



இணைந்த கணிதம்

ക്രിസ്ത്യൻ കമ്മ്യൂണിറ്റി

This image shows a dense, hand-drawn mathematical notebook. The pages are filled with handwritten formulas, diagrams, and calculations. Key topics include:

- Algebra: Formulas for area, volume, and sequences.
- Trigonometry: Definitions of trigonometric functions for various quadrants, identities like $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$, and relationships between trigonometric functions.
- Calculus: Derivatives, integrals, and formulas for areas under curves.
- Geometry: Properties of triangles, circles, and other polygons, including formulas for area and perimeter.
- Number Theory: Formulas for binomial coefficients and properties of numbers.
- Complex Numbers: Definitions and properties of i and complex exponentials.
- Special Functions: Definitions and properties of hyperbolic functions like $\sinh(x)$, $\cosh(x)$, and $\tanh(x)$.
- Probability and Statistics: Basic concepts and formulas.
- Physics: Some basic formulas related to mechanics or optics.

The notebook is a mix of theoretical mathematics and practical calculations, with many diagrams illustrating geometric concepts and formulas.



கணத்தாக்கு (Impulse) மொத்தல் (Impact)

கணத்தாக்கு : (I)

புறவிசையின் தாக்கத்தினால் t நேர ஆயிடையில் ஏற்படும் உந்தமாற்றம் அந்நேர ஆயிடையில் அவ்விசையின் கணத்தாக்கு எனப்படும்.

ம திணிவுள்ள துணிக்கையின் t நேர ஆளிடையில் அதன் வேகம் ம விலிருந்து v க்கு மாறும் ஆயின் விசையின் கணத்தாக்கு I எனின்

$$I = m\underline{v} - m\underline{u}$$

மாறுவிசை F இனால் t நேரத்தில் வேகம் ம இலிருந்து v க்குமாற்றம் அடைந்தது எனின்

$$\underline{V} = \underline{u} + at$$

$$a = \frac{v - u}{t}$$

$$F = m a \Leftrightarrow \text{பிரயோகிக்க}$$

$$F = m \left(\frac{v - u}{t} \right)$$

$$F t = mv - mu$$

மாறும் விசை F ஆயின் கணத்தாக்கு $I = \int_0^t F dt$ ஆகும்

$$\begin{aligned} I &= \int_0^t F dt \\ &= \int m \frac{dv}{dt} dt \\ &= \int mdv \\ &= m|v|_u^v \\ &= mv - mu \end{aligned}$$



தொகுப்பு : திரு. S.V. மகேந்திரன். தொண்டமணாறு வெளிக்கள் நிலையம்

கணினி வடிவமைப்பு : திரு வே.தனேஸ்குமார் , த.தொ.தொ. ஆசிரியர் (கீளி/ஜெயபுரம் மகாவித்தியாலயம்)



உதாரணம் : 2kg திணிவுள்ள துணிக்கையில் புறவிசை ஒன்றை குறித்த நேர ஆயிடையில் பிரயோகிக்கும் போது வேகம் 6ms^{-1} இலிருந்து 15ms^{-1} இற்கு மாறும் எனில் விசையின் கணத்தாக்கத்தைக் காண்க. 4
செக்கனில் இம்மாற்றம் ஏற்படின் விசையின் பருமனைக்காண்க.

