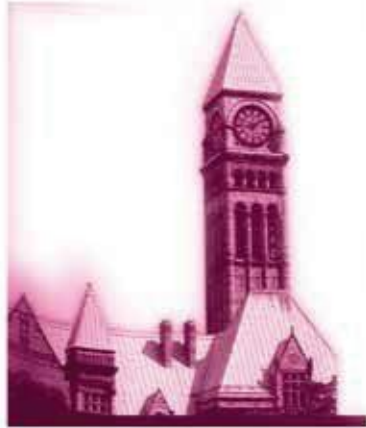




இப்பாடத்தைக் கற்பதண்டாக நாங்கள்.....

- ◆ ஒரு முக்கோணியின் இரு பக்கங்கள் சமனாகும்போதும்
- ◆ ஒரு முக்கோணியின் இரு கோணங்கள் சமனாகும் போதும் அம் முக்கோணியில் சமனாகும் வேறு பண்புகளை அறிந்துகொள்வோம்.



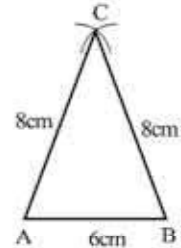
இதற்கு முன்னர் கற்ற வகுப்புக்களில் முக்கோணிகளின் பண்புகள் பலவற்றைக் கற்றுள்ளீர்கள். சமபக்க முக்கோணிகள், முக்கோணியொன்றின் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை, முக்கோணிகளின் பரப்பளவுகள், முக்கோணி ஒன்றின் சுற்றளவு ஆகியவற்றைப் பற்றி அறிந்துள்ளீர்கள்.

விசேட முக்கோணிகள் பற்றியும் அவற்றின் பண்புகள் பற்றியும் இப்பாடத்தில் கற்போம்.

முதலில் கீழே தரப்பட்டுள்ள செயற்பாட்டைச் செய்வோம்.

செயற்பாடு - 1

6cm நீளமான நேர்கோட்டுத் துண்டொன்றை வரைந்து அதன் இரு முனைகளுக்கும் A, B எனப் பெயரிடுங்கள். கவராயத்தில் 8cm நீளமான இடைவெளியைப் பெற்றுக்கொள்ளுங்கள். அதன் பின்னர் நேர்கோடு AB இன் மேல் பக்கமாக புள்ளிகள் A, B என்பனவற்றிலிருந்து இரு விற்கள் வரையுங்கள். அவை வெட்டும் புள்ளிக்கு C எனப் பெயரிடுங்கள்.



- (i) \hat{CAB} இன் பெறுமானத்தை அளந்து எழுதுங்கள்.
- (ii) \hat{CBA} இன் பெறுமானத்தை அளந்து எழுதுங்கள்.
- (iii) இரு கோணங்களும் சமனானவையா? சமனற்றவையா?
- (iv) பக்கங்கள் AC, BC என்பன சமனாகுமா?
- (v) பக்கம் AC இற்கு எதிரேயுள்ள கோணம் யாது?
- (vi) பக்கம் BC இற்கு எதிரேயுள்ள கோணம் யாது?

சமனான பக்கங்களுக்கு எதிரே உள்ள கோணங்களின் பருமன் பற்றி நீங்கள் அறிந்தவற்றை வசனங்களில் எழுதுங்கள்.

மேலே காட்டிய செயற்பாட்டைப் போன்று நீங்கள் விரும்பிய நிலத்தில் AB எனும் நேர்கோட்டை வரைந்து AC, BC என்பன சமனான தாரம் கொண்டவையாக இருக்குமாறு முக்கோணி ஒன்றை வரையுங்கள்.

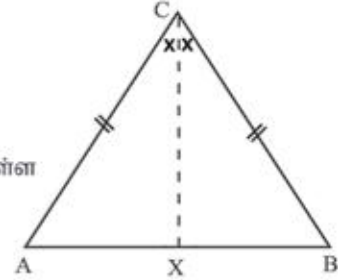
முன்னர் (i) - (iv) வரை கூறப்பட்டுள்ள விடயங்களை இம் முக்கோணியிலும் அறிந்து முதலாவது செயற்பாட்டில் பெற்ற விடயங்களுடன் பொருந்துகின்றதா என ஒப்பிட்டுப் பாருங்கள்.

தேற்றம் : முக்கோணி ஒன்றின் இருபக்கங்கள் சமனாயின், அவற்றுக்கு எதிரான கோணங்கள் சமனாகும்.

தரவு - ΔABC இல் AC, BC என்பன சமனாகும்.

