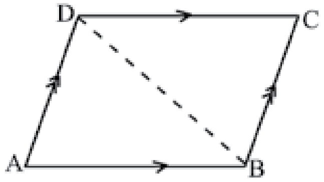
16 இணைகரங்கள் I

இப்பாடத்தைக் கற்பதனூடாக நாங்கள்......

- இணைகரத்தின் எதிர்ப்பக்கங்களுக்கிடையிலான தொடர்பை அறிவோம்.
- இணைகரத்தின் எதிர்க்கோணங்களுக்கிடையிலான தொடர்பை அறிவோம்.
- இணைகரத்தின் மூலைவிட்டம், பரப்பளவு பற்றிய தொடர்புகளை அறிவோம்.
- இணைகரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று வெட்டுவதால் உண்டாகும் பகுதிகளுக்கிடையிலுள்ள தொடர்புகளை அறிவோம்.

மூடிய உருக்கள், திறந்த உருக்கள் பற்றி முன்னைய வகுப்புக்களில் கற்றுள்ளீர்கள், இரண்டுக்கு மேற்பட்ட நேர்கோடுகளைக் கொண்டு மூடப்பட்ட உருக்கள் பல்கோணிகள் எனப்படும்.



எதிர்ப்பக்கச் சோடிகள் சமாந்தரமாகவுள்ள நாற்பக்கலின் விசேட பெயர் யாது?

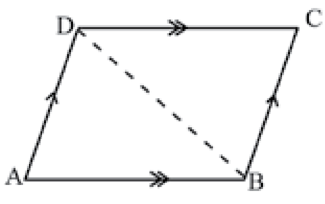
உருவில் AB , DC என்பன சமாந்தரமாகும். AD , BC என்பன சமாந்தரமாகும்.

எதிர்ப்பக்கங்கள் சமாந்தரமாகவுள்ள நாற்பக்கல் இணைகரம் எனப்படும்.

மேலும் இணைகரத்திலுள்ள பண்புகளை அறிவோம்

செயற்பாடு - 1

AB // DC , AD // BC ஆகும் வண்ணம் உள்ள இணைகரத்தை வரையுங்கள். மூலைவிட்டம் DB ஐ இணையுங்கள். $B\hat{D}C$ இற்கு சமனான ஒன்றுவிட்ட கோணத்தில் பெயரிடுங்கள்.



$D\hat{B}C$ இற்கு சமனான ஒன்றுவிட்ட கோணத்தைப் பெயரிடுங்கள்.

ΔABD , ΔBDC இற்குப் பொதுவான பக்கத்தைப் பெயரிடுங்கள்.

ΔABD , ΔBDC என்பன ஒருங்கிசையுமா?

அவ்வாறாயின் காரணம் கூறுங்கள்.

இலவச விநியோகத்திற்காக

இரண்டு முக்கோணிகளிலும் ஒன்றுக்கொன்று ஒத்த உறுப்புக்களை எழுதுக

Δ ABD	Δ BDC	சமனாகும்/சமனற்றது.
$B\hat{A}D$	$B\hat{C}D$	....
AD	....	....
AB	....	....
$A\hat{D}B + B\hat{D}C$	$A\hat{B}D$ + ...	....

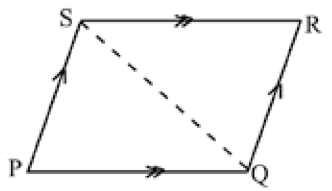
ஒத்த உறுப்புக்களின் பண்புகள் மூலம் நீங்கள் பெற்ற சமனான, சமனற்ற தன்மைகளை அவதானித்து,

(i) இணைகரத்தின் எதிர்ப்பக்கங்களைப் பற்றி இரு தொடர்புகளை எழுதுங்கள்.

(ii) இணைகரத்தின் எதிர்க்கோணங்கள் பற்றிய தொடர்பை எழுதுங்கள்.

இணைகரம் ஒன்றின் எதிர்ப்பக்கங்கள் சமனாகும். இணைகரம் ஒன்றின் எதிர்க் கோணங்களும் சமனாகும்.

இதனை முறைப்படி நிறுவுவோம்.



தரவு - PQRS இணைகரம்

PQ // SR

PS // QR ஆகும்.

நிறுவ வேண்டியது :

(1) SR = PQ , PS = QR

(11) $S\hat{R}Q = S\hat{P}Q$

$P\hat{S}R = P\hat{Q}R$

(111) Δ PQS பரப்பளவு $= \Delta$ QRS பரப்பளவு

Δ PSR பரப்பளவு $= \Delta$ PQR பரப்பளவு

அமைப்பு - SQ ஐ இணையுங்கள்.