$$I = mv - mu$$

$$= 2 \times 15 - 2 \times 6$$

$$= 18 \text{ Ns}$$

$$I = Ft$$

$$18 = F \times 4$$

$$F = 9/2 \text{ N}$$

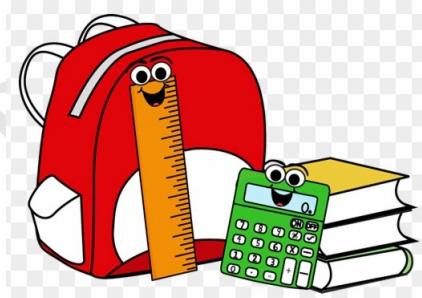
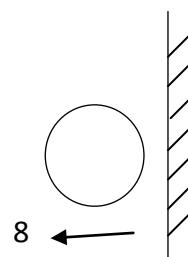
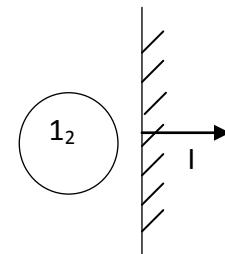
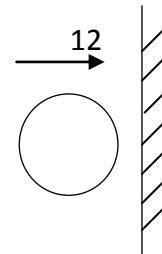
உதாரணம் : 1/2 kg திணிவுள்ள பந்து 12ms^{-1} வேகத்துடன் சுவரில் மோதி 8ms^{-1} வேகத்தில் பின்னடிக்கின்றது கணத்தாக்கத்தினைக்

காண்க.

$$\leftarrow I = mv - mu$$

$$I = \frac{1}{2} \times 8 - \frac{1}{2} \times (-12)$$

$$= 10 \text{ Ns}$$



தொகுப்பு : திரு. S.V. மகேந்திரன். தொண்டமனாறு வெளிக்கள் நிலையம்

கணினி வடிவமைப்பு : திரு வே.தனேஸ்குமார் , த.தொ.தொ. ஆசிரியர் (கீளி/ஜெயபுரம் மகாவித்தியாலயம்)



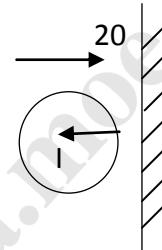
உதாரணம் : நீர்த்தாரை ஒன்று செக்கனுக்கு 25 m/s வீதம் நிலைக்குத்து சுவரை செங்குத்தாக 20ms^{-1}

வேகத்துடன் மோதி சுவர்வழியே வழிந்தோடுகிறது. சுவரினால் உண்டான கணத்தாக்கத்தையும் சுவர்மீதான உதைப்பையும் காண்க. (1L நீரின் திணிவு = 1kg)

$$\leftarrow I = mv - mu$$

$$I = 25 \times 0 - 25 (-20)$$

$$= 500\text{Ns}$$



$$I = F \times t$$

$$500 = F \times 1$$



உதாரணம் : ஒரு துணிக்கையின் மீதான கணத்தாக்கு I அதன் வேகத்தை பு இலிருந்து v க்கு மாற்றும் எனில் இயக்கச்சக்தி மாற்றம் $\frac{1}{2} I(v + u)$ எனக்காட்டுக.

$$\begin{aligned} \text{சக்திமாற்றம் } \Delta E &= \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2 \\ &= \frac{1}{2}m(v-u)(v+u) \\ &= \frac{1}{2}I(v+u) \end{aligned}$$

தொகுப்பு : திரு. S.V. மகேந்திரன். தொண்டமனாறு வெளிக்கள் நிலையம்

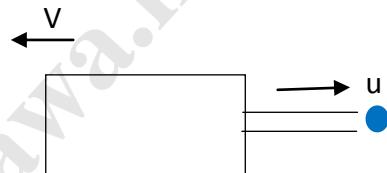
கணினி வடிவமைப்பு : திரு வே.தனேஸ்குமார் , த.தொ.தொ. ஆசிரியர் (கீளி/ஜெயபுரம் மகாவித்தியாலயம்)



உதாரணம் : M திணிவுள்ள துப்பாக்கி m திணிவுள்ள குண்டை சுடும் போது E என்ற இயக்கசக்தி உருவாகின்றது. துவக்கு பின்னடிக்கும் வேகம் $\sqrt{\frac{2mE}{M(M+m)}}$ எனக்காட்டுக.

