

08

காரணிகள்



இப்பாடத்தைக் கற்பதண்டாக நாங்கள்.....

- ◆ மூலறுப்புக் கோவைகளின் காரணிகளை அறிவோம்.
- ◆ இருபடிக் கோவைகளை அதன் ஒரு காரணியால் வகுப்போம்.

இதற்கு முன் இருபடிக் கோவைகளை விரித்தெழுதும் முறை பற்றிக் கற்றுள்ளோம்.
 $(x + 3)^2$, $(x - 4)^2$ ஆகிய கோவைகளின் விரிவை மீண்டும் அவதானிப்போம்.

$$(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$$

$$(x - 4)^2 = x^2 - 8x + 16$$

கிடைக்கப்பெற்ற விடை மூன்று உறுப்புக்களைக் கொண்ட கோவையாகும்.

இவ்வாறான கோவைகள் இருபடி மூலறுப்புக் கோவைகள் என அழைக்கப்படும்.

12 ஐ இரு காரணிகளின் பெருக்கமாக எழுதுவோம்

$$\begin{aligned} &1 \times 12 \\ &2 \times 6 \\ &3 \times 4 \end{aligned}$$



இவ்வாறு காரணிச்சோடிகளைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.

ஈருறுப்புக் கோவைகள் இரண்டின் பெருக்கத்தைப் பார்ப்போம்.

$$\begin{aligned} &(x + 4)(x + 3) \\ &= x(x + 3) + 4(x + 3) \\ &= x^2 + 3x + 4x + 12 \\ &= x^2 + 7x + 12 \end{aligned}$$

இருபடி மூலறுப்புக் கோவைகளை காரணியாக்கும் முறையை பார்ப்போம்.

$x^2 + 7x + 12$ என்பதை இரு காரணிகளின் பெருக்கமாக எவ்வாறு எழுதுவது? இதற்காக முதல் உறுப்பு x^2 ஐயும், இறுதி உறுப்பு 12 ஐயும் பெருக்க வேண்டும். பின்பு $7x$ ஐ இரு உறுப்புக்களாகப் பிரிக்கவேண்டும். அவ்விரு உறுப்புக்களின் பெருக்கம் $12x^2$ இற்கு சமனாக இருக்க வேண்டும்.

$12x^2$ காரணி	காரணிகளின் கூட்டல்
$12x \times x$	$12x + 1x \neq 7x$
$6x \times 2x$	$6x + 2x \neq 7x$
$4x \times 3x$	$4x + 3x = 7x$

இதன்படி $12x^2$ காரணிகளான $4x$, $3x$ என்பவற்றின் கூட்டுத்தொகை $7x$ ஆகும்.

$$\begin{aligned}
 &\therefore x^2 + 7x + 12 \\
 &= x^2 + 4x + 3x + 12 \\
 &= x(x + 4) + 3(x + 4) \\
 &= (x + 4)(x + 3) \text{ என எழுத முடியும்.} \\
 &x^2 + 9x + 20 \text{ ஐ காரணியாக்குவோம்}
 \end{aligned}$$

கோவையின் முதல் உறுப்பையும் இறுதி உறுப்பையும் பெருக்கினால் கிடைப்பது = $20x^2$ ஆகும்.

$9x$ ஐ இரு உறுப்புக்களாகப் பிரிக்க வேண்டும். அவ்விரு உறுப்புக்களின் பெருக்கம் $20x^2$ ஆக இருக்க வேண்டும்.

