



இப்பாடத்தைக் கற்பதண்டாக நாங்கள்.....

- ◆ பின்னகமான தரவுகள், தொடரான தரவுகள் என்பனவற்றை அறிந்துகொள்வோம்.
- ◆ வலையுரு வரையத்தின் பண்புகளை அறிந்துகொள்வோம்.
- ◆ வலையுரு வரையம் மூலம் தரவுகளை குறித்துக் காட்டுவோம்.
- ◆ வலையுரு வரையம் மூலம் தரவுகளுக்கு விளக்கம் கூறுவோம்.

(12) i பின்னகமான தரவுகள் (Discrete Data)



அன்றாட வாழ்க்கைக் கருமங்களை இலகு படுத்திக் கொள்வதற்காக நாங்கள் பல்வேறு தரவுகளைப் பயன்படுத்துகின்றோம்.

குழந்தைகளை நற்பிரணையாக்குவதற்காக அவர்களுக்குத் தேவையான சுகாதார சேவைகள் கல்வி வசதிகள் என்பன பெற்றுக்கொடுக்கப்படுகின்றன. ஒவ்வொரு குடும்பத்திலுமுள்ள பிள்ளைகளின் எண்ணிக்கை தொடர்பான தரவுகள் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளது.

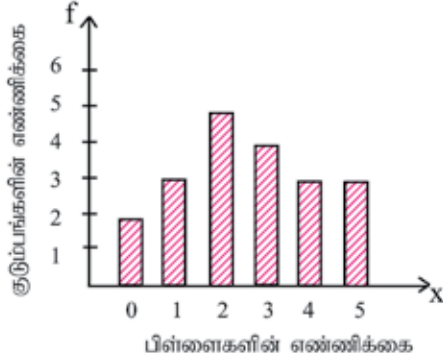
குடும்பத்திலுள்ள பிள்ளைகளின் எண்ணிக்கை (x)	0	1	2	3	4	5
குடும்பங்களின் எண்ணிக்கை (f)	2	3	5	4	3	1

← உறுப்பினர்களின் எண்ணிக்கை

← மீறன்

(x) . (f)
பெறுமானங்களைக் கொண்ட அட்டவணை மீறன் பரம்பலாகும்.

இங்கு குடும்பங்களிலுள்ள பிள்ளைகளின் எண்ணிக்கையை 1, 2, 3 என்றவாறு முழு எண்களாகக் காட்ட முடியும். 1, 2 ஆகிய முழு எண்களுக்கிடையில் தசமங்கள் அல்லது பின்னங்கள் கொண்ட பெறுமானங்கள் இருக்க முடியாது. இவ்வாறு முழு எண்களாக எண்ணிக்கையைப் பெறக்கூடித் தரவுகளை **பின்னகமான** தரவுகள் என அழைப்போம். பின்னகமான தரவுகளைக் குறித்துக் காட்டுவதற்கு படவரைபு, சலாகை வரைபு ஆகியவற்றைப் பயன்படுத்திய முறைபற்றி நாம் கற்றுள்ளோம். மேலே உள்ள எண்பரம்பலை சலாகை வரைபில் காட்டுவோம்.



- உறுப்பினர்களின் எண்ணிக்கை கிடையாட்சில் காட்டப்பட்டுள்ளது.
- மீறன் நிலைக்குத்து அச்சில் காட்டப்பட்டுள்ளது.
- மீறன் சலாகைகளின் நீளங்கள் மூலம் காட்டப்படுகிறது.
- ஒவ்வொரு சலாகைகளுக்கிடையேயும் சம இடைவெளிகள் இருத்தல் வேண்டும்.

பின்னகமான தரவுகளைக் காட்டுவதற்கு சலாகை வரைபு மிகவும் பொருத்தமானது.

தொடரான தரவுகள் (Continuous Data)

எலுமிச்சம்பழங்கள் சிலவற்றின் நிறைகள் கிராமில் பின்வருமாறு காட்டப்பட்டுள்ளன.

