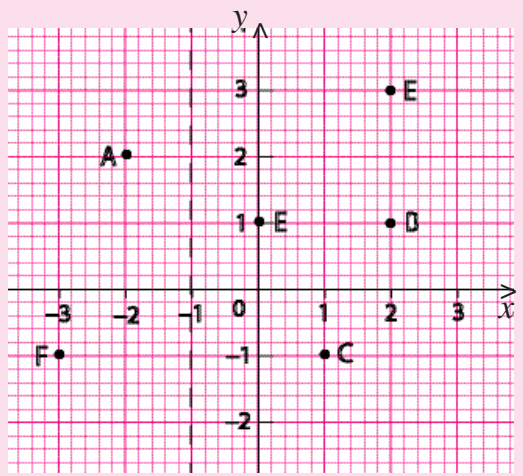
එක් එක් පෙදෙස දැක්වෙන සම්බන්ධය	එම පෙදෙසට අයත් ලක්ෂ්‍යයන්
$x < 2$	A, B, C, D
$x = 2$	E, F, G
$x > 2$	H, J

පහත රූපයෙහි දැක්වෙන ඛණ්ඩාංක තලයේ ලකුණු කර ඇති ලක්ෂ්‍යවල y ඛණ්ඩාංක පරීක්ෂා කරන්න. කැඩී රේඛාවට අයත් ලක්ෂ්‍යවල y ඛණ්ඩාංකය 1 බැවින් ඊට අයත් පෙදෙස $y = 1$ වන පෙදෙස ලෙස නම් කෙරේ. ඊට පහළින් ඇති අඳුරු කළ පෙදෙස $y < 1$ වේ. කැඩී රේඛාවට ඉහළින් ඇති අඳුරු නොකළ පෙදෙස $y > 1$ වේ.



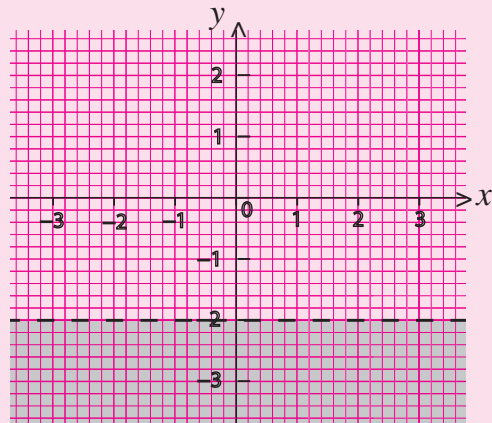
අභ්‍යාසය 20.1

- (1) (i) දී ඇති ඛණ්ඩාංක තලයේ දැක්වෙන කැඩී රේඛාවට අයත් පෙදෙස නම් කරන්න.
- (ii) $x > -1, x < -1$ යන අසමානතා තෘප්තකරන පෙදෙස්වලට අයත් ලක්ෂ්‍යවල ඉංග්‍රීසි අක්ෂර ලියන්න.



(2) කාටිසීය තලය මත ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇති ආකාරය ඔබේ මතකයට ගෙන පහත දැක්වෙන ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න.

- (i) $x < 3$ යන අසමානතාව තෘප්ත කරන ලක්ෂ්‍ය පහත x බණ්ඩාංක පමණක් ලියන්න.
- (ii) $y > -3$ යන අසමානතාව තෘප්ත කරන ලක්ෂ්‍ය තුනක y බණ්ඩාංක ලියන්න.
- (iii) $x < 3$ සහ $y > -3$ යන අසමානතා දෙක ම තෘප්ත කරන පෙදෙසක බණ්ඩාංකයක් ලියන්න.



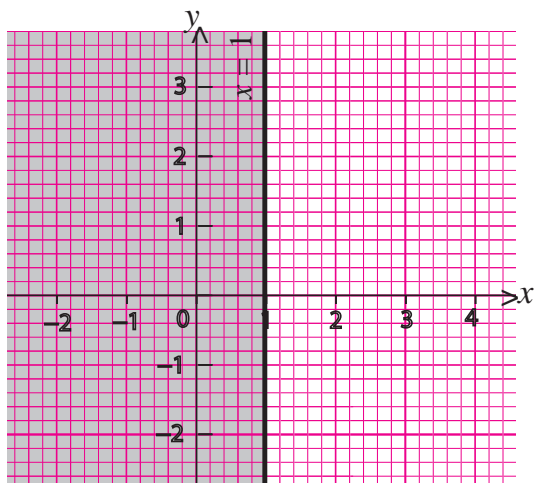
- (3) (i) රූපයේ දැක්වෙන කාටිසීය තලයේ අඳුරු කළ පෙදෙස දැක්වීමට අසමානතාවක් ලියන්න.
- (ii) එම පෙදෙසට අයත් ලක්ෂ්‍ය තුනක බණ්ඩාංක ලියන්න.

