18 தொடைகள்

இப்பாடத்தைக் கற்பதனூடாக நாங்கள்......

- தொடைகளுக்கு குறியீடுகளைப் பயன்படுத்தும் சந்தர்ப்பங்களை அறிவோம்.
- தொடைகளை சொற்களால் விபரிக்கும் முறையை அறிவோம்.
- தொடைகளின் முதலிமையைக் காண்போம்.
- தொடைகளை வென் உருவில் காட்டுவோம்.
- தொடைகள் தொடர்பான பிரசினங்களைத் தீர்ப்போம்.

அன்றாட வீட்டு வேலைகளின்போது நேரடியாக அல்லது மறை முகமாகத் தொடைகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. சமயலறையில் உணவு தயாரிப்பதற்குப் பயன்படும் பலசரக்குச் சாமான்கள், சாறுவகைகள், உணவு சுவையூட்டி வகைகள், உணவு தயாரிப்பதற்குத் தேவையான பொருட்பட்டியல், குடும்ப அங்கத்தவர்கள், மூலவர்ணங்கள், வீட்டில் வளர்க்கும் செல்லப் பிராணிகள் ஆகியவற்றை தொடைகளில் உள்ளடக்கக்கூடிய முறைகளைப் பார்ப்போம்.

- தொடையில் மூலகங்கள் விபரிக்கப்பட்டுள்ளதன்படி அவற்றை இரட்டை அடைப்பினுள் எழுதுதல்.
- மூலகங்களை இரட்டை அடைப்பினுள் காட்டுதல்.
- வென் உருவில் காட்டுதல்.

ஆகிய பல்வேறு முறைகளினூடாக நீங்கள் தொடைகளை எழுதிக்காட்டிய முறைகளைப் பற்றி மேலும் கற்போம். அதற்காக கீழே தரப்பட்டுள்ள செயற்பாட்டைச் செய்யுங்கள்.

செயற்பாடு - 1

கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு தொடையையும் நீங்கள் விரும்பிய ஏதாவது ஒரு தொடைக் குறிப்பீட்டு முறையைப் பயன்படுத்தி எழுதிக் காட்டுங்கள்.

(1) X = { மூல வர்ணங்கள் }
Y = { முதல் 6 முக்கோணி எண்கள் }
P = { x /x என்பது 10 இலும் குறைந்த இரட்டை எண்கள் $x > 0$ }

Q = 2 3 5 7

R = வார நாட்கள்

(2) X = { 1 இற்கும் 8 இற்கும் இடைப்பட்ட ஒற்றை எண்கள்} ஆகும்.

(i) x இற்குரிய மூலகங்கள் அனைத்தையும் இரட்டை அடைப்பினுள் எழுதுங்கள்.

(ii) n(x) யாது?

(iii) தொடை X இன் தொடைப்பிரிவுகள் எத்தனை உள்ளன?

(iv) தொடை X இன் மூலகங்களைப் பயன்படுத்தி முதன்மை எண்களைக் கொண்ட தொடைப்பிரிவை எழுதுக.

(3) கீழே தரப்பட்டுள்ள குறியீடுகளைப் பயன்படுத்தி வெற்றிடங்களை நிரப்புங்கள். $\in, \notin, \subset, \not\subset$

(i) 8 .... {இரட்டை எண்கள்}

(ii) $\frac{1}{2}$ ....{எண்ணும் எண்கள்}

(iii) {இரட்டை எண்கள்}............... {3, 5, 7, 9}

(iv) {6}.................. ...{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

(v) {1, 3} ....{முதன்மை எண்கள்}

(vi) ஊதா நிறம் ....{மூல வர்ணங்கள்}

(vii) ϕ ....{2, 3, 5, 7, }

(4) நீங்கள் விரும்பிய சூனியத் தொடைகள் இரண்டை விபரியுங்கள்.

தொடைக்குறிப்பீட்டுமுறை

P = {x : 1 < x < 9, x முதன்மை எண் }
மேலே தொடை ஒன்று விபரிக்கப்பட்டுள்ளது.

தொடை P சமன் x, இங்கு 1 இலும் பெரிய 9 இலும் சிறிய முதன்மை எண்கள் என்பதாகும்.
B = {100 இலும் குறைந்த ஒற்றை எண்கள்}இதனை பின்வருமாறு தொடைக்

குறிப்பீட்டிலும் எழுத முடியும்.