$$I = \Delta mv$$

$$0 = Mv - mu$$



$$E = \frac{1}{2} Mv^2 + \frac{1}{2} mu^2$$

$$= \frac{1}{2} Mv^2 + \frac{1}{2} m\left(\frac{M}{m}v\right)^2$$

$$= \frac{1}{2} v^2 \left[M + \frac{M^2}{m} \right]$$

$$= \frac{1}{2} Mv^2 \left[\frac{m+M}{m} \right]$$

$$\therefore v^2 = \frac{2mE}{M(M+m)}$$

$$v = \sqrt{\frac{2mE}{M(M+m)}}$$



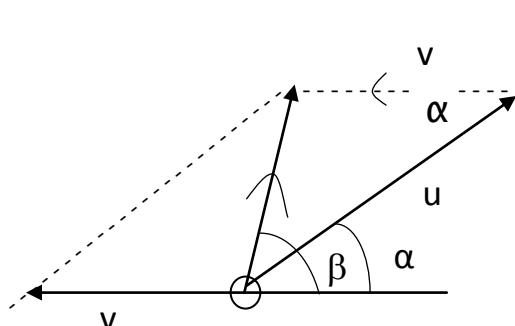
தொகுப்பு : திரு. S.V. மகேந்திரன். தொண்டமனாறு வெளிக்கள் நிலையம்

கணினி வடிவமைப்பு : திரு வே.தனேஸ்குமார் , த.தொ.தொ. ஆசிரியர் (கீளி/ஜெயபுரம் மகாவித்தியாலயம்)



உதாரணம் : M திணிவுள்ள துவக்கு m திணிவுள்ள குண்டை சுடும் போது சுயாதீனமாக பின்னடிக்கும்.

துவக்கின் குழாய் α ஒற்றக் கோணத்தில் அமைந்துள்ளது. குண்டு வெளியேறும் திசை கிடையுடன் அமைக்கும் கோணம். \tan^{-1} ல் $\left[\left[1 + \frac{m}{M} \right] \tan \alpha \right]$ எனக்காட்டுக.



$$I = \Delta mv$$

$$0 = Mv + m(v-u(\cos \alpha))$$

$$(M+m)v = mu \cos \alpha$$

1

sin விதிப்படி

$$\frac{u}{\sin(\pi - \beta)} = \frac{v}{\sin(\beta - \alpha)}$$

2

(1) + (2) \Rightarrow

$$\frac{M+m}{\sin \beta} = \frac{m \cos \alpha}{\sin(\beta - \alpha)}$$

$$(M+m)[\sin \beta \cos \alpha - \cos \beta \sin \alpha] = m \cos \alpha \sin \beta$$

$$(M+m)[\tan \beta - \tan \alpha] = m \tan \beta$$

$$M \tan \beta = (M+m) \tan \alpha$$

$$\tan \beta = \left(\frac{M+m}{m} \right) \tan \alpha$$

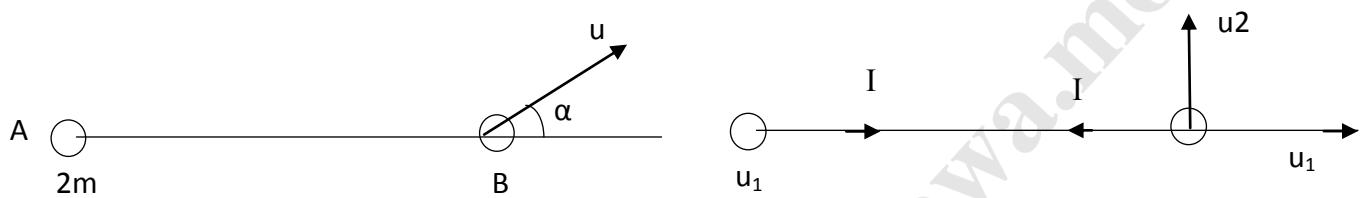
$$\tan \beta = \left(1 + \frac{m}{M} \right) \tan \alpha$$

தொகுப்பு : திரு. S.V. மகேந்திரன். தொண்டமனாறு வெளிக்கள் நிலையம்

கணினி வடிவமைப்பு : திரு வே.தனேஸ்குமார் , த.தொ.தொ. ஆசிரியர் (கீளி/ஜெயபுரம் மகாவித்தியாலயம்)