(4) සුදුසු පරිදි අක්ෂ තෝරා ගෙන අදින ලද බණ්ඩාංක තලයක,

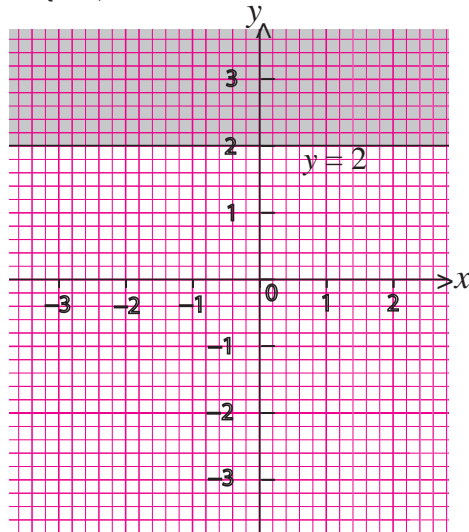
- (i) $x > -1$
- (ii) $y < 2$ යන අසමානතා වෙන වෙන ම ප්‍රස්තාරිකව නිරූපණය කරන්න.

20.4 $x \geq a$ සහ $y \geq b$ පෙදෙස්

මෙම බණ්ඩාංක තලයේ $x \leq 1$ පෙදෙස අඳුරු කර ඇත. මේ සඳහා $x < 1$ පෙදෙස ද, $x = 1$ රේඛාව ද අඳුරුකළ යුතු ය. $x = 1$ රේඛාව සහ රේඛාවකින් ඇඳ $x < 1$ පෙදෙස අඳුරු කළවිට $x \leq 1$ පෙදෙස දැක් වේ.

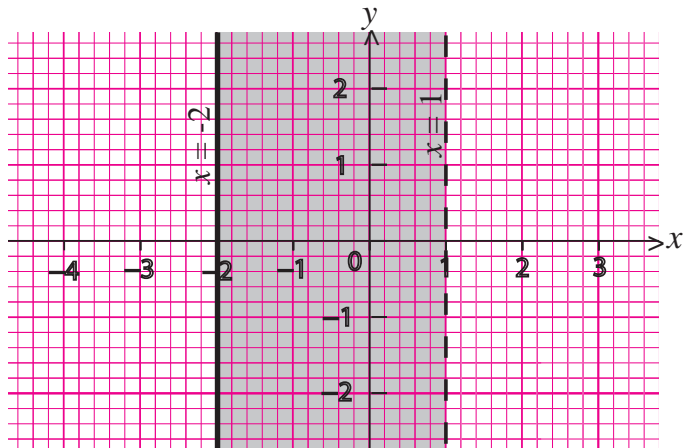


පහත රූපයේ දැක්වෙන ඛණ්ඩාංක තලයේ $y \geq 2$ පෙදෙස අඳුරුකර ඇත. එම පෙදෙසට $y > 2$ හා $y = 2$ යන පෙදෙස් අයත් වේ.



නිදසුන 1

රූපයේ අඳුරුකර ඇති පෙදෙස දැක්වෙන අසමානතාව ලියන්න.
 $x < 1$ හා $x \geq -2$ යන අසමානතා දෙකට ම ගැලපෙන ප්‍රදේශ අඳුරු කර ඇත. එබැවින් අඳුරුකර ඇති ප්‍රදේශය $-2 \leq x < 1$ ලෙස දක්වමු.



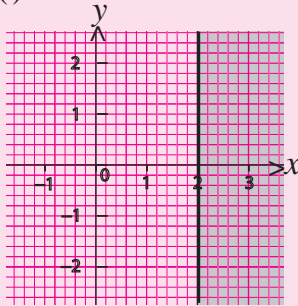


අභ්‍යාසය 20.2

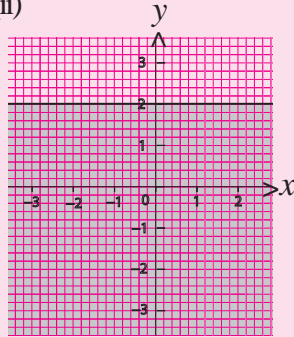


(1) පහත දී ඇති එක් එක් ඛණ්ඩාංක තලයේ අඳුරු කර ඇති පෙදෙස දැක්වෙන අසමානතාව ලියන්න.