8	10.8	32	20.6	30
15	18.5	5.8	28	25
10.4	29	17	22.5	23.5

இங்கு முழு எண்கள் மாத்திரமன்றி முழு எண்களுக்கிடையேயும் பெறுமானங்களும் உண்டு. எலுமிச்சம்பழங்களை எண்ணிப்பெறாது நிறுத்துப் பெறும் அளவீடு என்பதால் தசமங்கள், பின்னங்கள் கொண்ட அளவீடாக இருக்கலாம்.

நிறுத்தல் மூலம் பெறப்பட்ட பெறுமானங்கள் குறித்த பெறுமான வீச்சு மூலம் காட்டப்பட முடியாமையின் அத்தரவுகள் தொடரான தரவுகள் எனப்படும். திணிவு, உயரம் போன்ற தரவுகள் குறித்த பெறுமான வீச்சு மூலம் காட்டப்பட முடியும் என்பதால் அவை தொடரான தரவுகள் எனப்படும்.

பயிற்சி 12.1



- (1) கீழே தரப்பட்டுள்ள விடயங்கள் தொடர்பாகப் பெற்றுக் கொள்ளப்படும் தரவுகள் பின்னகமான தரவுகளா? அல்லது தொடரான தரவுகளா? அதற்கான காரணத்தையும் குறிப்பிடுங்கள்.
 - (i) தரம் 10 இலுள்ள மாணவர்களின் உயரங்கள்.
 - (ii) மின்குமிழ் சிலவற்றின் ஆயுட்காலம்.
 - (iii) பாடசாலையில் ஒவ்வொரு வகுப்பிலுமுள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை.
 - (iv) வார நாட்களில் வங்கிக்கு வருகைதரும் வாடிக்கையாளர்களின் எண்ணிக்கை.
 - (v) தரம் 10 மாணவர்கள் குண்டு எறிதல் போட்டியில் அவர்கள் குண்டைப் போட்ட தூரங்கள்.
 - (vi) காரியாலய வாகனமொன்று ஒரு மாத காலத்தில் ஒவ்வொரு நாளும் பயன்படுத்திய எரிபொருளின் அளவுகள்.

- (2) (i) பின்னகமான தரவுகளுக்கு உதாரணங்கள் 3 தருக.
(ii) தொடரான தரவுகளுக்கு உதாரணங்கள் 2 தருக.
- (3) ஒரு காரியாலத்தில் தமது தேவைகளை நிறைவேற்றிக்கொள்வதற்காக வருகை தந்தவர்களின் எண்ணிக்கை தண்டு - இலை வரைபில் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளது.

13 என்பது 13

தண்டு	இலை
0	8 8 9
1	0 3 5 6
2	4 7 8 9
3	2 4 6
4	1

- (i) ஒரு நாளில் வருகைதந்த மிகக் குறைந்த ஆட்களின் எண்ணிக்கை 8 ஆயின் மிகக் கூடிய ஆட்களின் எண்ணிக்கை யாது?
- (ii) எத்தனை நாட்களுக்குரிய தரவுகள் இங்கு காட்டப்பட்டுள்ளது?
- (iii) இங்கு காட்டப்பட்டுள்ள தரவுகள் தொடரானவையா?
- (iv) 20 இலும் கூடிய ஆட்கள் வருகைதந்த நாட்கள் எத்தனை?

கூட்டமாக்கப்பட்ட தரவுத் தொகுதிகள் (Grouped data)

எண்பரம்பலிள்ள தரவுகளின் எண்ணிக்கை கூடுதலாக இருப்பின் அட்டவணைப்படுத்துவது சிரமமான விடயமாகும். அவ்வாறான சந்தர்ப்பங்களில் தரவுகளைத் தொகுதியாக்கி ஒவ்வொரு தொகுதிக்குமுரிய தரவுகளின் எண்ணிக்கையைக் குறித்துக் காட்டுவது கூட்டமாக்கப்பட்ட தரவுத் தொகுதி என அழைக்கப்படும்.

