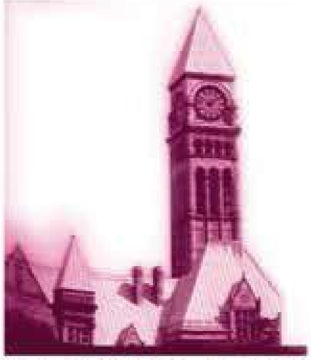
07 பரப்பளவு

இப்பாடத்தைக் கற்பதனூடாக நாங்கள்......

- ஆரைகளுடனான மூடிய தள உருக்களின் பரப்பளவைக் காண்போம்.
- உருளையின் மேற்பரப்பளவைக் காண்போம்.

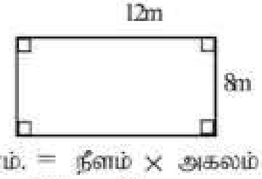


இதற்கு முன்னர் கற்ற பாடத்தில் தள உருக்களின் சுற்றளவு, மூடிய கூட்டுருக்களின் சுற்றளவு காணும் முறைபற்றிக் கற்றுள்ளீர்கள்.

அன்றாட வாழ்க்கையில் சுற்றளவுகளையும், பரப்பளவுகளையும் காணவேண்டிய பல சந்தர்ப்பங்கள் ஏற்படுகின்றன. காணியொன்றின் பரப்பளவு, வீடொன்றின் பரப்பளவு மற்றும் வீட்டுச் சுவர்களின் உட்புறமும் வெளிப்புறமும் நிறம் பூசுவதற்கு ஏற்படும் செலவுகளையும் கணிப்பதற்கு பரப்பளவுகளைக் காணவேண்டிய சந்தர்ப்பங்கள் ஏற்படுகின்றன.

12m நீளமும் 8m அகலமும் உடைய செவ்வக வடிவான தளத்திற்கு தளப்பூச்சு பூசவேண்டியுள்ளது. 4 சதுர மீற்றர் பூசுவதற்கு 1 லீற்றர் நிறப்பூச்சு தேவைப்படுமாயின் தளம் முழுவதற்கும் பூசுவதற்குத் தேவையான நிறப்பூச்சின் அளவைக் காணுங்கள்.

இவ்வாறான பிரசினத்தைத் தீர்ப்பது எவ்வாறு?



முதலில் செவ்வக வடிவத்தின் பரப்பளவைக் காண்போம். = நீளம் $\times$ அகலம்

$= 12m \times 8m$

$= 96m^2$

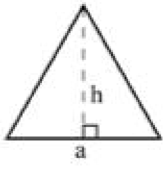
1 லீற்றரில் பூசக் கூடிய தளத்தின் பரப்பளவு $= 4m^2$

இலவச விநியோகத்திற்காக

தளம் முழுவதற்கும் பூசுவதற்குத் தேவையான பூச்சின் அளவு $= \frac{96}{4} = 24\ l$

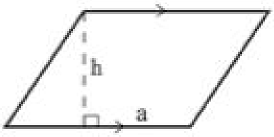
மேலே கூறப்பட்ட பிரசினத்தைத் தீர்ப்பதற்கு செவ்வகத்தின் பரப்பளவைக் காணும் அறிவினைப் பயன்படுத்தினோம்.

முக்கோணியின் பரப்பளவு



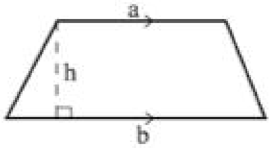
$$\text{பரப்பளவு} = \frac{1}{2} \times \text{அடி} \times \text{செங்குத்து உயரம்}$$
$$= \frac{1}{2} \times a \times h$$
$$= \frac{1}{2} ah$$

இணைகரத்தின் பரப்பளவு



ஒரு பக்க நீளம் *a* ஆகவும் அப்பக்கத்திற்கும் அதற்குச் சமாந்தரமான பக்கத்திற்கும் இடையே உள்ள செங்குத்து உயரம் h ஆகவும் இருப்பின்
இணைகரத்தின் பரப்பளவு = $a \times h$ ஆகும்