$B = \{x : 0 < x < 100$, x ஒற்றை எண்கள்$\}$

இங்கு குறிப்பீட்டு முறை "மூலகங்களைப் பிறப்பிக்கும் வடிவம்" எனப்படும். அதிக மூலகங்களைக் கொண்ட தொடைகளை இவ்வாறு எழுதிக் காட்டுவது இலகுவான முறையாகும்.

$C = \{ x : 1 < x < 10, \; x \in \mathbb{Z} \}$

$C = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$ (தொடை C இன் மூலகங்கள் எழுதப்பட்டுள்ளன.)

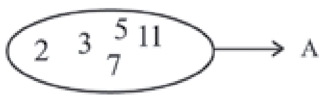
பயிற்சி 18.1

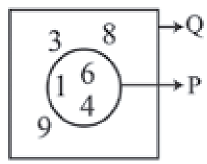
கீழே தரப்பட்டுள்ள தொடைகளை மூலகங்களாக எழுதிக்காட்டுங்கள்

(i) $A = \{x : 5 < x < 40$, x ஆனது 5 இன் மடங்கு $\}$
(ii) $B = \{a : 7 < a < 20$, a முதன்மை எண்$\}$
(iii) $P = \{n ; n + 4 = 12, \; n \in N \}$
(iv) $Q = \{x ; x + 5 < 18, \; x \in N \}$
(v) $T = \{n ; \; n^2 + 2n + 1 = 0 \; n \in \mathbb{Z} \}$

(2) மேலே தரப்பட்டுள்ள தொடைகளின் மூலகங்களை எழுதுக.

(3) கீழே தரப்பட்டுள்ள தொடைகளை தொடைக் குறிப்பீட்டுமுறையில் எழுதிக் காட்டுங்கள்.

(i) 

(ii) $P = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ (iii) 

முடிவுள்ள தொடைகள் (Finite sets)

X = { 1 தொடக்கம் 10 வரையுள்ள எண்ணும் எண்கள்}

$X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$; $n(x) = 9$

P = {வானவில்லிலுள்ள நிறங்கள்}

$P = \{V, I, B, G, Y, O, R \}$

P = { ஊதா, கருநீலம், நீலம், பச்சை, மஞ்சள், செம்மஞ்சள், சிவப்பு}; $n(p) = 7$

T = {வருடத்திலுள்ள மாதங்கள்}; $n(T) = 12$

மேலே தரப்பட்டுள்ள தொடைகளின் மூலகங்களின் எண்ணிக்கைக்கு பெறுமானம் உண்டு. இது திட்டவட்டமாகக் கூறக்கூடிய பெறுமானமாகும். அவ்வாறு திட்டவட்டமாக மூலகங்களின் எண்ணிக்கையைக் கூறக்கூடிய தொடைகள் முடிவுள்ள தொடைகள் எனப்படும்.

முடிவிலித் தொடைகள் (Infinite sets)

A = { எண்ணும் எண்கள் }　　E = { ஒரு மையவட்டங்கள்}

B = {இரட்டை எண்கள்}　　F = {ஒரு நேர்கோட்டுக்கு சமாந்தரமான நேர்கோடுகள்}

C = {முதன்மை எண்களை}

மேலே தரப்பட்டுள்ள தொடைகளின் மூலகங்களின் எண்ணிக்கையை கூற முடியுமா? எண்ணும் எண்களின் தொடையை எழுதி முடிக்க முடியுமா?

இரட்டை எண்களின், முதன்மை எண்களின் இறுதி எண்களை எழுத முடியுமா?

மூலகங்களின் எண்ணிக்கையை தீர்மானிக்க முடியாத தொடைகள் 'முடிவிலித் தொடைகள்' எனப்படும். ($\mathbb{Z}, \mathbb{N}$ ஆகிய தொடைகள் முடிவிலித் தொடைகளாகும்).

பூச்சியத் தொடை (Null sets)

M = {1 இற்கும் 2 இற்கும் இடைப்பட்ட முழு எண்கள்}

N = { எமது வகுப்பில் 300kg நிறையிலும் கூடிய நிறை உடைய மாணவர்கள்}

O = {உலகிலுள்ள 4m இலும் கூடிய உயரமுடைய மனிதர்கள்}

1இற்கும் 2 இற்கும் இடையில் முழு எண்கள் இல்லை $n(M) = 0$ ஆகும்.