தொடரான தரவுகளைக் கொண்ட எண்பரம்பல்களை ஒழுங்கமைக்கும்போது தரவுகளைத் தொகுதிகளாக்கி அட்டவணைப்படுத்துவது இலகுவாகும். தொகுதியாக்கப்பட்ட தரவுகள் கூட்டமாக்கப்பட்ட தரவுகள் என அழைக்கப்படும்.

மேலே கூறப்பட்ட எலுமிச்சம்பழங்களின் நிறைகள்.

8	10.8	32	20.6	30
15	18.5	5.8	28	25
10.4	29	17	22.5	23.5

இத்தரவுகளைத் கூட்டமாக்கப்பட்ட தரவுகளாக்குவோம். இங்கு எலுமிச்சம்பழமொன்றின் ஆகக்குறைந்த நிறை 5.8 கிராம், ஆகக்கூடிய நிறை 32 கிராம் ஆகும். இப்பெறுமானங்களை உள்ளடக்கும் வகையில் 0 இலிருந்து 40 வரையுள்ள 4 தொகுதிகளாகப் பிரிப்போம்.

0 - 10, 10 - 20 , 20 - 30, 30 - 40 இத்தொகுதிகள் வகுப்பாயிடைகள் என அழைக்கப்படும்.

வகுப்பு எல்லைகள் (Class Limits)

10 - 20 வகுப்பாயிடையில் 10 கீழ் எல்லைப் பெறுமானமாகவும் 20 மேல் எல்லைப் பெறுமானமாகவும் கருதப்படும்.

வகுப்பு வரைபாடுகள் (Class Boundaries)

வகுப்பாயிடையின் எல்லைகளுக்கு ஏற்ப அதில் உள்ளடக்கக்கூடிய தரவுகள் தீர்மானிக்கப்படுகின்றன. வகுப்பாயிடையின் பருமனைத் தீர்மானிக்கும் முறைகள் 2 உள்ளன.

முறை 1

மேலே கூறப்பட்ட உதாரணத்தில் 0 - 10, 10 - 20, 20 - 30, 30 - 40 வகுப்பாயிடையின் எல்லைகள் ஆகும்.

எலுமிச்சம் பழமொன்றின் நிறை (x)	0 அல்லது அதற்குக் கூடிய 10 இலும் குறைந்த	10 அல்லது அதற்குக் கூடிய 20 இலும் குறைந்த	20 அல்லது அதற்குக் கூடிய 30 இலும் குறைந்த	30 அல்லது அதற்குக் கூடிய 40 இலும் குறைந்த
--------------------------------	--	---	---	---

இவ்வகுப்பாயிடைகளைப் பின்வருமாறு எழுதிக்காட்ட முடியும்.

$$0 \leq x < 10 \quad , \quad 10 \leq x < 20 \quad , \quad 20 \leq x < 30 \quad , \quad 30 \leq x < 40$$

முறை 11

உதாரணத்திலுள்ள வகுப்பாயிடைகளை

1 - 10, 11 - 20, 21 - 30 , 31 - 40 என்றவாறும் எழுதிக்காட்ட முடியும்.

இதன்படி வகுப்பு வரைபாடுகள் பின்வருமாறு

வகுப்பாயிடை வரைபாடுகள் வகுப்பு எல்லைகள்

1 - 10	0.5 இருந்து 10.5 வரை
11 - 20	10.5 இருந்து 20.5 வரை
21 - 30	20.5 இருந்து 30.5 வரை
31 - 40	30.5 இருந்து 40.5 வரை

இதன்படி எலுமிச்சம்பழமொன்றின் நிறை 10.5 என்பது உள்ளடக்கப்படுவது 11 - 20 எனும் வகுப்பாயிடையிலாகும்.

இதன்படி எலுமிச்சம்பழங்களின் நிறைகள் தொடர்பான தரவுகளைக் கூட்டமாக்கப்பட்ட தரவுகளாக பின்வரும் முறைகளில் காட்ட முடியும்.

