



# இனைந்த கணிதம்

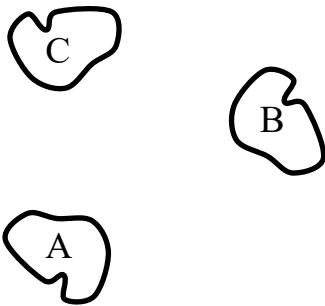
## சார்பு வேகக் கோட்பாடு.

Mathematical content from the book page:

- $a^2 = 2ab + b^2 = (a+b)^2$
- $\cos \frac{A}{2} = \pm \sqrt{\frac{1+\cos A}{2}}$
- $x^2 - a^2 = (x+a)(x-a)$
- $\csc^2(x) - \sinh^2(x) = 1$
- $\text{Trig}_B = C_n r a^{n-r} b^r$
- $\sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{1-\cos A}{2}}$
- $S = \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2$
- $\log_n M = \frac{\log m}{\log n}$
- $\operatorname{sech}(x) = 1/\cosh(x) = 2/(e^x + e^{-x})$
- $\text{Parallelogram} = bh$
- $1. P \rightarrow q \quad 1. PV \& q \quad 1. P \& q \rightarrow r$
- $2. q \rightarrow s \quad 2. \neg p \rightarrow s \quad 2. \neg p \& q \rightarrow s$
- $3. p \vee q \quad 3. p \vee q \quad 3. p \vee q \rightarrow r$
- $\cosh(x) = (e^x + e^{-x})/2$
- $\operatorname{csch}(x) = (e^x - e^{-x})/2$
- $\sim \forall x [\neg p(x)] \equiv \exists x [p(x)] \sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee q$
- $\vec{U} + \vec{V} = \vec{V} + \vec{U}$
- $x^2 - 2ax + a^2 = (x-a)^2$
- $a_n = a_1 r^{n-1}$
- $\overline{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w_i x_i$
- $S = \sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$
- $\arccoth(z) = 1/2 \ln (z+1)/(z-1)$
- $1. P \rightarrow q \quad q \rightarrow r \quad p \rightarrow F \equiv \neg p \quad p \wedge T \equiv p$
- $\sinh(x) = (e^x - e^{-x})/2$
- $y_{i+1} = y_i + x_n (b - a y_i)$
- $\tanh(x) = \sinh(x)/\cosh(x) = (e^x - e^{-x})/(e^x + e^{-x})$
- $\operatorname{arcsech}(z) = \ln (1 \pm \sqrt{1-z^2})/z$
- $\operatorname{cosech}(z) = 1/\operatorname{tanh}(z) = (e^x + e^{-x})(e^x - e^{-x})$
- $\operatorname{sech}(z) = \sec(iz)$
- $\operatorname{tanh}(z) = -i \tan(iz)$
- $\operatorname{arcsech}(z) = \ln (1 \pm \sqrt{1-z^2})/z$
- $\operatorname{csch}(z) = \cos(iz)$
- $b^2 = (a+b)^2$
- $\sin(-x) = -\sin(x)$
- $\frac{P(x)}{Q(x)} = G(x) + \frac{R(x)}{Q(x)}$
- $A \cup B$



## சார்பு வேகக் கோட்பாடு



A, B, C என்பன மாதாயினும் மூன்று மாட்டேற்றுச் சட்டங்கள் என்போம்.

சார்பு இடப்பெயர்ச்சிக் கோட்பாட்டின்படி

$$\underline{r}_{C,A} = \underline{r}_{B,A} + \underline{r}_{C,B}$$

$$\underline{r}_{C,A} = \underline{r}_{C,B} + \underline{r}_{B,A}$$

இடப்பெயர்ச்சி மாற்ற வீதம் வேகம் ஆகும்.

$$\frac{d\underline{r}_{C,A}}{dt} = \frac{d\underline{r}_{C,B}}{dt} = \frac{d\underline{r}_{B,A}}{dt}$$

$$\underline{V}_{C,A} = \underline{V}_{C,B} + \underline{V}_{B,A}$$

இத் தொடர்பு மூன்று மாட்டேற்றுச் சட்டங்களுக்கான சார்பு வேகக் கோட்பாடு ஆகும்.