சரிவகத்தின் பரப்பளவு



$$= \frac{1}{2} \left\{ \begin{matrix} \text{இரு சமாந்தரப் பக்கங்களின்} \\ \text{கூட்டுத்தொகை} \end{matrix} \right\} \times \text{அப்பக்கங்களுக்கு இடையே உள்ள செங்குத்து உயரம்}$$

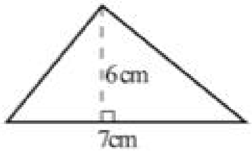
$$= \frac{1}{2}(a + b)h$$

நீங்கள் இதற்கு முன்னர் கற்ற அறிவினைப் பயன்படுத்தி, கீழே தரப்பட்டுள்ள செயற்பாடுகளைச் செய்யுங்கள்.

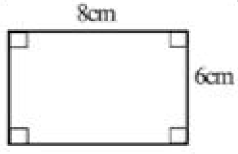
செயற்பாடு - 1

கீழே தரப்பட்ட உருக்களின் பரப்பளவைக் காணுங்கள்.

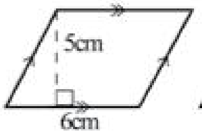
(i)



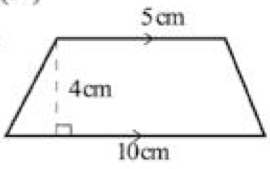
(ii)



(iii)

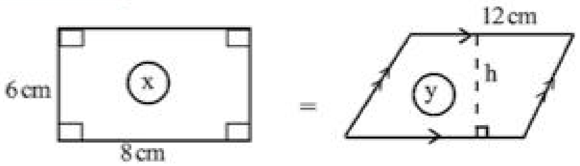


(iv)

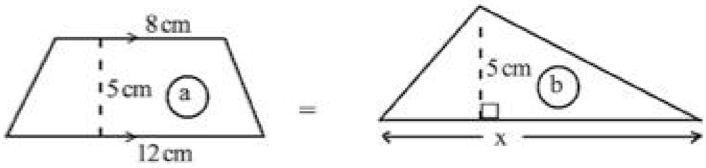


இலவச விநியோகத்திற்காக

செயற்பாடு - 2

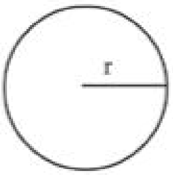


(x) செவ்வகத்தின் பரப்பளவு = (y) இணைகரத்தின் பரப்பளவு எனின் h இன் பெறுமானத்தை காணுங்கள்.



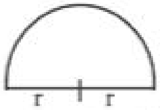
(a) இன் பரப்பளவு = (b) இன் பரப்பளவு எனின் x ஐக் காணுங்கள்.

1. ***வட்டத்தின் பரப்பளவு***



வட்டத்தின் பரப்பளவு πr^2 ஆகும்
இங்கு வட்டத்தின் r ஆரை ஆகும்

11. ***அரைவட்டத்தின் பரப்பளவு***



அரை வட்டத்தின் பரப்பளவு $= \frac{180^0}{360^0} \times \pi r^2 = \frac{1}{2}\pi r^2$

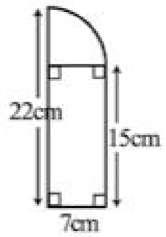
111. ***கால்வட்டத்தின் பரப்பளவு***

கால் வட்டத்தின் பரப்பளவு $= \frac{90^0}{360^0} \times \pi r^2 = \frac{1}{4}\pi r^2$