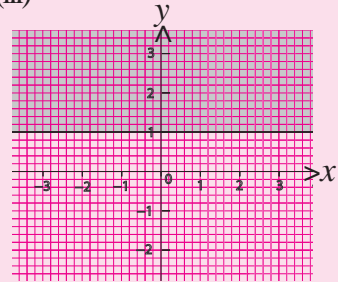
(i)



(ii)



(iii)



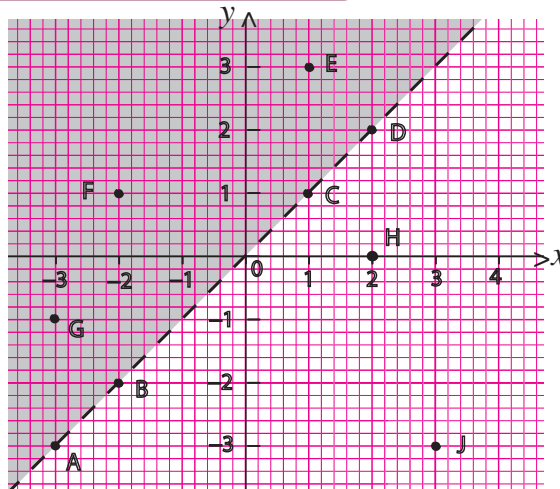
(2) කාටීසිය තලයක් ඇඳ එහි $x \geq 1$ යනුවෙන් දැක්වෙන පෙදෙස අඳුරු කරන්න. එම පෙදෙසට අයත් ලක්ෂ්‍යයක ඛණ්ඩාංක ලියන්න.

(3) $x \geq -2$ සහ $y \geq -1$ යන අසමානතාවලින් දැක්වෙන පෙදෙස එක ම ඛණ්ඩාංක තලයක දැක්වන්න. එම අසමානතා දෙක ම තෘප්ත කරන ලක්ෂ්‍යයක් ලකුණු කර එය A යනුවෙන් නම් කරන්න.

(4) $x \leq 1$ සහ $y \leq 2$ යන අසමානතාවලින් දැක්වෙන පෙදෙස ඛණ්ඩාංක තලයක දැක්වන්න. එම අසමානතා දෙක ම තෘප්ත කරන ලක්ෂ්‍ය තුනක් නම් කර ඒවායේ ඛණ්ඩාංක ලියන්න.

(5) $x \geq 3$ සහ $y \leq 3$ යන අසමානතා දෙක ම තෘප්ත කරන ලක්ෂ්‍ය හතරක ඛණ්ඩාංක ලියන්න.

20.5 $y \geq x$ ආකාරයේ අසමානතා



ඉහත රූපයේ දැක්වෙන ඛණ්ඩාංක තලය හොඳින් පරීක්ෂා කරන්න. එහි කැඩී රේඛාවට අයත් ලක්ෂ්‍ය කිහිපයක ඛණ්ඩාංක මෙසේ ය.

ලක්ෂ්‍යය	A	B	C	D
x	-3	-2	1	2
y	-3	-2	1	2

එම ලක්ෂ්‍යවල x ඛණ්ඩාංක හා y ඛණ්ඩාංක සමාන වේ. එම රේඛාව මත අනෙකුත් ලක්ෂ්‍ය සියල්ලෙහිම x ඛණ්ඩාංක හා y ඛණ්ඩාංක සමාන වේ. ඒ අනුව කැඩී රේඛාව අයත් පෙදෙස $y = x$ වේ.

අඳුරු කර ඇති පෙදෙසේ ලක්ෂ්‍ය කිහිපයක ඛණ්ඩාංක මෙසේ ය.

ලක්ෂ්‍යය	E	F	G
x	1	-2	-3
y	3	1	-1

E හි $3 > 1$, F හි $1 > -2$ හි G වල $-1 > -3$ බැවින් එම ලක්ෂ්‍යවල y ඛණ්ඩාංකය x ඛණ්ඩාංකයට වඩා විශාල වේ. එම ප්‍රදේශය පිහිටි වෙනත් ඕනෑ ම ලක්ෂ්‍යයක ද y ඛණ්ඩාංකය x ඛණ්ඩාංකයට වඩා විශාල වේ.

එම නිසා එම ප්‍රදේශය $y > x$ වේ.