முறை I	நிறை (x)	$0 \leq x < 10$	$10 \leq x < 20$	$20 \leq x < 30$	$30 \leq x < 40$
	மீடறன் (f)	2	5	6	2

முறை II	நிறை (x)	1 - 10	11 - 20	21 - 30	31 - 40
	மீடறன் (f)	2	5	7	1

செயற்பாடு - 1

மேலே உள்ள உதாரணத்தில் தரப்பட்டுள்ள தரவுகளின் படி அவற்றைத் தொகுதியாக்கிய முறைகள் இரண்டும் சரியா பிழையா எனப் பரீட்சித்துப் பாருங்கள்.

வகுப்பாயிடையின் பருமன் (Size of the class intervals)

10 - 20 என்ற வகுப்பாயிடையில் 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 எனும் பெறுமானங்கள் உள்ளடக்கப்படுவதால் வகுப்பாயிடையின் பருமன் 11 ஆகும்.

11 - 20 என்ற வகுப்பாயிடையில் 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20 எனும் பெறுமானங்கள் உள்ளடக்கப்படுவதால் வகுப்பாயிடையின் பருமன் 10 ஆகும்.

தரவுகளை கூட்டமாக்கும்போது வகுப்புக்களின் எண்ணிக்கை சாதாரணமாக 10 இலும் குறைந்ததாகக் கொள்ளப்படும். அதன்படி வகுப்பாயிடையின் பருமனை அறிந்துகொள்வதற்கு தரவுப் பரம்பலின் வீச்சினை வகுப்புக்களின் எண்ணிக்கையால் வகுக்கும் போது கிடைக்கும் பெறுமானத்திற்கு அண்மித்த முழு எண் பெறுமானங்களை வகுப்பாயிடையின் பருமன்களாகக் கொள்ள முடியும்.

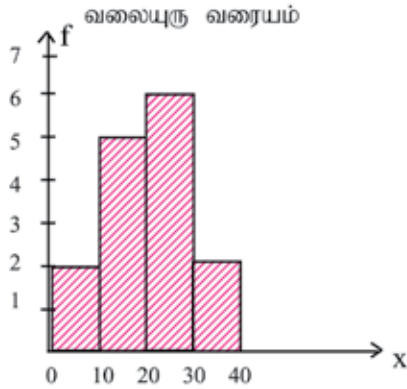
வகுப்பாயிடைகள் மூலம் கூட்டமாக்கப்பட்ட தரவுகளை வரைபில் காட்டும் முறையினைப் பார்ப்போம்.

வலையுரு வரையம் (Histogram)

வகுப்பாயிடைகளாக தொகுதியாக்கப்பட்ட தரவுகளை சலாகைகள் மூலம் காட்டுவதற்கு வரையப்படும் வரைபாகும்.

கீழே தரப்பட்டுள்ள கூட்டமாக்கப்பட்ட மீறன் பரம்பல் வலையுரு வரையும் மூலம் காட்டப்பட்டுள்ள முறையினை அவதானியுங்கள்.

எலுமிச்சம் பழங்களின் நிறை (x)	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40
எலுமிச்சம் பழங்களின் எண்ணிக்கை (f)	2	5	6	2



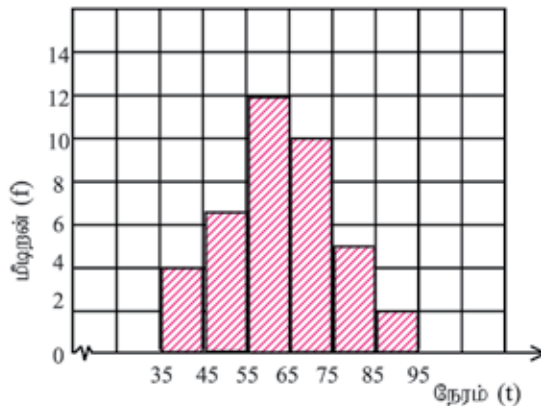
- வகுப்பாயிடையின் பெறுமானங்கள் கிடையச்சிலும் மீறன் நிலைக்குத்து அச்சிலும் குறிக்கப்பட்டுள்ளன.
- சலாகைகள் செவ்வக வடிவமானவை. சலாகைகளுக்கிடையில் இடைவெளி இல்லை.