அரைவட்டம் என்பது வட்டமொன்றின் மையத்தில் 180° கோணத்தை உடைய ஆரைச்சிறைப் பகுதியாகும். கால் வட்டம் என்பது வட்டமொன்றின் மையத்தில் 90° கோணத்தை உடைய ஆரைச்சிறைப் பகுதியாகும். ஆரைச்சிறையின் பரப்பளவிற்கும் வட்டத்தின் பரப்பளவுக்கும் இடையிலுள்ள விகிதமானது அவற்றின் ஆரைச்சிறைக் கோணத்திற்கும் வட்டத்தின் மையக்கோணத்திற்கும் இடையிலுள்ள விகிதத்திற்குச் சமனாகும்.

$$\therefore \frac{\text{ஆரைச்சிறைப் பரப்பளவு}}{\text{வட்டத்தின் பரப்பளவு}} = \frac{\text{ஆரைச்சிறைக் கோணம்}}{360^0}$$

உதாரணம் 1



இவ்வுருவின் பரப்பளவைக் காண்போம்.

பரப்பளவு = செவ்வகத்தின் பரப்பளவு + ஆரைச் சிறையின் பரப்பளவு

$$=15\times 7+\frac{90^0}{360^0}\times \pi r^2$$

$$=105+\frac{1}{\cancel{4}^{2}}\times\frac{\cancel{22}^{11}}{\cancel{7}}\times 7\times\cancel{7}$$

$$=105+\frac{77}{2}$$

$$=105+38.5=\underline{\underline{143.5\text{cm}^2}}$$

உதாரணம் 2

இவ்வுருவின் பரப்பளவைக் காணுங்கள்

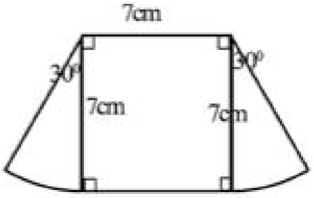
பரப்பளவு = சதுரத்தின் பரப்பளவு + 2 (ஆரைச் சிறைகளின் பரப்பளவு)

$$=7\times 7+2\times\frac{30}{360^0}\times \pi r^2$$

$$=49+\cancel{2}\times\frac{1}{\cancel{12}_{\cancel{6}\,3}}\times\frac{\cancel{22}^{11}}{\cancel{7}}\times 7\times\cancel{7}$$

$$=49+\frac{77}{3}$$

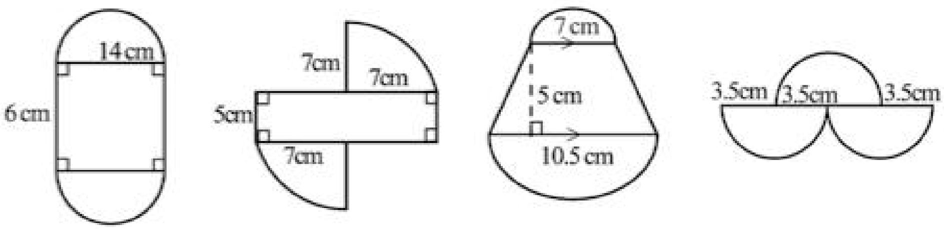
$$=49+25.67=\underline{\underline{74.67\text{cm}^2}}$$



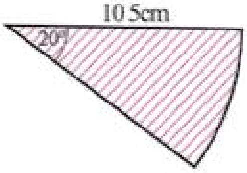
பயிற்சி 7.1

(1) கீழே தரப்பட்டுள்ள உருக்களின் பரப்பளவுகளைக் காணுங்கள்.

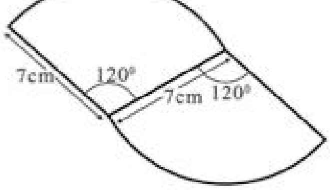
(i) (ii) (iii) (iv)



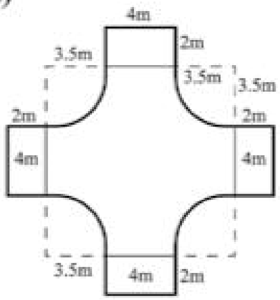
(v)



(vi)



(2)

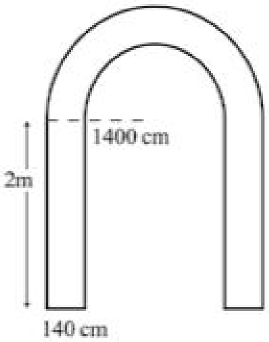


இவ்வுருவில் வணக்கஸ்த்தலமொன்றின் மாதிரி அமைப்பு காட்டப்பட்டுள்ளது. நீளங்கள் மீற்றரில் **தரப்பட்டுள்ளன.**

(i). தளத்தின் பரப்பளவைக் காணுங்கள்.