நிறுவவேண்டியது - சமனான பக்கங்களுக்கு எதிராகவுள்ள கோணங்கள் சமனாகும்.

$$\text{அதாவது } \hat{BAC} = \hat{ABC}$$



அமைப்பு - \hat{ACB} இன் இருகூறாக்கியை வரைக. அது AB ஐ சந்திக்கும் புள்ளியை x என பெயரிடுக.

நிறுவல் - ΔACX , ΔBCX என்பனவற்றை அவதானிக்கும்போது,

$$AC = BC \text{ (தரவு)}$$

$$\hat{ACX} = \hat{BCX}$$

$$CX = CX \text{ (பொதுப்பக்கம்)}$$

$$\therefore \Delta ACX \equiv \Delta BCX \text{ (ப, கோ, ப)}$$

$$\therefore \hat{CAX} = \hat{CBX} \text{ (ஒருங்கிசைவான இரு முக்கோணிகளின் ஒத்த உறுப்புகள்)}$$

$$\therefore \hat{CAB} = \hat{CBA}$$

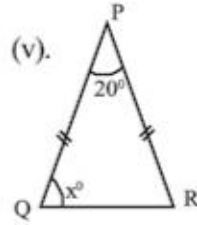
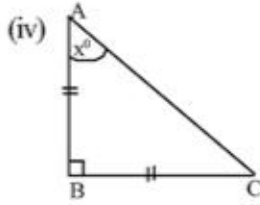
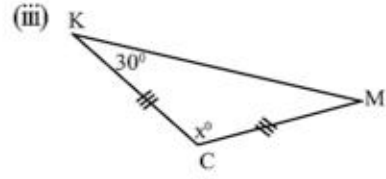
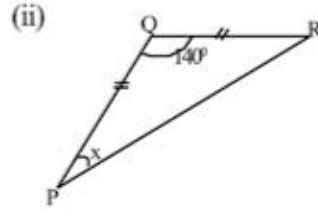
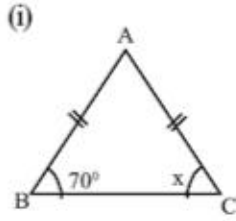
இம்முக்கோணியில் பக்கங்கள் AC, BC என்பன சமன் என்பதை அறிவோம். நிறுவலின் படி AC, BC என்பனவற்றுக்கு எதிராக உள்ள கோணச்சோடி சமனாக உள்ளது.

ஒரு முக்கோணியின் இரு பக்கங்களும் சமனாயின் அவற்றுக்கு எதிராகவுள்ள கோணங்கள் இரண்டும் சமனாகும்.

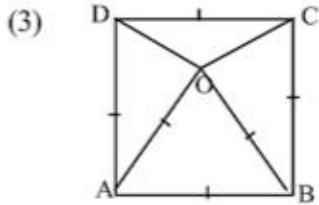
பயிற்சி 9.1



- (1) கீழே தரப்பட்டுள்ள முக்கோணிகளில் குறிக்கப்பட்டுள்ள கோணங்களின் பெறுமானங்களைக் காணுங்கள். அவற்றுக்கான காரணங்களையும் குறிப்பிடுங்கள்.

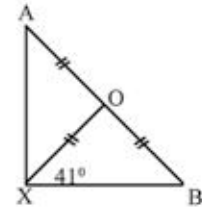


- (2) ΔABC இல் $AB = AC$ ஆகும். \hat{A} இன் பெறுமானமானது \hat{B} இன் பெறுமானத்தின் இரு மடங்காகும். \hat{A} இன் பெறுமானத்தைக் காணுங்கள்.

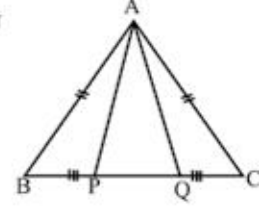


சதுரம் ABCD யினுள் AOB எனும் சமபக்க முக்கோணி அமைந்துள்ளது. \hat{DOC} இன் பெறுமானத்தைக் காணுங்கள்.

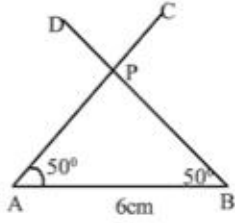
- (4) ΔOXB இல் $OX = OB$, $OA = OX$ ஆகுமாறு பக்கம் BO ஆனது A வரை நீட்டப்பட்டுள்ளது. $\hat{OXB} = 41^\circ$ ஆயின் \hat{AXB} இன் பெறுமானத்தைக் காணுங்கள்.



