

12

ප්‍රස්තාර



මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,

- $y = ax^2 + bx + c$ ආකාරයේ වර්ගජ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර ඇඳීමට,
- $y = \pm(x \pm a)^2 + b$ ආකාරයේ වර්ගජ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර ඇඳීමට,
- ප්‍රස්තාර ඇසුරින් වර්ගජ ශ්‍රිතවල හැසිරීම විග්‍රහ කිරීමට,

හැකියාව ලැබේ.

12.1 හැඳින්වීම

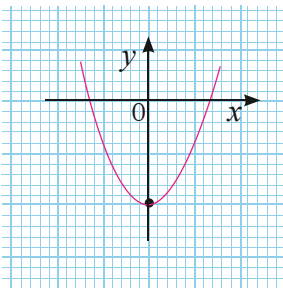
පහත ආකාරයේ වර්ගජ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර පිළිබඳ ව පෙර ශ්‍රේණියේදී ඉගෙන ඇත. එය පිළිබඳව නැවත මතකයට නඟා ගනිමු.

$$y = ax^2$$

$$y = ax^2 + b$$

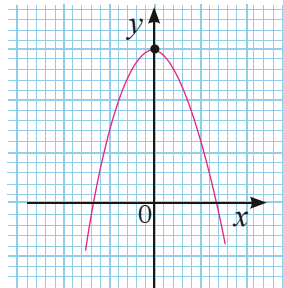
x^2 හි සංගුණකයේ ධන හෝ සෘණ ස්වභාවය අනුව වර්ගජ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරය ආකාර දෙකකි. x^2 හි සංගුණකය ධන අගයක් නම් ශ්‍රිතයට ඇත්තේ අවම හැඩයකි. x^2 හි සංගුණකය සෘණ අගයක් නම් ශ්‍රිතයට ඇත්තේ උපරිම හැඩයකි.

x^2 හි සංගුණකය ධන අගයක් වන විට



අවම අගයක් ඇති ප්‍රස්තාරයක හැඩය

x^2 හි සංගුණකය සෘණ අගයක් වන විට



උපරිම අගයක් ඇති ප්‍රස්තාරයක හැඩය

$y = ax^2$ හා $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ප්‍රස්තාර පිළිබඳ දැනුම භාවිතයෙන් පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසයේ යෙදෙමු.

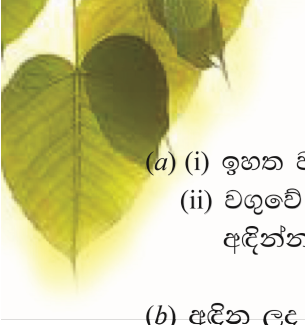


පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

- $y = x^2 - 4$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාර ඇඳීම සඳහා ගොඩනඟන ලද x හා y ඇතුළත් අගය වගුව පහත දැක්වේ.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	5	0	-4	0	5





- (a) (i) ඉහත වගුවේ හිස්තැන් පුරවන්න.
 (ii) වගුවේ තොරතුරු භාවිත කර සුදුසු පරිමාණයක් යොදා ගනිමින් ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.
- (b) අදින ලද ප්‍රස්තාරය භාවිතයෙන් පහත දැක්වෙන අගයන් ලබා ගන්න.
 (i) අවම අගය
 (ii) ශීර්ෂයේ ඛණ්ඩාංක
 (iii) ශ්‍රිතය සෘණ වන x හි අගය පරාසය
 (iv) ශ්‍රිතය සෘණව අඩු වන x හි අගය පරාසය
 (v) ශ්‍රිතය සෘණව වැඩි වන x හි අගය පරාසය
 (vi) $y = -1$ වන x හි අගයන්

2. $y = 4 - x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාර ඇඳීම සඳහා ගොඩනගන ලද x හා y ඇතුළත් අගය වගුව පහත දැක්වේ.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-5	0	3	3	0	-5

- (a) (i) ඉහත වගුවේ හිස්තැන් පුරවන්න.
 (ii) වගුවේ තොරතුරු භාවිත කර සුදුසු පරිමාණයක් යොදා ගනිමින් ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.
- (b) අදින ලද ප්‍රස්තාරය භාවිතයෙන් පහත දැක්වෙන අගයන් ලබා ගන්න.
 (i) උපරිම අගය
 (ii) ශීර්ෂයේ ඛණ්ඩාංක
 (iii) ශ්‍රිතය ධන වන x හි අගය පරාසය
 (iv) ශ්‍රිතය ධන ව වැඩි වන x හි අගය පරාසය
 (v) ශ්‍රිතය ධන ව අඩු වන x හි අගය පරාසය
 (vi) ශ්‍රිතය සෘණ වන x හි අගය පරාසය
 (vii) $y = 1$ වන x හි අගය
 (viii) $\sqrt{5}$ හි අගය පළමු දශමස්ථානයට
 (ix) $4 - x^2 = 0$ සමීකරණයේ මූල

12.2 $y = ax^2 + bx + c$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාර

ඔබ උගෙන ඇති $y = ax^2$ හා $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර y අක්ෂය වටා සමමිතික වේ. $y = ax^2 + bx + c$ ආකාරයේ වර්ගජ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාර පිළිබඳ ව මිලිගට අවධානය යොමු කරමු.