(ii). நிலத்திற்கு சீமெந்து இடுவதற்கு 1 சதுர மீற்றருக்கு ரூபா 80 வீதம் செலவாகும். பணத்தைக் காணுங்கள்.
தரப்பட்டுள்ள தளத்திற்குச் செலவாகும்.

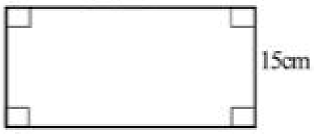
(3)



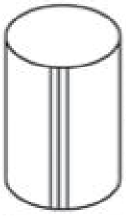
உருவில் காட்டப்பட்டிருப்பது வரவேற்கும் மண்டப நுழைவாயிலின் வடிவமாகும். இவ்வாயில் மரப்பலகையில் அமைக்கப்பட்டுள்ளது.
இப்பலகையின் பரப்பளவைக் காணுங்கள்.
ஒரு சதுர மீற்றர் பலகையின் விலை ரூபா 60 எனின் இதற்குச் செலவாகும் பணத்தைக் காணுங்கள்.

உருளையின் மேற்பரப்பளவு

செயற்பாடு - 3



படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள அளவுகளையுடைய செவ்வக வடிவத்தை ஒரு தடித்த கடதாசி மட்டையில் வெட்டி எடுங்கள். அதன் நீளப்பக்கம் வட்டமாக அமையும் வண்ணம் மடித்து அகலப்பக்கத்தின் விளிம்புகள் இரண்டும் ஒன்றுடன் ஒன்று பொருந்துமாறு வைத்து செலோடேப்பால் ஒட்டுங்கள்.



தரப்பட்டள்ள வடிவத்தை பாருங்கள். இவ்வடிவம் பாற்பேணி, மீன்டின். பிஸ்கட் டின் ஆகியவற்றில் காணப்படுகின்றதா எனப் பாருங்கள். வீட்டில் இவ்வாறான வடிவங்களையுடைய பொருட்களின் பெயர்களை எழுதுங்கள். இவ்வாறான வடிவங்களையுடைய பொருட்களை உருளை வடிவப் பொருட்கள் என அழைப்போம்.

திண்ம உருளையின் மேற்பரப்பு இரு வட்ட வடிவங்களையும், ஒரு வளைந்த பகுதியையும் கொண்டுள்ளது.

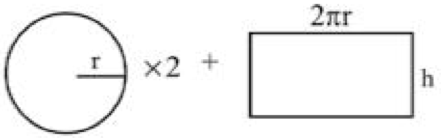
திண்ம உருளையின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு	= இரண்டு வட்டப் பகுதியின் பரப்பளவு + வளைந்த பகுதியின் பரப்பளவு.

வளைந்த மேற்பரப்பு அமைந்துள்ள முறையினை அவதானியுங்கள். உருளையின் வளைந்த மேற்பரப்பானது முன்னர் வெட்டி எடுத்த செவ்வக வடிவத்தின் மூலம் பெறப்பட்டதாகும்.

இதன்படி உருளையின் வளைந்த பகுதியின் பரப்பளவானது செவ்வகத்தின் பரப்பளவிற்குச் சமனாகும். வட்டத்தின் பரிதியானது செவ்வகத்தின் நீளப்பக்கத்தினால் பெறப்பட்டுள்ளது. பரிதிக்கு $2\pi r$ எனும் சூத்திரம் பயன்படுத்தப்படுவதை நீங்கள் அறிவீர்கள், உருளையின் உயரமானது செவ்வகத்தின் அகலப் பக்கமாக அமைந்துள்ளது. அதனை h எனக் கொள்வோம்.