உதாரணம் : முறையே 2m, m திணிவுள்ள A,B என்ற இரு துணிக்கைகள் நீள இழை ஒன்றின் முன்குக்கு இணைக்கப்பட்டு இழை இறுக்கமாக இருக்க கிடைத்தளத்தில் வைக்கப்பட்டுள்ளது. AB யுடன் α என்ற கூரங்கோணத்தை ஆக்கும். திசையில் ப வேகத்தை கொடுக்கக்கூடிய கணத்தாக்கு வழங்கப்படுகிறது. துணிக்கைகள் இயங்க ஆரம்பிக்கும் வேகங்களையும், இழையின் கணத்தாக்கிமுடிவையும் காண்க.



$$\begin{aligned}
 \text{A க்கு} & \rightarrow I = \Delta mv \\
 & I = 2mu_1 \quad \text{--- ①} \\
 \text{B க்கு} & \rightarrow -I = mu_1 - mu \cos \alpha \quad \text{--- ②} \\
 \uparrow & O = mu_2 - mu \sin \alpha \\
 & u_2 = u \sin \alpha \quad \text{--- ③} \\
 \text{①} + \text{②} & O = 3mu_1 - mu \cos \alpha \\
 & u_1 = \frac{1}{3} u \cos \alpha
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{B ன் வேகம்} & = \sqrt{u_1^2 + u_2^2} \\
 & = \sqrt{\frac{u^2}{9} \cos^2 \alpha + u^2 \sin^2 \alpha} \\
 & = \frac{u}{3} \sqrt{1 + 8 \sin^2 \alpha}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \tan \theta &= \frac{u_2}{u_1} = \frac{u \sin \alpha}{\frac{1}{3} u \cos \alpha} \\
 &= 3 \tan \alpha
 \end{aligned}$$

$$\theta = \tan^{-1}(3 \tan \alpha)$$



தொகுப்பு : திரு. S.V. மகேந்திரன். தொண்டமனாறு வெளிக்கள் நிலையம்

கணினி வடிவமைப்பு : திரு வே.தனேஸ்குமார் , த.தொ.தொ. ஆசிரியர் (கீளி/ஜெயபுரம் மகாவித்தியாலயம்)