$20x^2$ காரணி	காரணிகளின் கூட்டல்
$10x \times 2x$	$10x + 2x \neq 9x$
$20x \times x$	$20x + 1x \neq 9x$
$5x \times 4x$	$5x + 4x = 9x$

$$\begin{aligned}
 &x^2 + 9x + 20 \\
 &= x^2 + 5x + 4x + 20 \\
 &= x(x + 5) + 4(x + 5) \\
 &= (x + 5)(x + 4)
 \end{aligned}$$

உதாரணம்-1

காரணியாக்குக

$$x^2 - 12x + 35 \longrightarrow x^2 \times 35 = 35x^2$$

$35x^2$ காரணி	காரணிகளின் கூட்டல்
$35x \times x$	$-35x + -1x \neq -12x$
$5x \times 7x$	$-5x + -7x = -12x$

$$\begin{aligned}
 &x^2 - 12x + 35 \\
 &= x^2 - 7x - 5x + 35 \\
 &= x(x - 7) - 5(x - 7) \\
 &= \underline{(x - 7)(x - 5)}
 \end{aligned}$$

உதாரணம்-2

காரணியாக்குக

$$x^2 - 7xy - 18y^2 \longrightarrow x^2 \times -18y^2 = -18x^2y^2$$

$-18x^2y^2$ காரணி $-18xy \times 1xy$ $-6xy \times 3xy$ $-9xy \times 2xy$	காரணிகளின் கூட்டல் $-18xy + 1xy \neq -7xy$ $-6xy + 3xy \neq -7xy$ $-9xy + 2xy = -7xy$	$\therefore x^2 - 7xy - 18y^2 = x^2 - 9xy + 2xy - 18y^2$ $= x(x - 9y) + 2y(x - 9y)$ $= \underline{\underline{(x - 9y)(x + 2y)}}$
---	--	--

உதாரணம்-3

காரணியாக்குக

$$a^2 + 4ab - 21b^2 \longrightarrow a^2 \times (-21b^2) = -21a^2b^2$$

$-21a^2b^2$ காரணி $-21ab \times ab$ $+7ab \times -3ab$	காரணிகளின் கூட்டல் $-21ab + ab \neq 4ab$ $+7ab + -3ab = 4ab$	$\therefore a^2 + 4ab - 21b^2 = a^2 + 7ab - 3ab - 21b^2$ $= a(a + 7b) - 3b(a + 7b)$ $= \underline{\underline{(a + 7b)(a - 3b)}}$
--	--	--

பயிற்சி 8.1



காரணியாக்குக

- (1) (i). $x^2 + 5x + 6$ (ii). $a^2 + 7a + 12$ (iii). $p^2 + 6p + 8$
 (iv). $x^2 + 15x + 56$ (v). $p^2 + 12p + 32$ (vi). $x^2 + 11x + 28$
- (2) (i). $x^2 - 10x + 9$ (ii). $a^2 - 9a + 14$ (iii). $x^2 - 9x + 20$
 (iv). $a^2 - 7a + 6$ (v). $x^2 - 13x + 30$ (vi). $y^2 - 7y + 12$
- (3) (i). $a^2 + a - 12$ (ii). $y^2 + y - 6$ (iii). $x^2 + 6x - 16$
 (iv). $a^2 + 14a - 15$ (v). $x^2 + 2x - 15$ (vi). $x^2 + 4x - 5$
- (4) (i). $x^2 - 8x - 20$ (ii). $a^2 - 24a - 25$ (iii). $p^2 - 18p - 19$
 (iv). $a^2 - 8a - 9$
- (5) (i). $a^2 + 8ay + 12y^2$ (ii). $x^2 - 6xy + 9y^2$ (iii). $a^2 - 3ab - 10b^2$
 (iv). $b^2 + 4ab + 3a^2$ (v). $x^2 - 9xy + 8y^2$

மேலும் சில உதாரணங்கள்

உதாரணம்-4

- (i) $3a^2 + 5a - 2$ ஐக் காரணியாக்குக.
முன்னர் செய்தவாறு $3a^2$, (-2) ஆல் பெருக்குவோம். அது $-6a^2$ ஆகும்.

$-6a^2$ காரணி	காரணிகளின் கூட்டல்	
$-2a \times 3a$	$-2a + 3a = a$	$\therefore 3a^2 + 5a - 2$
$-6a \times a$	$-6a + (+a) = -5a$	$= 3a^2 + 6a - a - 2$
$6a \times -a$	$6a + (-a) = 5a$	$= 3a(a + 2) - 1(a + 2)$
		$= \underline{(a + 2)(3a - 1)}$

உதாரணம்-5

காரணியாக்குக.