எனவே செவ்வகத்தின் பரப்பளவு $2\pi r \times h$ எனக் காணப்படும்.

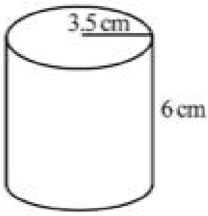
உருளையின் மேற்பரப்பளவு =



$$= \boxed{\pi r^2 \times 2 + 2\pi rh}$$

$$= 2\pi r^2 + 2\pi rh$$

உதாரணம்-3



இவ்வுருவில் காட்டப்பட்டிருப்பது ஆரை 3.5cm, உயரம் 6cm அளவுகள் உடைய உருளை வடிவப் பேணியாகும். இதன் மேற்பரப்பளவைக் காண்போம்.

(r) ஆரை $3.5\text{cm} = \frac{7}{2}\text{cm}$, h (உயரம்) = 6cm

உருளையின் மேற்பரப்பளவு $= 2\pi r^2 + 2\pi rh$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} + 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times 6$$

$$= 77 + 132$$

$$= \underline{\underline{209\text{cm}^2}}$$

இலவச விநியோகத்திற்காக

பயிற்சி 7.2

(1) விட்டம் 14cm உயரம் 12 cm உடைய உருளை வடிவான பேணி அமைக்கப்பட்டுள்ளது. இப்பேணியின் மூடியிலும் வளைந்த மேற்பரப்புப் பகுதியிலும் சுற்றுறை அச்சிட்டு ஒட்டுவதற்குத் தீர்மானிக்கப்பட்டது. இதற்குத் தேவையான சுற்றுறையின் பரப்பளவைக் காணுங்கள்.

(2) 10.5cm விட்டமுடைய உருளை வடிவான பாத்திரமொன்றின் உயரம் விட்டத்தைப் போன்று இருமடங்காகும்.

(i) உருளையின் வளைந்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காணுங்கள்.

(ii) உருளையின் முழு மேற்பரப்பளவைக் காணுங்கள்.

(3) ஆரை 3.5m, உயரம் 4m உடைய உருளைவடிவான நீர்த்தொட்டி ஒன்று கொங்கிறீட்டினால் அமைக்கப்பட்டுள்ளது. தொட்டியை இலகுவாக சுத்தப்படுத்துவதற்கு அதன் வட்டவடிவமான மேற்றளத்தில் $1\frac{1}{2}$ m நீளமும், 1m அகலமும் கொண்ட செவ்வக வடிவான துளை ஒன்று அமைக்கப்பட்டுள்ளது.

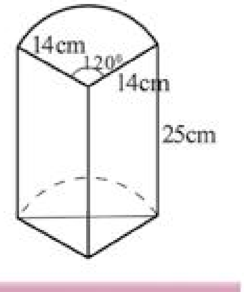
(i) தொட்டியின் முழு மேற்பரப்பளவைக் காணுங்கள்.

(ii) தொட்டியின் மேற்பரப்பளவிற்கு நிறப் பூச்சு பூசுவதற்கு 1 சதுர மீற்றருக்கு ரூபா 80 வீதம் செலவாகும். மொத்தச் செலவைக் காண்க.

(4) உருளை வடிவான திண்மமொன்றின் ஆரை r cm ஆகும். ஆகும். அதன் உயரம் 3r cm ஆகும். அவ்வுருளையின் முழு மேற்பரப்பளவு $308cm^2$ ஆகும்.

(i) உருளையின் வட்ட வடிவமான முகமொன்றின் பரப்பளவை (r) சார்பாகக் காணுங்கள்.
(ii) உருளையின் வளைந்த பகுதியின் மேற்பரப்பளவை (r) சார்பாகக் காணுங்கள்.
(iii) முழு மேற்பரப்பளவைக் காணுங்கள்.
(iv) நீங்கள் i, ii, iii மூலம் பெற்ற தொடர்பைப் பயன்படுத்தி சமன்பாடொன்றை அமையுங்கள்.
(v) அச்சமன்பாட்டைத் தீர்ப்பதன் மூலம் r இன் பெறுமானத்தைக் காணுங்கள்.