- செவ்வகங்களின் நீளங்களுக்கும் மீறன்களுக்கும் இடையில் தொடர்புகள் உண்டு. வகுப்பாயிடையின் பருமன் சமனாகவிருப்பதால் செவ்வகங்களின் நீளங்கள் மீறன்களுக்கு விகிதசமனாக இருக்கும்.

உதாரணம்-1

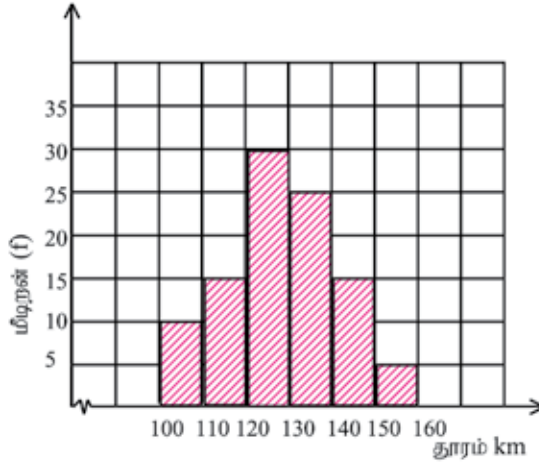
ஓட்டப்போட்டியொன்றை நிறைவு செய்வதற்கு ஒவ்வொரு போட்டியாளர்களும் எடுத்த காலத்தை கீழே உள்ள மீறன் பரம்பல் காட்டுகின்றது.

நேரம் கிட்டிய நிமிடத்தில் (t)	$35 \leq t < 45$	$45 \leq t < 55$	$55 \leq t < 65$	$65 \leq t < 75$	$75 \leq t < 85$	$85 \leq t < 95$
மீறன் (f)	4	7	12	10	5	2



- (i). இத்தகவல்களை வலையுரு வரையத்தில் குறித்துக் காட்டுங்கள்.

0 இருந்து 35 வரையுள்ள இடைவெளி அதிகம் என்பதால் அதனைச் சுருக்கமாகக் காட்டுவதற்கு கிடையச்சில் 0 இல் ஆரம்பித்து முறிவுக் கோடு வரையப்பட்டு இடைவெளி சுருக்கப்பட்டு 35 குறிக்கப்பட்டுள்ளது.



வலையுரு வரையத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள தகவல்களை அறிந்துகொள்வோம்.

எரிபொருள் விரயம் தொடர்பாக செய்யப்பட்ட ஆய்வில் ஒவ்வொரு மோட்டர் வண்டியும், 10 / எரிபொருளில் சென்ற ஆகக்கூடிய தூரங்கள் கிட்டிய கிலோ மீற்றரில் வலையுரு வரையத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது.

(i) எத்தனை மோட்டர் வண்டிகளிலிருந்து தகவல்கள் பெறப்பட்டன?

(ii) ஆகார வகுப்பை எழுதுங்கள்.

(iii) 120km இற்குக் குறைவான தூரம் பயணம் செய்த வாகனங்கள் எத்தனை?

(iv) 140km இற்குக் கூடுதலான தூரம் பயணம் செய்த வாகனங்களின் எண்ணிக்கையை நூற்று வீதத்தில் தருக.

விடைகள்

(i) மோட்டர் வண்டிகளின் எண்ணிக்கை = 5 + 15 + 25 + 30 + 15 + 10 = 100

(ii) ஆகார வகுப்பு = 120 - 130

(iii) 120km இற்குக் குறைவான தூரம் பயணம் செய்த வாகனங்களின் எண்ணிக்கை = 15 + 10 = 25

(iv) 140km இற்குக் கூடுதலான தூரம் பயணம் செய்த வாகனங்களின் எண்ணிக்கை நூற்று வீதத்தில் = $\frac{20}{100} \times 100\% = 20\%$

பயிற்சி 12.1



(1) தோடம்பழம் உற்பத்தி செய்யும் விவசாயிகளால் பழச்சாறு தயாரிக்கும் தொழிற்சாலை ஒன்றுக்கு கொண்டுவரப்பட்ட தோடம்பழங்களின் எண்ணிக்கை தொடர்பான மீற்றன் பரம்பல் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளது.