$-6a^2y^2$ காரணி	காரணிகளின் கூட்டல்	
$+2ay \times -3ay$	$+2ay + -3ay = -ay$	$3y^2 - ay - 2a^2$
		$= 3y^2 + 2ay - 3ay - 2a^2$
		$= y(3y + 2a) - a(3y + 2a)$
		$= \underline{(3y + 2a)(y - a)}$

பயிற்சி 8.2



காரணியாக்குக.

- (1) (i) $2a^2 + 10a + 12$ (ii) $3a^2 + 10a + 3$ (iii) $5x^2 + 17x + 6$ (iv) $2a^2 + 7a + 5$
 (2) (i) $4b^2 - 13b + 3$ (ii) $2x^2 - 7x + 5$ (iii) $2p^2 - 5p + 3$ (iv) $3x^2 - 8x + 4$
 (3) (i) $2p^2 + 7p - 4$ (ii) $5a^2 + 9a - 2$ (iii) $3y^2 + y - 10$ (iv) $3a^2 + 4a - 4$
 (4) (i) $6a^2 + 21a - 12$ (ii) $3x^2 - 4x - 4$ (iii) $2a^2 - 5a - 3$ (iv) $2x^2 - x - 6$
 (v) $2a^2 + 5ay + 2y^2$ (vi) $5x^2 - 16xy + 3y^2$

உதாரணம்-6

$x^2 + 6x + 9$ காணிப்படுத்துவோம்

$$\begin{aligned} & x^2 + 6x + 9 \\ &= x^2 + 3x + 3x + 9 \\ &= x(x + 3) + 3(x + 3) \\ &= (x + 3)(x + 3) \end{aligned}$$

$$x^2 + 6x + 9 = (x + 3)(x + 3)$$

$$x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$$

$(x + 3)^2$ நிறைவர்க்க கோவையாகும்.

$$x^2 + 8x + 16 = (x + 4)(x + 4)$$

$$= (x + 4)^2$$

$(x + 4)^2$ நிறைவர்க்க கோவையாகும்.

$$x^2 - 12x + 36 = (x - 6)(x - 6)$$

$$= (x - 6)^2$$

$(x - 6)^2$ நிறைவர்க்க கோவையாகும்.

நிறைவர்க்கமாக எழுதக் கூடிய முவுறுப்புக்கோவைகளின் விசேட தன்மையைப் பரிசீலித்துப் பாருங்கள்.

$x^2 + 6x + 9$ இன் நடு உறுப்பு $6x$ ஆகும். அதன் குணகம் 6 ஆகும். குணகத்தின் அரைப்பங்கு $= 3$, $3^2 = 9$

இது முவுறுப்புக் கோவையின் மாறிலிப் பெறுமானத்திற்குச் சமனாகும்.

$x^2 + 8x + 16$ இற்கும் இச் செய்கை பொருந்தமா எனப் பார்ப்போம்.

$$\text{நடு உறுப்பு} = 8x$$

$$\text{குணகம்} = 8$$

$$\text{குணகத்தின் அரைப்பங்கு} = \frac{8}{2} = 4$$

$$\text{அரைப்பங்கின் வர்க்கம்} = 4^2 = 16$$

$$\text{இறுதி உறுப்பு} = 16$$

$$\therefore x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2$$

$$x^2 - 12x + 36 \text{ இன் நடு உறுப்பு} = -12x$$

$$\text{குணகம்} = -12$$

$$\text{குணகத்தின் அரைப்பங்கு} = -6$$

$$\text{அரைப்பங்கின் வர்க்கம்} = (-6)^2 = 36$$

$$\text{இறுதி உறுப்பு} = 36$$

$$\therefore x^2 - 12x + 36 = (x - 6)^2$$

இதன்படி முவுறுப்புக் கோவை ஒன்றின் நடு உறுப்பு குணகத்தின் அரைப்பங்கின் வர்க்கமானது இறுதி உறுப்பிற்குச் சமனாகுமாயின் அவ்வாறான கோவைகளை நிறைவர்க்கக் கோவைகளாக எழுத முடியும்.