- (5) ΔABC இல் $AB = AC$, $BP = CQ$ ஆகுமாறு புள்ளிகள் P, Q என்பன பக்கம் BC இன் மீது அமைந்துள்ளன. $AP = AQ$ எனக் காட்டுங்கள்.



செயற்பாடு - 2



- * 6cm நீளமான நேர்கோடொன்றை வரைந்து அதன் இரு முனைகளுக்கும் A, B எனப் பெயரிடுங்கள்.
- * பாகைமானியைப் பயன்படுத்தி A இல் 50° கோணத்தை வரையுங்கள். அதற்கு \hat{BAC} எனப் பெயரிடுங்கள்.
- * பாகைமானியைப் பயன்படுத்தி B இல் 50° கோணத்தை வரையுங்கள். அதற்கு \hat{ABD} எனப் பெயரிடுங்கள்.

- * AC, BD என்பன வெட்டும் புள்ளியை P எனப் பெயரிடுங்கள். உங்களுக்குக் கிடைத்துள்ள முக்கோணி ABP இல்,

- (i) AP இன் நீளத்தை அளந்து எழுதுங்கள்.
- (ii) BP இன் நீளத்தை அளந்து எழுதுங்கள்.
- (iii) \hat{ABP} இற்கு எதிரான பக்கத்தைப் பெயரிடுங்கள்.
- (iv) \hat{BAP} இன் எதிர்ப்பக்கத்தின் பெயரை எழுதுங்கள்.
- (v) \hat{BAP} இன் எதிர்ப்பக்கமும், \hat{ABP} இன் எதிர்ப்பக்கமும் சமனானதா? சமனற்றதா?

வினாக்கள் (i), (ii), (iii), (iv), (v) மூலம் ΔABP இன் சமனான கோணங்கள் இரண்டின் எதிர்ப்பக்கங்கள் பற்றி யாது கூறலாம்?

மேலே கூறப்பட்ட செயற்பாட்டிற்கு ஏற்ப நீங்கள் விரும்பியவாறு AB இன் நீளத்தை மாற்றி $\hat{BAP} \cdot \hat{ABP}$ ஆகியவற்றுக்கு நீங்கள் விரும்பிய கோணத்தைப் பயன்படுத்தி மேலே கூறப்பட்டுள்ள (i), (ii), (iii), (iv), (v) ஆகிய வினாக்களுக்கு விடை காணுங்கள். நீங்கள் பெற்றுக்கொண்ட விடைகள் மூலம் முன்னர் கூறிய கூற்று உண்மையானதா எனப் பாருங்கள்.

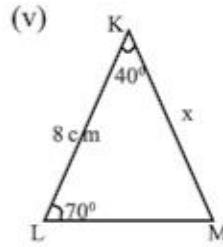
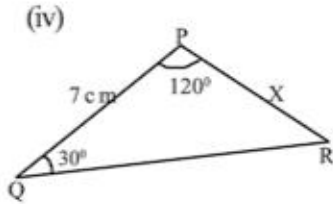
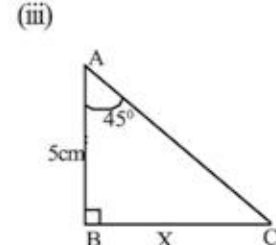
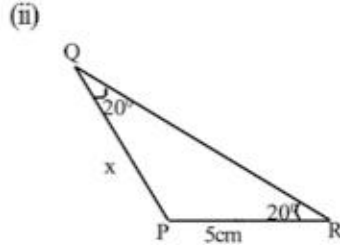
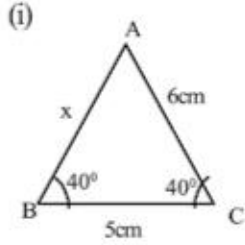
தேற்றம் :

முக்கோணி ஒன்றில் இரு கோணங்கள் சமனாயின் அவற்றுக்கு எதிராகவுள்ள பக்கங்கள் இரண்டும் சமனாகும்.

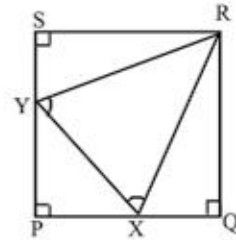
பயிற்சி 9.2



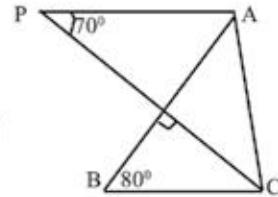
- (1) கீழே தரப்பட்டுள்ள முக்கோணிகளில் X இனால் காட்டப்பட்டுள்ள பக்கங்களின் நீளங்களைக் காணுங்கள். அதற்கான காரணத்தையும் எழுதுங்கள்.