அவ்வாறே 300kg கூடிய நிறையுடைய மாணவர்கள் இல்லை.

4m இலும் கூடிய உயரமுடைய மனிதர்கள் இல்லை.

இவ்வாறான தொடைகளுக்கு மூலகங்கள் இல்லை இவ்வாறான தொடைகள் "சூனியத் தொடைகள்' எனப்படும்.
சூனியத் தொடை{ } அல்லது ϕ எனும் குறியீட்டால் காட்டப்படும்.

சூனியத்தொடையை $\{\phi\}$ என எழுத முடியாது. அதனை { } அல்லது ϕ என எழுதுதல் வேண்டும்.

ϕ என்பது லீரோ (Liro) என கூறப்படும் ஒரு குறியீட்டு எழுத்தாகும்.

பயிற்சி 18.2 

(1) கீழே தரப்பட்டுள்ள தொடைகளை முடிவிலித் தொடைகள், முடிவுள்ள தொடைகள் என வேறுபடுத்துங்கள்.

X = {சூழலில் உள்ள உயிரினங்கள்}
Y = {1இற்கும் 100 இற்கும் இடைப்பட்ட முதன்மை எண்கள்}
P = {தரப்பட்ட நேர்கோட்டிற்கு சமாந்தரமாக வரையக் கூடிய நேர்கோடுகள்}
Q = {நீங்கள் பரீட்சைக்குத் தோற்றும் பாடங்கள்)
R = {ஆங்கில எழுத்துக்கள்}
S = {முக்கோணி எண்கள்}
T = {இலங்கையின் தலை நகரங்கள்}
U = {நிறைவர்க்க எண்கள்}

(2) கீழே தரப்பட்டுள்ள தொடைகளில் சூனியத் தொடைகளை வேறுபடுத்துங்கள்.

A = {a; a முதன்மை எண்கள்}
B = $\{x;\ x^2 = 2, x > 1\ \ x \in \mathbb{Z}\}$
C = {12 இற்கு குறைந்த முதன்மை எண்கள்}
D = $\{p;\ 3p + 1 = 7;\ p \in \mathbb{Z}\}$
E = $\{y;\ 5y - 1 = 14\ \ y \in \mathbb{Z}\}$

சமதொடை (Equal sets)

A = { 2, 4, 6, 8} B = { 0 இலும் பெரிய 10 இலும் சிறிய இரட்டை எண்கள்)
B = { 2, 4, 6, 8}

தொடை A இன் மூலகங்களும், தொடை B இன் மூலகங்களும் சமனாகும்.
A, B என்பன சமனாகும். A = B என எழுதலாம்.

இங்கு தொடை A ஆனது தொடை B யின் தொடைப்பிரிவு ஆகும். தொடை B ஆனது தொடை A யின் தொடைப் பிரிவு ஆகும்.

X = {a, e, i, o, u} , n(x) = 5 y = { ஆங்கில உயிர் எழுத்துக்கள்}
∴ Y = {a, e, i, o, u} n(y) = 5

X இலுள்ள ஒவ்வொரு மூலகமும் Y இல் உள்ளது. Y இல் உள்ள ஒவ்வொரு மூலகமும் X இல் உள்ளது.

∴ X, Y சமதொடையாகும். $\boxed{X = Y}$

X, Y இன் தொடைப்பிரிவு Y, X இன் தொடைப்பிரிவு ஆகும்.

A, B என்பன இரு தொடைகளாயின் A என்பது B யின் தொடைப்பிரிவாகவும் B என்பது A யின் தொடைப்பிரிவாகவும் இருப்பின் A, B என்பன சம தொடை-களாகும்

சமவலுத் தொடை (Equivalent sets)

S = {TRIANGLE, எனும் சொல்லிலுள்ள எழுத்துக்களின் தொடை}
T = {1 தொடக்கம் 8 வரையுள்ள எண்ணும் எண்கள்}
$\therefore$ S = { T, R, A, I, N, G, L, E} T = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}
$n(S) = 8$ $n(T) = 8$

S,T ஆகிய இரு தொடைகளின் மூலகங்களின் எண்ணிக்கை சமனாக இருந்தபோதும் மூலகங்கள் சமனாக அமையாது.