$x^2 + 12x + 35$ எனும் மூலறுப்புக் கோவையை அவதானியுங்கள்.

$$\begin{array}{rcl} \text{நடு உறுப்பு} & = & 12x \\ \text{குணகம்} & = & 12 \\ \text{குணகத்தின் அரைப்பங்கு} & = & 6 \\ \text{அரைப்பங்கின் வர்க்கம்} & = & 36 \\ \text{இறுதி உறுப்பு} & = & 35 \quad 36 \neq 35 \end{array}$$

$$x^2 + 12x + 35 = (x + 7)(x + 5)$$

(இக்கோவையை நிறைவர்க்கக் கோவையாக எழுத முடியாது.)

பயிற்சி 8.3



கீழே தரப்பட்டுள்ள மூலறுப்புக் கோவைகளை நிறைவர்க்கக் கோவைகளாக எழுதுங்கள்.

- (1) (i) $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$ (ii) $a^2 + 6a + 9 = \dots\dots\dots$
 (iii) $p^2 + 12p + 36 = \dots\dots\dots$ (iv) $y^2 - 8y + 16 = \dots\dots\dots$
 (v) $m^2 - 10m + 25 = \dots\dots\dots$ (vi) $n^2 + 5n + \frac{25}{4} = \dots\dots\dots$
 (vii) $x^2 + 3x + \frac{9}{4} = \dots\dots\dots$ (viii) $a^2 + 16ab + 64b^2 = \dots\dots\dots$

(2) கீழே தரப்பட்டுள்ள கோவைகளில் நிறைவர்க்கக் கோவைகளைத் தெரிவு செய்யுங்கள்.

- (i) $x^2 - 9x + \frac{81}{4}$ (ii) $a^2 + 7a + \frac{49}{4}$ (iii) $y^2 + 12y + 32$
 (iv) $p^2 - 6a + 8$ (v) $y^2 - 14y + 49$

(3) கீழே தரப்பட்டுள்ள பூரணமற்ற மூலறுப்புக் கோவைகள் நிறைவர்க்கமாவதற்கு வெற்றிடத்தில் வரவேண்டிய உறுப்பை எழுதுங்கள்.

- (i) $x^2 + \dots + 16 = (\dots + \dots)^2$ (ii) $a^2 + 6a + \dots = (\dots + \dots)^2$
 (iii) $p^2 - \dots + 36 = (\dots - \dots)^2$ (iv) $\dots + \dots + 4 = (\dots + 2)^2$
 (v) $x^2 - \dots + \dots = (\dots - 6)^2$ (vi) $a^2 + \dots + \frac{25}{4} = (\dots + \dots)^2$

- (4) (i) $x + \frac{1}{x} = a$ ஆயின், $x^2 + \frac{1}{x^2}$ ஐ a இன் உறுப்புகளில் தருக.
- (ii) $(x + y) = 9$ $xy = 20$ ஆயின், $x^2 + y^2$ இன் பெறுமானத்தைக் காணுங்கள்.
- (iii) மூன்றுபுக்கோவை ஒன்றை நிறைவர்க்கமாக்கும்போது இறுதி உறுப்பு 10 இலும் குறைவாகவும் நடு உறுப்பின் குணகத்தை விட இறுதி உறுப்பு 3 ஆலும் பெரிதாகும். இக் கூற்றுக்குப் பொருத்தமான மூன்றுபுக்கோவையையும் அதன் நிறைவர்க்கத்தையும் எழுதுங்கள்.

கீழ்க்கோவை ஒன்றை அதன் ஒரு காரணியால் வகுத்தல்.

$x^2 + 5x + 6$ எனும் கோவையின் ஒரு காரணி $(x + 3)$ ஆயின் மற்றைய காரணியைக் காண்போம்.