தோடம்பழங்களின் நிறை kg	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35
தோடம்பழங்களின் எண்ணிக்கை (f)	5	10	20	15	10	4

இத்தரவுகளுக்கு வலையுரு வரையம் வரைக.

- (2) தோட்டத் தொழிலாளி ஒருவரால் இரப்பர் மரங்களின் சுற்றளவை அளந்து பெறப்பட்ட தகவல்கள் கீழ்க்கண்ட சென்றிமீற்றரில் கீழேயுள்ள அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

சுற்றளவு cm	35 - 40	40 - 45	45 - 50	50 - 55	55 - 60
மீற்றன்	12	20	28	32	4

இத்தரவுகளுக்கு வலையுரு வரையம் வரைக.

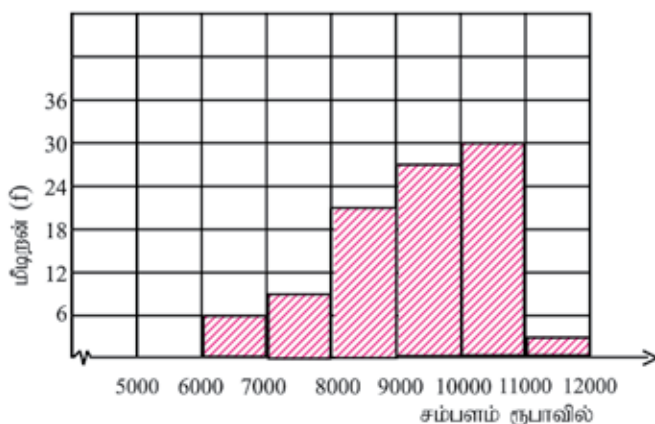
- (3) ஒரு வகுப்பிலுள்ள மாணவர்களின் நிறைகள் பற்றிய விபரம் கீழே உள்ள அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ளன.

நிறை kg	$30 \leq w < 35$	$35 \leq w < 40$	$40 \leq w < 45$	$45 \leq w < 50$	$50 \leq w < 55$
மீற்றன் (மாணவர் எண்ணிக்கை)	5	8	12	6	4

இத்தரவுகளுக்கு வலையுரு வரையம் வரைக.

- (4) தொழிற்சாலையொன்றிலுள்ள ஊழியர்களின் மாதாந்தச் சம்பளம் கீழ்க்கண்ட ரூபா 1000 இல் கீழே உள்ள வலையுரு வரையத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது.

வலையுரு வரையத்தை பயன்படுத்தி கீழே உள்ள வினாக்களுக்கு விடையளியுங்கள்.



(i) ரூபா 10000 இற்கும் ரூபா 11000 இற்கும் இடையில் சம்பளம் பெறும் ஊழியர்களின் எண்ணிக்கை 30 ஆயின் தொழிற்சாலைகளில் கடமை புரியும் மொத்த ஊழியர்களின் எண்ணிக்கை யாது?

(ii) ஆகார வகுப்பு யாது?

(iii) ரூபா 8000 இற்குக் குறைவான சம்பளம் பெறும் ஊழியர்களின் எண்ணிக்கை யாது?

சாராம்சம்

- ★ தரவுகள் பின்னகத் தரவுகள், தொடரான தரவுகள் என இருவகைப்படும்
- ★ தரவுகள் கூட்டமாக்கப்பட்டு மீற்றன் பரம்பல் பெறப்படும்.
- ★ வலையுரு வரைபிலுள்ள செவ்வகங்களின் பரப்பளவுகளால் மீற்றன் காட்டப்படுகிறது.