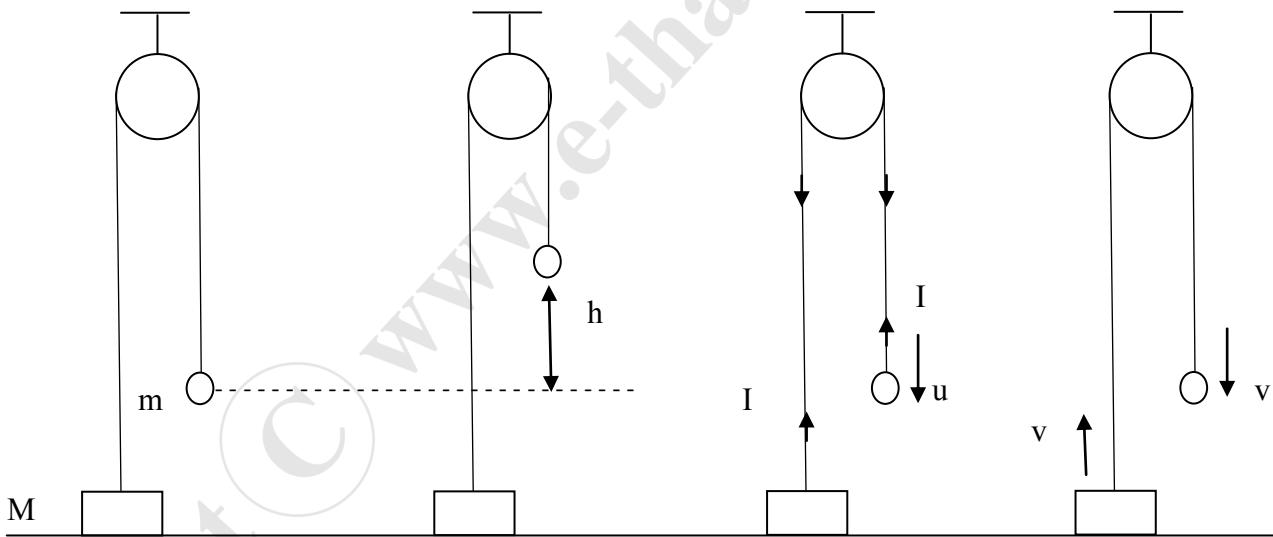


உதாரணம் : M திணிவு மேசைமீது ஒய்விலுள்ளது. நீள இழையில் ஒருமுனை M க்கு இணைக்கப்பட்டு நிலையான ஒப்பமான கப்பி மேலாக சென்று மறுமுனையில் m (< M) திணிவு இணைக்கப்பட்டு அது மேசையின் மேலுள்ளவாறு இழையின் பகுதிகள் நிலைக்குத்தாக உள்ளது. m திணிவு h உயர்த்துக்கு ஆரம்பநிலையிலிருந்து உயர்த்தப்பட்டு விடப்படுகின்றது.

i. M திணிவு மேலெழும்பும் வேகம் யாது

ii. இழையின் கணத்தாகத்தைக் காண்க.

iii. m விடப்பட்டு $\frac{M}{M-m} \sqrt{\frac{2h}{g}}$ நேரத்திறன்பின் தொகுதி கண நிலை ஒய்வுக்கு வரும் எனக்காட்டுக.



u காண்பதற்கு

$$v^2 = u^2 + 2us$$

$$u^2 = 0 + 2gh$$

$$u = \sqrt{2gh}$$

தொகுப்பு : திரு. S.V. மகேந்திரன். தொண்டமனாறு வெளிக்கள் நிலையம்

கணினி வடிவமைப்பு : திரு வே.தனேஸ்குமார் , த.தொ.தொ. ஆசிரியர் (கீளி/ஜெயபுரம் மகாவித்தியாலயம்)



M க்கு

$$I = \Delta mv \downarrow$$

$$-I = m(v - u) \quad \text{---} \quad 1$$

$$\uparrow I = Mv \quad \text{---} \quad 2$$

$$O = Mv + m(v - u)$$

$$(M + m)V = m u$$

$$v = \frac{m}{M + m} \sqrt{2gh}$$

கணத்தாக்கத்தின் பின் இழுவை T, ஆர்முடுகல்

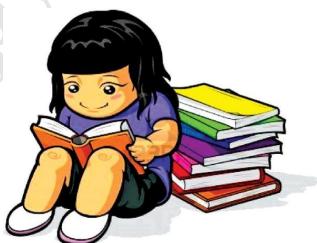
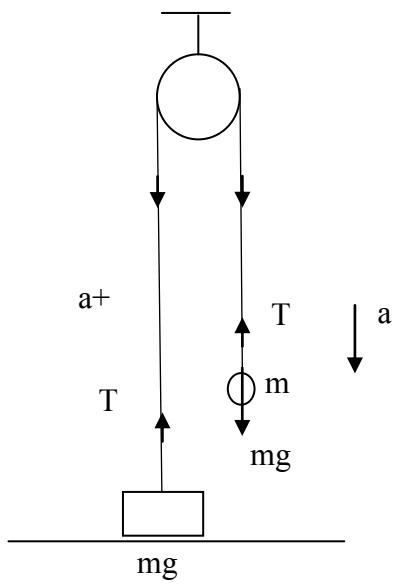
M க்கு

$$mg - T = ma$$

$$T - Mg = Ma$$

$$a = \left(\frac{m - M}{M + m} \right) g$$

$$= m \left[g - \frac{m - M}{M + m} g \right]$$



தொகுப்பு : திரு. S.V. மகேந்திரன். தொண்டமனாறு வெளிக்கள் நிலையம்

கணினி வடிவமைப்பு : திரு வேதனேஸ்குமார், த.தொ.தொ. ஆசிரியர் (கீளி/ஜெயபுரம் மகாவித்தியாலயம்)