$39 = 13 \times 3$ ஆகும். 39 இன் இரு காரணிகள் 13, 3 ஆகும்.

$$\text{அதன்படி } \frac{39}{13} = 3 \cdot \frac{39}{3} = 13$$

எண் ஒன்றின் இரு காரணிகளில் ஒரு காரணியால் அவ்வெண்ணை வகுக்கும் போது மற்றைய காரணி கிடைக்கும்.

அதன்படி $(x^2 + 5x + 6) \div (x + 3) =$ மற்றைய காரணி

$$\begin{array}{r} x + 2 \\ x + 3 \overline{) x^2 + 5x + 6} \\ \underline{x^2 + 3x} \\ 2x + 6 \\ \underline{2x + 6} \\ 0 \end{array} \quad \text{மற்றைய காரணி } (x + 2) \text{ ஆகும்.}$$

யிற்சி 8.4



- (1) கீழே தரப்பட்டுள்ள மூன்றுபுக்கோவைகளின் ஒரு காரணி அவற்றுக்கு எதிரே தரப்பட்டுள்ளது. மற்றைய காரணியைக் காணுங்கள்.

(i) $x^2 + 7x + 10$ ஒரு காரணி $x + 2$

(ii) $a^2 - 13a + 40$, $(a - 5)$

(iii) $p^2 - 12p - 28$, $(p - 14)$

(iv) $a^2 + 9a - 36$, $(a + 12)$

(v) $x^2 + 15x + 50$, $(x + 5)$

(vi) $y^2 - 6y - 27$, $(y + 3)$

- (2) $3x^2 - 22x + 7$ இன் ஒரு காரணி $(x - 7)$ ஆயின் மற்றைய காரணியைக் காணுங்கள்.
- (3) $x^2y^2 - xy - 2$ இன் காரணிகளைக் காணுங்கள். இரு காரணியைப் பெருக்குவதால் தரப்பட்ட மூலறுப்புக் கோவை கிடைக்கின்றதா எனப் பாருங்கள்.
- (4) $a^2 + 2ab + b^2$ இன் ஒரு காரணி $(a + b)$ ஆகும். ஏனைய காரணிகளைக் காணுங்கள்.
- (5) $(3x-2)$ ஐ $(2x+3)$ ஆல் பெருக்கிப் பெறப்படும் மூலறுப்புக் கோவையை $(2x+3)$ ஆல் வகுங்கள்.
- (6) கீழே தரப்பட்டுள்ள மூலறுப்புக் கோவைகள் நிறைவர்க்கமா? இல்லையா? என்பதை சூத்திரத்தின் எதிரே எழுதுங்கள்.
- (i) $x^2 + 4x + 4$ (ii) $a^2 + 18a + 81$
- (iii) $p^2 + 12p + 18$ (iv) $y^2 + 24y + 144$
- (v) $4m^2 + 12m + 9$
- (7) (i) $x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$ ஐ நிறைவர்க்கமாக எழுதுங்கள்.
- (ii) $x^2 + \frac{1}{x^2} - 2$ ஐ நிறைவர்க்கமாக எழுதுங்கள்.

சாராட்சம்

- ★ #ருறுப்புக்கோவைகள் இரண்டைப் பெருக்குவதால் மூலறுப்புக்கோவைகள் பெறப்படும்.
- ★ $x^2 + bx + c$ என்ற மூலறுப்புக்கோவையொன்றின் நடுஉறுப்பின் குணகத்தின் அரைப்பங்கின் வர்க்கமானது இறுதி உறுப்புக்குச் சமனாகுமாயின் அவ்வாறான மூலறுப்புக் கோவைகளை நிறைவர்க்கமாக எழுதமுடியும்.
- ★ மூலறுப்புக் கோவையொன்றின் ஒரு காரணி தெரியுமாயின் கோவையை அக்காரணியால் வகுத்து மற்றைய காரணியைப் பெறமுடியும்.