யாதேனும் இரு தொடைகளின் மூலகங்களின் எண்ணிக்கை சமனாயின் அவ்விரு தொடைகளும் சமவலுத் தொடைகள் ஆகும்.

சம தொடைகள் இரண்டு சமவலுத்தொடையாகும். ஆனால் சமவலுத் தொடைகள் இரண்டு சமதொடையாகாது.

தொடை ஒன்றின் நிரப்பி (Complement of a set)

குறித்த ஒரு சந்தர்ப்பத்தில் குறித்த விடயம் சார்ந்த மூலகங்கள் யாவற்றையும் உள்ளடக்கியதாக அமையும் தொடை அகிலத்தொடையாகும் எனக் கற்றுள்ளீர்கள்.

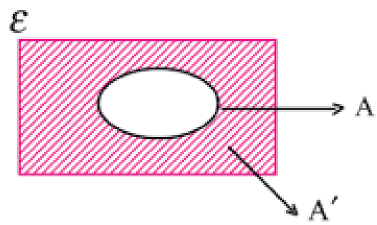
ε = { 1 தொடக்கம் 9 வரையுள்ள எண்ணும் எண்கள்}

A = {2, 3, 5, 7} ε = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

A இல் இல்லாததும் அகிலத்தொடையில் எஞ்சியுள்ளதுமான மூலகங்களையுடைய தொடை, தொடை A இன் நிரப்பித் தொடை எனப்படும். A இன் நிரப்பித் தொடை A' எனக் குறிக்கப்படும்.

அதன் படி $A' = \{1, 4, 6, 8, 9\}$ ஆகும்

$\boxed{AUA^{1} = \varepsilon}$ $\boxed{n(A) + n(A') = n(\varepsilon)}$



பயிற்சி 18.3

கீழே தரப்பட்டுள்ள தொடைகளில் சமவலுத்தொடைகளைத் தெரிவு செய்யுங்கள்.

(1) (i) X = {P, Q, R, S}, Y = {1, 3, 5, 7, 9}
(ii) P = {ச, ரி, க, ம, ப}, Q = { }
(iii) T = {"கவனம்" என்னும் சொல்லிலுள்ள எழுத்துக்கள்}
S = {பணம் என்னும் சொல்லிலுள்ள எழுத்துக்கள்}
(iv) A = {1இற்கும் 10 இற்கும் இடையிலுள்ள இரட்டை எண்கள்}
B = {1இற்கும் 10 இற்கும் இடையிலுள்ள ஒற்றை எண்கள்}
(v) A = {45 615 உள்ள இலக்கங்கள்}, B = {65 623 எண்ணிலுள்ள இலக்கங்கள்}

(2) கீழே தரப்பட்டுள்ள தொடைகளிலிருந்து சமதொடைகளைத் தெரிவு செய்யுங்கள்.

(i) A = { 1இற்கும் 10 இற்கும் இடையிலுள்ள இரட்டை எண்கள்}
B = {8462 எனும் எண்ணிலுள்ள இலக்கங்கள்}

(ii) P = {“நகரம்” எனும் சொல்லிலுள்ள எழுத்துக்கள்}
Q = {“பணம்” எனும் சொல்லிலுள்ள எழுத்துக்கள்}

(iii) S = { 2, 7, 9, 12} T = { 3, 7, 9, 12}

(iv) X = {e, a, v, t, h } , Y = {a, e, h, r, t}

(v) C = {"Park"என்னும் சொல்லிலுள்ள எழுத்துக்கள்}
D = {"Fork" என்னும் சொல்லிலுள்ள எழுத்துக்கள்}

(3) தரப்பட்டுள்ள அகிலத் தொடையைப் பயன்படுத்தி கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு தொடையினதும் நிரப்பித்தொடையை எழுதுங்கள்.

(i). $\mathcal{E}$ = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}
A = {4, 5, 8, 9} B = { 2, 4, 6, 8, 10}
C = {1, 5, 7, 9, 11} D = {1, 3, 6, 10} E = {1, 4, 9}

***தொடைகளின் ஒன்றிப்பு* (union sets)**

A = {"TRIANGLES" எனும் சொல்லிலுள்ள எழுத்துக்கள்}
A = {T, R, I, A, N, G, L, E, S}
B = {"ANGELS" எனும் சொல்லிலுள்ள எழுத்துக்கள்}
B = {A, N, G, L, E, S}

A,B ஆகிய இரு தொடைகளிலும் உள்ள அனைத்து மூலகங்களையும் பயன்படுத்தி தொடை ஒன்றை எழுதுவோம். தொடை ஒன்றில் ஒரு மூலகம் ஒரு தடவைக்கு மேல் எழுதப்படமாட்டாது.