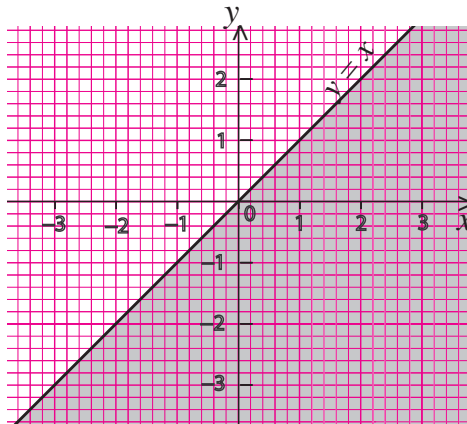
අඳුරු නොකළ පෙදෙසේ ලක්ෂ්‍ය කිහිපයක ඛණ්ඩාංක වගුවේ දැක්වේ.

ලක්ෂ්‍ය	H	J
x	2	3
y	0	-3

H හි $0 < 2$, J හි $-3 < 3$ බැවින් එම ලක්ෂ්‍යවල x ඛණ්ඩාංකය y ඛණ්ඩාංකයට වඩා විශාල වේ. අඳුරු නොකළ පෙදෙසේ වෙනත් ඕනෑ ම ලක්ෂ්‍යයක x ඛණ්ඩාංකය y ඛණ්ඩාංකයට වඩා විශාල වේ. එම නිසා අඳුරු නොකළ පෙදෙස $y < x$ වේ.

නිදසුන 2

රූපයේ අඳුරුකර ඇති පෙදෙස දැක්වෙන අසමානතාව ලියන්න.

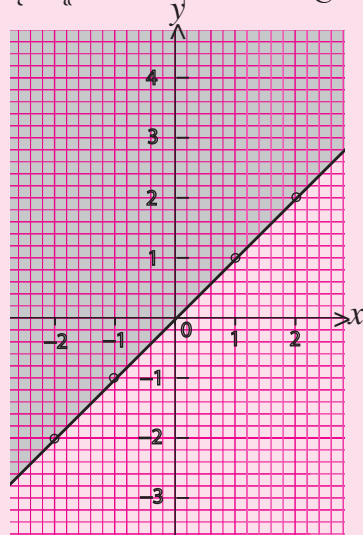
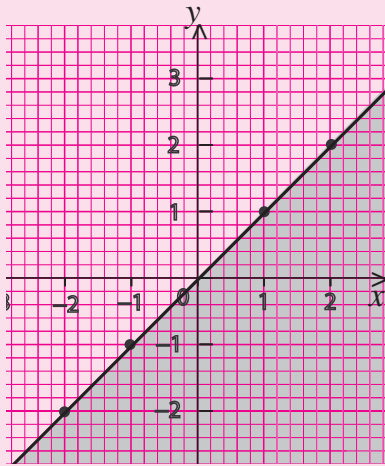


$y = x$ රේඛාව ඝන රේඛාවකි. එම රේඛාව මත හෝ අඳුරු කළ පෙදෙසට අයත් ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක x හි අගය, y හි අගයට සමාන හෝ විශාල වේ. එම නිසා අඳුරු කළ පෙදෙස $y \leq x$ වේ.

අභ්‍යාසය 20.3

- (1) ඛණ්ඩාංක තලයක (i) $y = x$ රේඛාව අඳින්න.
 (ii) එහි $y < x$ පෙදෙසේ වූ ලක්ෂ්‍යයක් ලකුණු කර එහි ඛණ්ඩාංක ලියන්න.

- (2) පහත දී ඇති කාටිසිය තලවල අඳුරු කළ පෙදෙසේ දැක්වෙන අසමානතා ලියන්න.



- (3) $y \geq x$ අසමානතාවෙන් දැක්වෙන පෙදෙස කාටිසිය තලයක අඳුරු කර දක්වන්න.
- (4) ලක්ෂ්‍ය හතරක ඛණ්ඩාංක $(-3, -3)$ $(3, 4)$ $(-3, -1)$ $(3, 3)$ වේ. එම ලක්ෂ්‍යයන් කාටිසිය තලයක ලකුණු කර ඒවා අයත් පෙදෙස දැක්වීමට අසමානතාවක් ලියන්න.
- (5) කාටිසිය තලයක පිහිටි $(2, 3)$ ලක්ෂ්‍යය $y \leq x + 1$ යන අසමානතාව තෘප්තකරන බව පෙන්වීමට ඔබට හැකි ද? උත්සාහ කරන්න.