### குறிப்பு:

விசை, வேகம் காவிக்கணியங்கள். இரு விசைகளின் விளையுடைக் காண்பதற்கு

- ♣ விசைப்பிரிப்பு
- ♣ விசை இணைகரவிதி
- ♣ விசை முக்கோணம் வரைவதன் மூலம் கணிக்கின்றோம்.
- இதேபோல் வேகம் காவிக்கணியம் ஆதலால் இரு வேகங்களின் சேர்க்கையை கணிப்பதற்கு
- ♣ வேகங்களின் கூறுகளாகப் பிரித்தல்
- ♣ இணைகர விதி
- ♣ வேக முக்கோணி வரைதல் மூலம் கணிக்கலாம்.

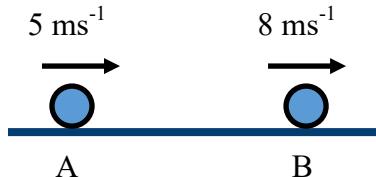
தொகுப்பு :- திரு.இ.கிருஷ்ணதாஸ், ஆசிரியர், இணைந்த கணிதம் (யா/ அருணோதயக் கல்லூரி)

கணினி வடிவமைப்பு :- திரு.வேற்மணன் ஆசிரியர் - தகவல் தொடர்பாடல் தொழில்நுட்பம் (கிளி/இராமநாதபுரம் மேற்கு அ.த.க.பா)



## சார்பு வேகக் கோட்பாடு உதாரணங்கள்

உதாரணம் - 01



$$\underline{V}_{A,E} = \overrightarrow{5 \text{ ms}^{-1}}$$

$$\underline{V}_{B,E} = \overrightarrow{8 \text{ ms}^{-1}}$$

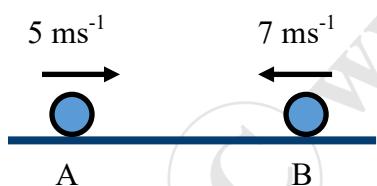
$$\underline{V}_{B,A} = \underline{V}_{B,E} + \underline{V}_{E,A}$$

$$= \overrightarrow{8 \text{ ms}^{-1}} + \overrightarrow{(-5 \text{ ms}^{-1})}$$

$$= \overrightarrow{3 \text{ ms}^{-1}}$$

A இற்கு B ஆனவர்  $3 \text{ ms}^{-1}$  வேகத்துடன் செல்வது போல் தோன்றும்.

உதாரணம் - 02



$$\underline{V}_{A,E} = \overrightarrow{5 \text{ ms}^{-1}}$$

$$\underline{V}_{B,E} = \overleftarrow{7 \text{ ms}^{-1}}$$

$$\underline{V}_{A,B} = \underline{V}_{A,E} + \underline{V}_{E,B}$$

$$= \overrightarrow{5 \text{ ms}^{-1}} + \overrightarrow{7 \text{ ms}^{-1}}$$

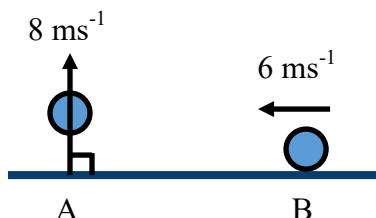
$$= \overrightarrow{12 \text{ ms}^{-1}}$$

B இற்கு A ஆனது  $12 \text{ ms}^{-1}$  வேகத்துடன் தன்னை நோக்கி வருவது போல் தெரியும்.



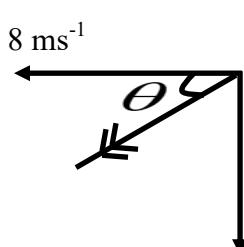
உதாரணம் - 03

ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான் பாதைகளில் கார் A மேற்கு நோக்கி  $6 \text{ ms}^{-1}$  வேகத்துடனும் கார் B வடக்கு நோக்கி  $8 \text{ ms}^{-1}$  வேகத்துடனும் செல்லுமாயின்  $V_{A,B}$  சார்பாக காண்க.