$\therefore$ A, B ஆகிய இரு தொடைகளிலுமுள்ள அனைத்து மூலகங்களையும் உள்ளடக்கிய தொடை = { A, N, G, L, E, S, T, R, I} A,B ஆகிய இரு தொடைகளிலுமுள்ள அனைத்து மூலகங்களையும் உள்ளடக்கிய தொடை அவற்றின் ஒன்றிப்புத் தொடை எனக் கூறுவோம். இதனைக் குறியீடு மூலம் $A \cup B$ என எழுதுவோம்.

இதன்படி $A \cup B$ = {A, N, G, L, E, S, T, R, I}ஆகும்..

P = { டெனிஸ் விளையாட்டில் பங்கு பற்றும் பிள்ளைகள்}

P = { ரவி, சுரேஸ், காமீல், கமல், ராஜா}

Q = {சதுரங்கவிளையாட்டில் பங்குபற்றும் பிள்ளைகள்}

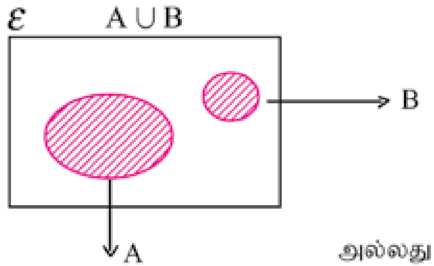
Q = { காமீல், சுரேஸ், ஹஸன், வரதன், குணா}

டெனிஸ், சதுரங்க விளையாட்டுக்களில் பங்குபற்றும் பிள்ளைகள்.

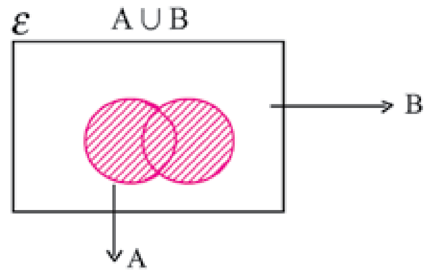
$P \cup Q$={ரவி, சுரேஸ், காமீல், கமல், ராஜா, ஹஸன், வரதன், குணா}

இரு தொடைகளின் ஒன்றிப்பு என்பது இரு தொடைகளிலுமுள்ள அனைத்து மூலகங்களையும் உள்ளடக்கிய தொடையாகும்.

AUB இனை வென்னுருவில் பின்வருமாறு காட்ட முடியும்.



அல்லது



$A \cup B = \{x : x \in A$ அல்லது $x \in B\}$

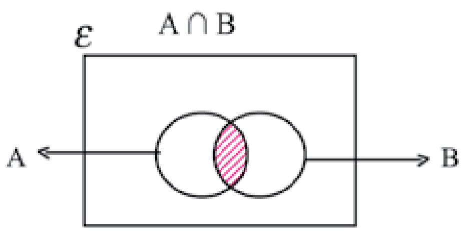
தொடைகளின் இடைவெட்டு (Intersection)

மேலே கூறப்பட்ட தொடைகள் P, Q என்பவற்றில்
டெனிஸ் விளையாடும் பிள்ளைகள்

P={ரவி, சுரேஸ், காமீல், கமல், ராஜா}
சதுரங்கம் விளையாடும் பிள்ளைகள்
Q={காமில், சுரேஸ், ஹஸன், பரதன், குணா}
டெனிஸ், சதுரங்கம் ஆகிய இரு விளையாட்டுக்களையும் விளையாடும் பிள்ளைகளின் தொடை {காமீல், சுரேஸ்} ஆகும்.
இரு தொடைகளிலும் பொதுவாகக் காணப்படும் மூலகங்களின் தொடையானது அவ்விரு தொடைகளினதும் இடைவெட்டுத் தொடை எனப்படும்.
இடைவெட்டுத் தொடையின் குறியீடு $\cap$ ஆகும்.
$\therefore\ P \cap Q$ = {காமீல், சுரேஸ்}

யாதேனும் இரு தொடைகளுக்கும் பொதுவாகக் காணப்படும் மூலகங்களின் தொடை அவ்விரு தொடைகளினதும் இடைவெட்டுத் தொடையாகும்.