- (2) PQRS ஓர் சதுரமாகும். $\hat{RXY} = \hat{RYX}$ ஆகுமாறு புள்ளி X ஆனது பக்கம் PQ இலும் புள்ளி Y ஆனது பக்கம் PS இலும் அமைந்துள்ளது. $SY = QX$ எனக் காட்டுங்கள்.



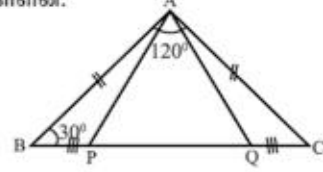
- (3) ΔABC இல் $\hat{ABC} = 80^\circ$ $AB = AC$ ஆகும். C இலிருந்து AB இற்கு வரையப்பட்டுள்ள செங்குத்துக் கோடு $\hat{CPA} = 70^\circ$ ஆகுமாறு P வரை நீட்டப்பட்டுள்ளது. $AP = AC$ எனக் காட்டுங்கள்.



- (4) ΔXYZ இல் $\hat{XYZ} = \hat{ZYX} = 75^\circ$ ஆகும். X இலிருந்து YZ எனும் பக்கத்திற்கு வரையப்பட்டுள்ள செங்குத்துக்கோடு XP ஆகும். $\Delta XYP \equiv \Delta XPZ$ எனக் காட்டுங்கள்.

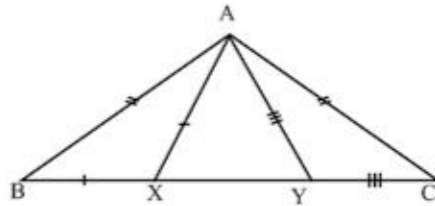
- (5) ΔABC இல் $\hat{BAC} = 120^\circ$, $\hat{ABC} = 30^\circ$ ஆகும். $BP = CQ$ ஆகமாறு P, Q எனும் புள்ளிகள் பக்கம் BC இன் மீது அமைந்துள்ளன.

- (i) $\Delta ABP \cong \Delta ACQ$
(ii) $AP = AQ$ எனக் காட்டுங்கள்.



பலவினம் பயிற்சி

- (1) ΔABC இல் பக்கம் BC இன் நடுப்புள்ளி O இருந்து AB இற்கு செங்குத்தாக OX யும் AC இற்கு செங்குத்தாக OY யும் வரையப்பட்டுள்ளன. இங்கு X, Y முறையே AB, AC இலுள்ள புள்ளிகளாகும். $OX = OY$ ஆயின், ΔABC ஒரு இருசமபக்க முக்கோணி எனக் காட்டுங்கள்.
- (2) ΔPQR இல் பக்கம் QR ஆனது S வரை நீட்டப்பட்டுள்ளது. PQR, PRS என்பவற்றின் இரு சமகூறாக்கி X இல் சந்திக்கின்றன. $RQ = RP$ ஆயின், $RQ = RX$ எனக் காட்டுங்கள்.
- (3) ΔABC இல் $AB = AC$ ஆகும். முக்கோணியின் மிகச்சிறிய பக்கம் BC ஆகும். $CX = CA$ ஆகமாறு பக்கம் CB ஆனது, X வரை நீட்டப்பட்டுள்ளது. $\hat{ABX} = 2\hat{AXB}$ எனக் காட்டுங்கள்.
- (4) ΔABC இல் $AB = AC$ ஆகும். பக்கம் BC இல் X, Y எனும் புள்ளிகள் உள்ளன. $BX = XA, CY = YA$ ஆகும். $\hat{AXY} = \hat{AYX}$ எனக் காட்டுங்கள்.



சாராம்சம்

- ★ ஒரு முக்கோணியின் இரு பக்கங்கள் சமனாயின் அதற்கு எதிராகவுள்ள கோணங்கள் இரண்டும் சமனாகும்.
- ★ முக்கோணி ஒன்றில் இரு கோணங்கள் சமனாயின் அவற்றுக்கு எதிராகவுள்ள பக்கங்கள் இரண்டும் சமனாகும்.
- ★ சமபக்க முக்கோணியொன்றின் உச்சிகளில் இருந்து அதன் எதிர்பக்கத்திற்கு வரையப்படும் செங்குத்து அப்பக்கத்தை இருகூறாக்கம்.