(5) உருளை வடிவான மரக்குற்றி ஒன்றிலிருந்து நீளப்பக்கமாக வெட்டியெடுக்கப்பட்ட ஒரு பகுதி இங்கு காட்டப்பட்டுள்ளது.

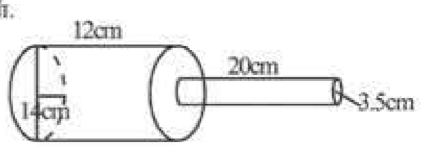


(i) இத்திண்மப் பகுதியில் காணப்படும் தட்டையான பகுதிகளின் மொத்த மேற்பரப்பளவைக் காணுங்கள்.
(ii) வளைந்த பகுதியின் மேற்பரப்பளவைக் காணுங்கள்.
(iii) முழு மேற்பரப்பளவைக் காணுங்கள்.

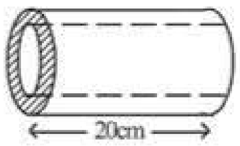
இலவச விநியோகத்திற்காக

(6) ஒருவகை உபகரணம் ஒன்றைத் தயாரிப்பதற்கு உருவில் காட்டியவாறு உருளை வடிவான இரு மரக்குற்றிகள் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. பெரிய உருளையின் ஆரை 14cm, நீளம் 12cm ஆகும். சிறிய உருளைப் பகுதியின் ஆரை 3.5cm, நீளம் 20cm ஆகும்.

(i) இத்திண்மத்தின் வளைந்த பகுதியின் மேற்பரப்பளவைக் காணுங்கள்.
(ii) முழு மேற்பரப்பளவைக் காணுங்கள்.



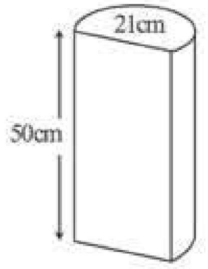
(7) 10.5cm ஆரையுள்ள உருளை வடிவான மரக்குற்றி ஒன்றின் மத்தியிலிருந்து 7cm ஆரையுடைய உருளை வடிவான துளையொன்று இடப்பட்டுள்ளது.



(i) நிழற்றப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவைக் காணுங்கள்.
(ii) வளைவான உட்பகுதியின் பரப்பளவைக் காணுங்கள்.
(iii) வெளிப்புற வளைவான மேற்பகுதியின் பரப்பளவைக் காணுங்கள்.

(8) 21cm விட்டமுடைய உருளை வடிவான மரக்குற்றி ஒன்று இரு சமபகுதிகளாக வேறாக்கப்பட்டு அதன் ஒரு பகுதி உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளது. இதன் உயரம் 50cm ஆகும்.

(i) வளைந்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காணுங்கள்.
(ii) **மொத்தப்** பரப்பளவைக் காணுங்கள்.



சாராம்சம்

★ முக்கோணியின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2}$ அடி $\times$ செங்குத்து உயரம்

★ இணைகரத்தின் பரப்பளவு = ஒருபக்க நீளம் $\times$ **அப்பக்கத்திற்கும் அதற்கு சமாந்தரமான இருபக்கத்திற்கும் இடையே உள்ள செங்குத்து உயரம்**

★ சரிவகத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2}$ {இரு சமாந்தரப் பக்கங்களின் கூட்டுத்தொகை} $\times$ அப்பக்கங்களுக்குள்ள செங்குத்து உயரம்

★ வட்டத்தின் பரப்பளவு $= \pi r^2$

★ உருளையின் மேற்பரப்பளவு $= 2\pi r^2 + 2\pi rh$

இலவச விநியோகத்திற்காக