இதனை வென் வரிப்படம் மூலம் காட்டினால்



$A \cap B = \{x : x \in A$ உம் $x \in B\}$

மூட்டற்ற தொடை (Disjoint sets)

$A = \{2, 4, 6, 8\}$ $B = \{3, 5, 7, 9, 11\}$

$A \cap B = \phi$ ஆகும். இரு தொடைகளுக்கும் பொது மூலகம் இல்லை. இடைவெட்டும் தொடை சூனியத்தொடையாகும் போது அத்தொடைகள் இரண்டும் மூட்டற்ற தொடைகளாகும்.

$A \cap B = \phi$ ஆயின் A,B என்பன மூட்டற்ற தொடைகளாகும்.

பயிற்சி 18.4

(1) $X = \{$க, ம, த, ன, ய$\}$, $Y = \{$ வ, ச,த, ன, ந$\}$

(i) $X \cap Y$ (ii) $X \cup Y$ ஐக் காணுங்கள்.

(2) $A = \{$20 இலும் குறைந்த 2 இன் மடங்குகள்$\}$

$B = \{$20 இலும் குறைந்த 4ன் மடங்குகள்$\}$

(i) $A \cap B$ (ii) $A \cup B$

ஆகியவற்றின் மூலகங்களை எழுதுக.

(3) $P = \{3, 5, 7, 9\}$ $Q = \{2, 3, 5, 7, 11\}$ $R = \{2, 4, 7, 8, 9, 11\}$

(i) $P \cap Q$ (ii) $P \cup Q$ (iii) $P \cap R$ (iv). $Q \cap R$

(v) $Q \cup R$ (vi) $P \cup R$ ஐக் காணுங்கள்.

(4) கீழே தரப்பட்டுள்ள தொடைகளில் மூட்டற்ற தொடைகளைத் தெரிவு செய்யுங்கள்.

(i) $X = \{5, 7, 9\}$ $Y = \{2, 3, 5\}$

(ii) $A = \{$க, ம, லா$\}$ $B = \{$சா, மி, தா$\}$

(iii) $P = \{$"தர்மம்" எனும் சொல்லிலுள்ள எழுத்துக்கள்$\}$

$Q = \{$"மர்மம்" எனும் சொல்லினுள்ள எழுத்துக்கள்$\}$

(iv) $S = \{$ச, ர, வ, ண, ன்$\}$ $T = \{$ர, ம, ண, ன்$\}$

(v) $M = \{$ 20 இலும் கூடிய முக்கோணி எண்கள்$\}$

$W = \{$20 இலும் குறைந்த முதன்மை எண்கள்$\}$

(5) $\xi = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11\}$ இவற்றிலிருந்து

$X = \{2, 3, 5, 7\}$ $Y = \{11, 9, 8, 7\}$ உபதொடைகள் தரப்பட்டுள்ளன

பின்வருவனவற்றின் மூலகங்களைக் எழுதுக.

(i) X' (ii) Y' (iii) $(X \cap Y)'$ (iv) $(X \cup Y)'$

(v) $X' \cup Y$ (vi) $X \cup Y'$ (vii) $X' \cap Y'$ (viii) $X' \cup Y'$

இரு தொடைகளின் **மூலகங்களின் எண்ணிக்கைளுக்குக்கிடையேயான தொடர்பு**

$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17\}$; $n(A) = 7$

$B = \{2, 4, 6, 9, 11\}$; $n(B) = 5$

$(A \cup B) = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 11, 13, 17\}$, $n(A \cup B) = 10$

$(A \cap B) = \{2, 11\}$ $n(A \cap B) = 2$

$n(A) + n(B)$ $= 7 + 5$ $= 12$	$n(A \cup B) + n(A \cap B)$ $= 10 + 2$ $= 12$

$\therefore\ n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ $\therefore\ n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$10 = 7 + 5 - 2$

$10 = 12 - 2$

ஆகவே $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

இங்கு இதனை விரும்பியவாறு ஒழுங்குபடுத்திக்கொள்ள முடியும். இவ்வாறு இரு தொடைகளின் மூலகங்களின் கூட்டுத்தொகையானது அவ்விரு தொடைகளின் ஒன்றிப்புத் தொடை, இடைவெட்டுத் தொடைகளின் மூலகங்களின் கூட்டுத்தொகைக்குச் சமனாகும்.