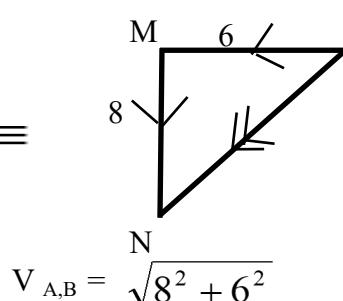
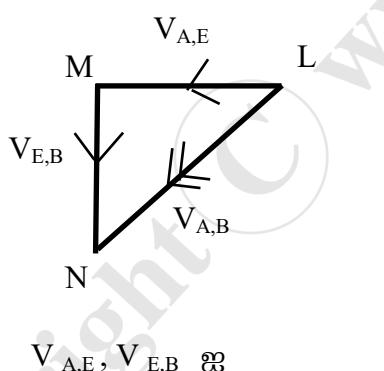
$$\begin{aligned} V_{A,B} &= V_{A,E} + V_{E,B} \\ &= 6 \text{ ms}^{-1} + \downarrow 8 \text{ ms}^{-1} \end{aligned}$$

முறை I



$$\begin{aligned} W &= \sqrt{8^2 + 6^2} \\ &= 10 \text{ ms}^{-1} \\ \theta &= \tan^{-1}\left(\frac{8}{6}\right) \\ &= \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) \end{aligned}$$

முறை II: வேகமுக்கோணி



$$\begin{aligned} V_{A,B} &= \sqrt{8^2 + 6^2} \\ &= 10 \text{ ms}^{-1} \\ \tan \theta &= \frac{8}{6} \\ \theta &= \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) \end{aligned}$$

முறையே பருமனிலும்  
திசையிலும் LM, MN  
ஆல் குறிப்பின் LN  
ஆனது பருமனிலும்  
திசையிலும்  $V_{A,B}$  ஜ  
குறிக்கும்.

தொகுப்பு :- திரு.இ.கிருஷ்ணதாஸ், ஆசிரியர், இணைந்த கணிதம் (யா/ அருணோதயக் கல்லூரி)

கணினி வடிவமைப்பு :- திரு.வேற்மணன் ஆசிரியர் - தகவல் தொடர்பாடல் தொழில்நுட்பம் (கிளி/இராமநாதபுரம் மேற்கு அ.த.க.பா)



உதாரணம் - 04

நேரான பாதை வழியே வடக்கு நோக்கி பஸ் A ஆனது  $8\text{ms}^{-1}$  கதியுடன் செல்லும் அதேவேளை வடக்கிலிருந்து  $60^\circ$  கிழக்குத் திசை நோக்கி கார் B ஆனது  $12\text{ms}^{-1}$  கதியுடன் பயணிக்கிறது. B சார்பாக A இன் வேகத்தைக் காண்க.

$$V_{A,E} = \uparrow 8\text{ ms}^{-1}$$

$$V_{B,E} = 12\text{ ms}^{-1} \angle 60^\circ$$

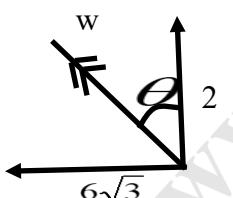
சார்பு வேகக் கோட்பாட்டை எழுதுவோம்.

$$V_{A,B} = V_{A,E} + V_{E,B}$$

$$= \uparrow 8\text{ ms}^{-1} + \angle 60^\circ 12\text{ ms}^{-1}$$

**முறை I : பிரிப்பு முறை**

$$V_{A,B} = \uparrow 8\text{ms}^{-1} + \begin{array}{l} 12\cos 60^\circ \\ 12\sin 60^\circ \end{array}$$



W அனது  $V_{A,B}$  இன் பருமனையும்  $\theta$  ஆனது திசையையும் குறிக்கும்.

$$W = \sqrt{2^2 + 108}$$

$$= \sqrt{112}\text{ms}^{-1}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{6\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$= \tan^{-1} (3\sqrt{3})$$

தொகுப்பு :- திரு.இ.கிருஷ்ணதாஸ், ஆசிரியர், இணைந்த கணிதம் (யா/ அருணோதயக் கல்லூரி)

கணினி வடிவமைப்பு :- திரு.வேற்மணன் ஆசிரியர் - தகவல் தொடர்பாடல் தொழில்நுட்பம் (கிளி/இராமநாதபுரம் மேற்கு அ.த.க.பா)