நிறுவல் - Δ PQS , Δ QRS என்பனவற்றில்

$P\hat{Q}S = Q\hat{S}R$ (ஒன்றுவிட்ட கோணம்)

$P\hat{S}Q = S\hat{Q}R$ (ஒன்றுவிட்ட கோணம்)

SQ = SQ (பொது)

$\therefore \Delta PQS \equiv \Delta QRS$ (கோ. கோ. ப)

இரு முக்கோணிகளும் ஒருங்கிசைவதால்

இலவச விநியோகத்திற்காக

$SR = PQ \quad . \quad PS = QR \longrightarrow \quad (1)$

$$S\hat{P}Q = S\hat{R}Q \longrightarrow \quad (11)$$

$$\underbrace{P\hat{S}Q + Q\hat{S}R} = P\hat{Q}S + S\hat{Q}R$$

$$P\hat{S}R = P\hat{Q}R \longrightarrow \quad (111)$$

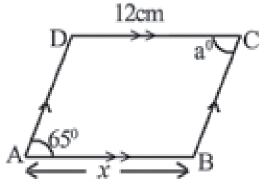
ΔPQS பரப்பளவு = ΔQRS பரப்பளவு

(1), (2), (3) இன்படி ஓர் இணைகரத்தின் எதிர்ப் பக்கங்களும் எதிர்க்கோணங்களும் சமனாகும். சமனாகும். ஒரு மூலைவிட்டம் அதன் பரப்பை இரு சம கூறிடுகின்றது.

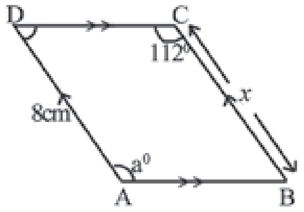
பயிற்சி 16.1

(1) கீழே தரப்பட்டுள்ள உருக்களில் x , a^0 என்பவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

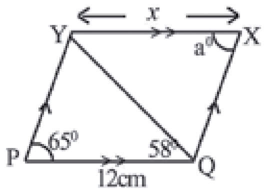
(i)



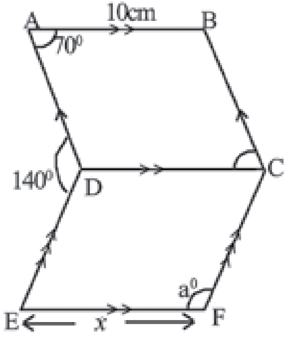
(ii)



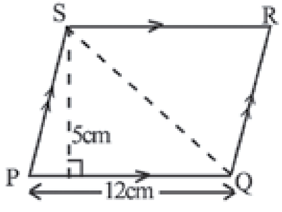
(iii)



(iv)



(2)

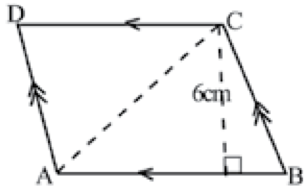


(i) ΔPQS இன் பரப்பளவைக் காணுங்கள்.

(ii) ΔRSQ இன் பரப்பளவைக் காணுங்கள். இதற்கான காரணத்தை எழுதுங்கள்.

(iii) SR இன் நீளம் யாது? அதற்கான காரணத்தை எழுதுங்கள்.

இலவச விநியோகத்திற்காக

(3) 

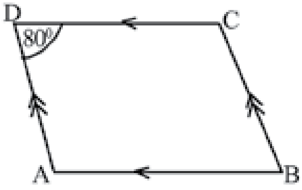
இணைகரம் ABCD இன் பரப்பளவு $54cm^2$ ஆகும்.

(i) AB இன் நீளம் யாது?

(ii) ΔADC இன் பரப்பளவு யாது?

(iii) DC இன் நீளம் யாது?
அதற்கான காரணத்தைத் எழுதுங்கள்.

(iv) $D\hat{A}B$ இற்கு சமனான கோணமொன்றைப் பெயரிடுங்கள்.
அதற்கான காரணத்தை குறிப்பிடுங்கள்.

(4) 

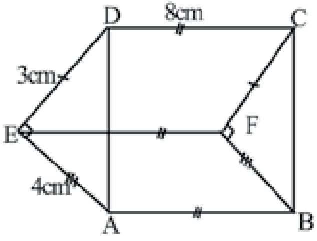
(i) கோணம் $B\hat{C}D$ இன் பெறுமானம் யாது?

(ii) கோணம் $B\hat{C}D$ இற்குச் சமனான கோணமொன்றைப் பெயரிடுங்கள்.

(iii) $D\hat{A}B$ இன் பெறுமானத்தைக் காணுங்கள்.

(iv) $D\hat{A}B$ இற்கு சமனான கோணமொன்றைப் பெயரிடுங்கள்.

(v) AB = 15cm ஆயின் DC இன் நீளத்தைக் காணுங்கள்.

(5) 

(i) AD இன் நீளம் யாது?

(ii) BC இன் நீளம் யாது?