இதனை யாதேனும் இரு தொடைகளின் மூலகங்களின் கூட்டுத்தொகையிலிருந்து அவ்விரு தொடைகளின் இடைவெட்டுத் தொடையின் மூலகங்களின் எண்ணிக்கையைக் கழித்து வருவது அவ்விரு தொடைகளின் ஒன்றிப்புத் தொடையின் மூலகங்களின் எண்ணிக்கைக்கு

$$\boxed{\therefore\ n(A) + n(B) - n(A\cap B) = n(A\cup B)}$$

$P = \{2, 4, 6, 8, 10\};\quad n(P) = 5$

$Q = \{3, 5, 7, 9\}; n(Q) = 4$

$P\cap Q = \phi, \therefore n(P\cap Q) = 0$

$P\cup Q = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\};\quad n(P\cup Q) = 9$

மேலே தொடைகள் P,Q என்பன மூட்டற்ற தொடைகளாகும்.

$$n(P) + n(Q) - n(P\cap Q) = n(P\cup Q)$$

$$5 + 4 - 0 = 9$$

$\therefore n(P\cap Q) = 0$ ஆயின் $\boxed{n(P) + n(Q) = n(P\cup Q)}$

இதன்படி மூட்டற்ற இரு தொடைகளுக்கு இடையிலான தொடர்பானது மேலே கூறப்பட்ட கூற்றுடன் பொருந்துகின்றது.

பயிற்சி 18.5

(1) தொடைகள் P, Q ஆகியவற்றில் $n(P) = 4$, $n(Q) = 9$, $n(P\cap Q) = 3$ ஆயின் $n(P\cup Q)$ ஐக் காணுங்கள்.

(2) தொடை A,B என்பவற்றில். $n(A) = 10$, $n(B) = 7$, $n(A\cup B) = 12$ ஆயின். $n(A\cap B)$ ஐக் காணுங்கள்.

(3) தொடை X இலுள்ள மூலகங்களின் எண்ணிக்கை 12, தொடை Y இலுள்ள மூலகங்களின் எண்ணிக்கை, 8. இவ்விரு தொடைகளுக்கும் பொதுவான மூலகங்களின் எண்ணிக்கை 6 எனின் $n(X\cup Y)$ ஐக் காணுங்கள்.

(4) தொடை S இல் உள்ள மூலகங்களின் எண்ணிக்கை 20 ஆகும். S, Y ஆகிய இரு தொடைகளிலுமுள்ள பொதுவான மூலகங்களின் எண்ணிக்கை 7 ஆகும். இரு தொடைகளினதும் ஒன்றிப்புத் தொடையிலுள்ள மூலகங்களின் எண்ணிக்கை 32 எனின் தொடை Y இல் உள்ள மூலகங்களின் எண்ணிக்கை யாது?

(5) ஒரு விளையாட்டுக் குழுவிலுள்ள 45 பேர்களில் கைப்பந்து விளையாட்டை விரும்புவோர் 40 பேர். கைப்பந்து, டெனிஸ் ஆகிய இரு விளையாட்டுக்களையும் விரும்புவோர் 12 பேர் எனின் டெனிஸ் விளையாட்டை மட்டும் விரும்புவோர்களின் எண்ணிக்கையைக் காணுங்கள்.

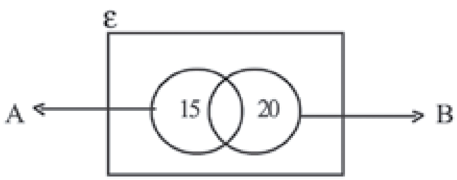
(6) ஒரு விளையாட்டுக் குழுவிலுள்ள 30 பேரில் 20 பேர் நகர் விளையாட்டில் ஈடுபடுவர். 15 பேர் கிரிகெட் விளையாட்டில் ஈடுபடுவர். 8 பேர் இவ்விரு விளையாட்டுக்களிலும் ஈடுபடுவர்.

(i) இவ்விரு விளையாட்டிலும் ஈடுபடாதவர்களின் எண்ணிக்கை யாது?
(ii) இவ்விரு விளையாட்டுக்களிலும் நகர் மட்டும் விளையாடுவோரின் எண்ணிக்கை யாது?
(iii) கிரிக்கட் மட்டும் விளையாடுவோரின் எண்ணிக்கை யாது?