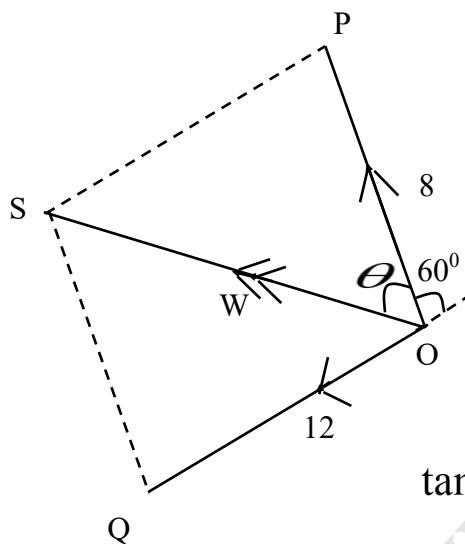


முறை II

$$V_{A,B} = V_{A,E} + V_{E,B}$$

$$= \sqrt{8 \text{ ms}^{-1} + 12 \text{ ms}^{-1}} \quad 12 \text{ ms}^{-1}$$

$8 \text{ ms}^{-1}$ ,  $12 \text{ ms}^{-1}$  என்பவற்றை பருமனிலும் திசையிலும் முறையே OP, OQ ஆல் வகை குறிப்பின OP, OQ ஜ அயற்பக்கமாகக் கொண்ட இணைகரம் OPSQ இன் மூலை விட்டம் OS ஆல் பருமனிலும் திசையிலும்  $V_{A,B}$  எனக் குறிப்பிடப்படும்.



$$\begin{aligned} W^2 &= 8^2 + 12^2 + 2 \times 8 \times 12 \cos 120^\circ \\ &= 64 + 144 - 96 \\ &= 112 \\ W &= \sqrt{112} \end{aligned}$$

$$\tan \theta = \frac{12 \sin 120^\circ}{8 - 12 \cos 120^\circ}$$

$$= \frac{12 \times \sqrt{3}}{8 - 6}$$

$$= \frac{6\sqrt{3}}{2}$$

$$= 3\sqrt{3}$$

$$\theta = \tan^{-1}(3\sqrt{3})$$

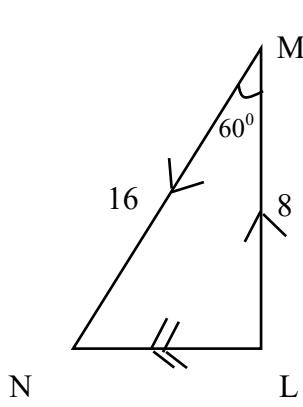


**முறை III: வேகமுக்கோணி வரைதல்**

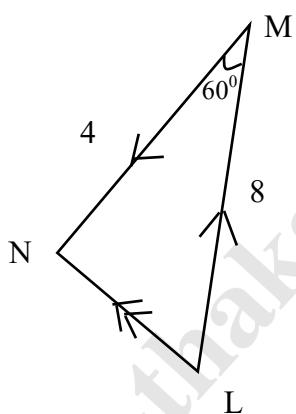
$$V_{A,B} = V_{A,E} + V_{E,B}$$

$$= \uparrow 8 \text{ ms}^{-1} + \cancel{\downarrow}^{60^\circ} 12 \text{ ms}^{-1}$$

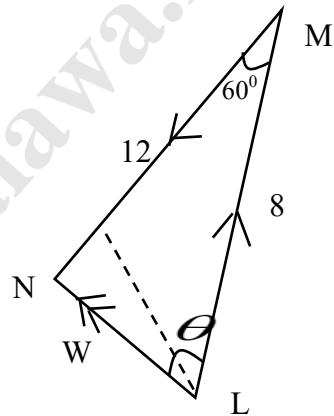
$8 \text{ ms}^{-1}$ ,  $12 \text{ ms}^{-1}$  என்பவற்றை முறையே LM, MN என்பவற்றால் பருமனிலும் திசையிலும் குறிப்பின் LN ஆனது பருமனிலும் திசையிலும்  $V_{AB}$  ஐத் தரும்.



பொருந்தாது



பொருந்தாது



$$\begin{aligned} W^2 &= 12^2 + 8^2 - 2 \times 12 \times 8 \cos 60^\circ \\ &= 144 + 64 - 96 \\ &= 112 \end{aligned}$$

$$W = \sqrt{112}$$

Sin விதிப்படி

$$\frac{\sin \theta}{12} = \frac{\sin 60^\circ}{W}$$

$$\sin \theta = \frac{12 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{112}}$$

$$\sin \theta = \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{112}}$$

**குறிப்பு:**

வேக முக்கோணியை வரைவதன் மூலம் சார்பு வேகத் தைக் காணுமாறு கேட்கப்படின் அம் முறையையே பயன்படுத்தல் வேண்டும்.