(iii) நாற்பக்கல் ABCD ஓர் இணைகரம் என நிறுவுங்கள்.

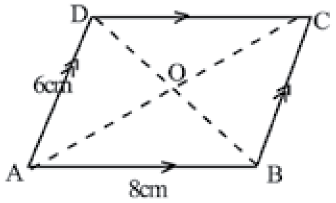
(6) இணைகரம் PQRS இன் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று X இல் இடை வெட்டுகின்றன. $Q\hat{R}P = 14^0$ $Q\hat{R}S = 40^0, R\hat{X}S = 80^0$ ஆயின் கோணங்கள், $X\hat{S}R, X\hat{S}P$ இன் பெறுமானங்களைக் காணுங்கள்.

(7) இணைகரம் ABCD இல் பக்கங்கள் AB , DC என்பவற்றின் நடுப்புள்ளிகள் முறையே X , Y ஆகும். AXCY ஓர் இணைகரம் என நிறுவுங்கள்.

(8) PQRS ஓர் இணைகரமாகும். SR = RT ஆகுமாறு பக்கம் SR ஆனது T வரை நீட்டப்பட்டுள்ளது, PR = RU ஆகுமாறு PR ஆனது U வரை நீட்டப்பட்டுள்ளது. QTUR ஓர் இணைகரம் என நிறுவுங்கள்.

இலவச விநியோகத்திற்காக

செயற்பாடு - 2



AB = 8cm, $B\hat{A}D = 60^0$, AD = 6cm ஆகுமாறு இணைகரம் ABCD வரையுங்கள்.

(i) BD ஐ இணைத்து அதன் நீளத்தை அளந்து எழுதுங்கள்.

(ii) AC ஐ இணைத்து அதன் நீளத்தை அளந்து எழுதுங்கள்.

(iii) AC , BD வெட்டும் புள்ளிக்கு O எனப் பெயரிடுங்கள்.

(iv) OA இன் நீளத்தை எழுதுங்கள். OC இன் நீளத்தை எழுதுங்கள்.

(v) OD இன் நீளத்தை எழுதுங்கள். OB இன் நீளத்தை எழுதுங்கள்.

- OA , OC இன் நீளங்கள் சமனானதா? சமனற்றதா?
- OD , OB இன் நீளங்கள் சமனானதா? சமனற்றதா?
- மூலைவிட்டங்கள் இரண்டும் ஒன்றை ஒன்று வெட்டுவதால் மூலைவிட்டம் AC இரண்டு பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. அவற்றின் நீளங்களைப் பற்றி உமது கருத்தை எழுதுங்கள்.
- மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றை ஒன்று வெட்டுவதால் மூலைவிட்டம் BD இரு பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. அவற்றின் நீளங்கள் பற்றி உமது கருத்தை எழுதுங்கள்.

இணைகரம் ABCD இன் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றை ஒன்று வெட்டும்போது அவற்றின் நீளங்கள் எவ்வாறு பிரிக்கப்பட்டுள்ளன என்பது பற்றி உங்கள் கருத்தை எழுதுங்கள்.

மேலே கூறப்பட்ட செயற்பாட்டைப் போன்று

PQ = 5cm, $P\hat{Q}R = 110^0$, QR = 4cm ஆகுமாறு இணைகரம் PQRS ஐ வரையுங்கள். அவற்றின் மூலை விட்டங்கள் PR , QS என்பன வெட்டும் புள்ளிக்கு T எனப் பெயரிடுங்கள். PT , TR இன் நீளங்களை அளந்து பாருங்கள். TQ, TS இன் நீளங்களை அளந்து பாருங்கள்.

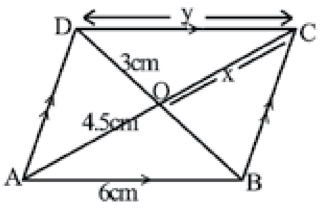
நீங்கள் முதற் செயற்பாட்டில் இணைகரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று வெட்டும்போது அவற்றின் நீளங்கள் பற்றி எழுதிய கூற்று இதற்கும் பொருந்துகின்றதா எனப் பாருங்கள்.

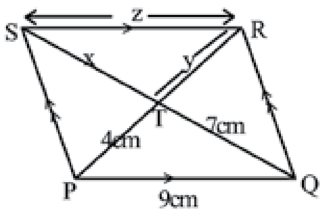
இணைகரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று இரு சம கூறிடும்.
இணைகரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் அதன் பரப்பை இரு சம கூறிடும்.