(7) "COMMUNICATION" எனும் சொல்லிலுள்ள எழுத்துக்களின் தொடை X ஆகும்.

(i) தொடை X இற்குரிய மூலகங்களை எழுதுக.
(ii) n(X) எழுதுக.
(iii) "GENERATION" எனும் சொல்லிலுள்ள எழுத்துக்களின் தொடை Y ஆயின் X, Y தொடைகளை வென்உருவில் காட்டுங்கள்.
(iv). Z = {A, N, I, T, O} ஆயின் Z ஐ தொடைகள் X,Y இல் தருக.

(8)



கணிதம்,விஞ்ஞானம் ஆகிய இரு பாடங்களுக்கும் தோற்றிய மாணவர்களின் எண்ணிக்கையை இவ்வென்னுரு காட்டுகின்றது

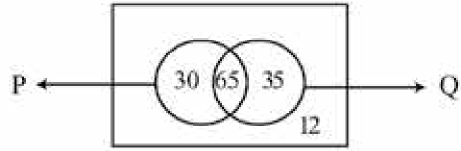
A = {கணித பாடத்திற்கு தோற்றியோர்}
B = {விஞ்ஞான பாடத்திற்கு தோற்றியோர்}

வகுப்பிலுள்ள 100 மாணவர்களில் பரீட்சைக்குத் தோற்றியோரின் எண்ணிக்கை 90 ஆயின் பின்வருவனவற்றைக் காணுங்கள்.

(i) இரு பாடங்களிற்கும் தோற்றியோரின் எண்ணிக்கை
(ii) பரீட்சைக்குத் தோற்றாத மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
(iii) கணித பாடத்தில் மட்டும் தோற்றியோரின் எண்ணிக்கை

(9) ஒரு கிராமத்தில் வசிக்கும் குடும்பங்களிலுள்ள பிள்ளைகள் பற்றிய தரவுகள் சேகரிக்கப்பட்டன.அவை கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

P = {ஆண் பிள்ளைகள் உள்ள குடும்பம்}
Q = {பெண் பிள்ளைகள் உள்ள குடும்பம்}



(i) பெண்பிள்ளைகள் மட்டும் உள்ள குடும்பங்கள் எத்தனை?

(ii) ஆண்பிள்ளைகள் உள்ள குடும்பங்களின் எண்ணிக்கை யாது?

(iii) ஆய்வுக்கு உட்படுத்தப்பட்ட குடும்பங்களின் எண்ணிக்கை யாது?

(iv) $n(P \cup Q)'$ ஐக் காண்க.

சாராம்சம்

★ தொடைகளைப் பின்வரும் முறைகளில் எழுதலாம்.

1) தொடையின் மூலகங்களைத் விபரித்து அதனை இரட்டை அடைப்பினுள் எழுதிக் காட்டுதல்.

2) மூலகங்கள் யாவற்றையும் இரட்டை அடைப்பினுள் எழுதிக்காட்டுதல்.

3) வென்வரிப்படத்தில் வகைகுறித்தல்.

4) பிறப்பிக்கும் தொடை வடிவில் குறித்தல்.

★ மூலகங்களின் எண்ணிக்கை முடிவுள்ளது **எனின் தடை** முடிவுள்ள தொடை எனப்படும்.
மூலங்களின் எண்ணிக்கை முடிவில்லாதது எனின் முடிவிலித்தொடை எனப்படும்

★ மூலகங்கள் இல்லாத தொடை சூனியத்தொடையாகும்.

★ இரு தொடைகளிலுள்ள அனைத்து மூலகங்களும் உள்ளடக்கப்பட்ட தொடை அவ்விரு தொடைகளினதும் ஒன்றிப்புத் தொடையாகும்.

★ இரு தொடைகளிலுள்ள பொதுவான மூலகங்களைக் கொண்ட தொடை அவ்விரு தொடைகளினதும் இடைவெட்டுத் தொடையாகும்.

★ இரு தொடைகளிலுமுள்ள மூலகங்கள் சமனாயின் அவ்விரு தொடைகளும் சமதொடையாகும்.

★ A, B என்பன இருமுடிவுள்ள தொடை எனின் $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ ஆகும்