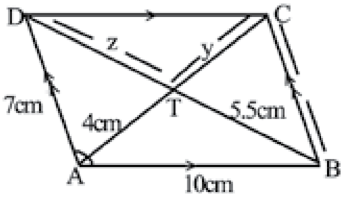
இலவச விநியோகத்திற்காக

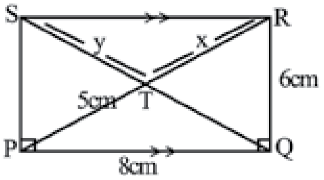
பயிற்சி 16.2

(1) இங்கு தரப்பட்டுள்ள இணைகரங்களின் மூலம் நீளங்கள் x, y, z இன் பெறுமாங்களைக் காண்க.

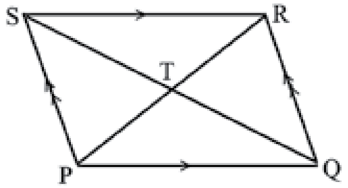








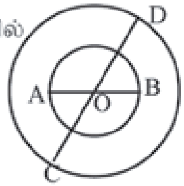
(2)



PQRS ஓர் இணைகரமாகும். PQ = 12cm, PS = 8cm ஆகும். PR = 15cm , SQ = 10.8cm ஆகும். PT , SR , ST ஆகிவற்றின் நீளங்களைக் காணுங்கள்.

(3) AB ,CD எனும் இரு நேர்கோடுகள் O வில் ஒன்றையொன்று இரு சமகூறிடுகின்றன. ACBD இணைகரம் என நிறுவுங்கள். (காரணம் கூறுங்கள்)

(4) O ஐ மையமாகக் கொண்ட இரு ஒரு மைய வட்டங்கள் படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளன. சிறிய வட்டத்தின் விட்டம் AOB பெரிய வட்டத்தின் விட்டம் COD ஆகும். ADBC ஓர் இணைகரம் எனக் காட்டுங்கள்.

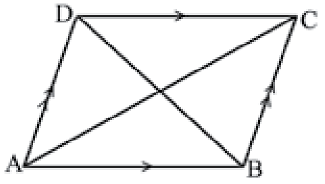


(5) PQRS ஓர் இணைகரமாகும். PR இற்கு செங்குத்தாக ST , QU வரையப்பட்டுள்ள நேர்கோடு QS ஆனது நேர்கோடு TU ஐ இருசம கூறிடுகின்றது என நிறுவுங்கள்.

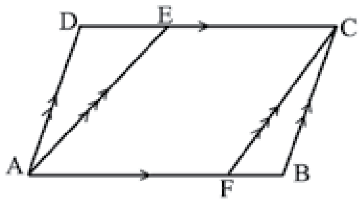
இலவச விநியோகத்திற்காக

பலவினப் பயிற்சி

(1) ABCD ஓர் இணைகரமாகும். AB = 12cm, BC = 7cm, $A\hat{B}C = 135^0$ ஆகும். DC , AD நீளம் யாது? $A\hat{D}C$ இன் பருமன் யாது? $D\hat{A}B$ பெறுமானம் யாது? $D\hat{A}B$ இற்கு சமனான கோணமொன்றைப் பெயரிடுங்கள்.



(2)

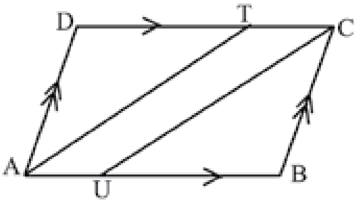


ABCD ஓர் இணைகரமாகும். பக்கம் DC இல் புள்ளி E குறிக்கப்பட்டுள்ளது. AE இற்கு சமாந்தரமாக CF வரையப்பட்டுள்ளது. AF = CE என நிறுவுங்கள்.

(3) ABCD ஓர் இணைகரமாகும். இங்கு AC = BD ஆகும். AC,BD என்பன O இல் வெட்டுகின்றன. $B\hat{O}C = 2\,O\hat{D}C$ எனக் காட்டுங்கள்.

(4) ABCD ஓர் சாய்சதுரமாகும். $B\hat{A}C$ கோணத்தின் பெறுமானம் 32^0 ஆகும். சாய்சதுரத்தின் ஏனைய கோணங்களின் பெறுமானங்களைக் காணுங்கள்.

(5) ABCD எனும் இணைகரத்தின் $B\hat{A}D$ இன் இரு சமகூறாக்கி DC ஐ T இலும் $B\hat{C}D$ இன் இரு சமகூறாக்கி AB ஐ U இலும் சந்திக்கின்றது. AUCT ஓர் இணைகரம் என நிறுவுங்கள்.



சாராம்சம்

★ எதிர்ப்பக்கங்கள் சமாந்தரமாகவுள்ள நாற்பக்கல் இணைகரமாகும்.

★ இணைகரத்தின் எதிர்ப்பக்கங்கள் சமனாகும்.

★ இணைகரத்தின் எதிர்க்கோணங்கள் சமனாகும்.

★ இணைகரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று இரு கூறிடும்.

★ இணைகரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் அதன் பரப்பளவை இருசமகூறிடும்

இலவச விநியோகத்திற்காக