$a > 0$ විට $y = ax^2 + bx + c$ ආකාරයේ වර්ගජ ශ්‍රිත

පහත නිදසුනට අවධානය යොමු කරමු.

නිදසුන 1

$y = x^2 + 2x - 3$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්ථාරය x හි අගය -4 සිට $+2$ තෙක් පරාසය තුළ අඳිමු. අදාළ පරාසය තුළ අගය වගුව පහත පරිදි ගොඩනගා ගත හැකි ය.

$x = -4$ වූ විට, $y = (-4)^2 + [2 \times (-4)] - 3 = 16 + (-8) - 3 = 5$

$x = -3$ වූ විට, $y = (-3)^2 + [2 \times (-3)] - 3 = 9 + (-6) - 3 = 0$

$x = -2$ වූ විට, $y = (-2)^2 + [2 \times (-2)] - 3 = 4 + (-4) - 3 = -3$

$x = -1$ වූ විට, $y = (-1)^2 + [2 \times (-1)] - 3 = 1 + (-2) - 3 = -4$

$x = 0$ වූ විට, $y = (0)^2 + [2 \times (0)] - 3 = 0 + 0 - 3 = -3$

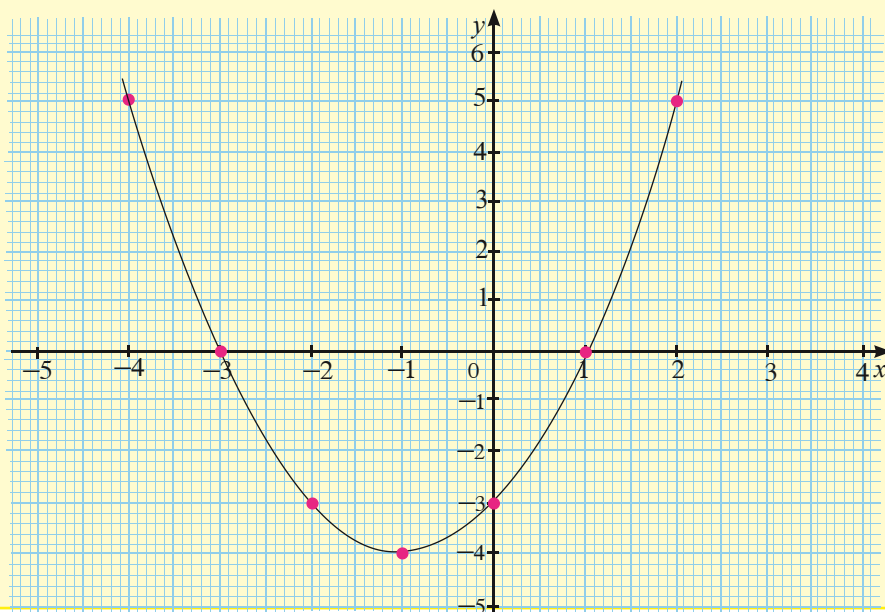
$x = +1$ වූ විට, $y = (+1)^2 + [2 \times (+1)] - 3 = 1 + 2 - 3 = 0$

$x = +2$ වූ විට, $y = (+2)^2 + [2 \times (+2)] - 3 = 4 + 4 - 3 = 5$

මෙය තොරතුරු පහත වගුවේ දැක්වමු.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
y	5	0	-3	-4	-3	0	5
පටිපාටිගත යුගල ලෙස දැක් වූ විට	(-4, 5)	(-3, 0)	(-2, -3)	(-1, -4)	(0, -3)	(1, 0)	(2, 5)

x අක්ෂය දිගේ කුඩා කොටු 10කින් ඒකකයක් ද y අක්ෂය දිගේ කුඩා කොටු 5කින් ඒකකයක් ද නිරූපණය වන සේ පරිමාණය ගෙන ඛණ්ඩාංක තලයක එම පටිපාටිගත යුගල ලකුණු කර අඳින ලද ප්‍රස්ථාරය පහත දැක්වේ.





මෙම ප්‍රස්තාරය නිරීක්ෂණය කළ විට පහත කරුණු අවබෝධ කර ගත හැකි වේ.

- y හි එකම අගයට අනුරූපව x හි අගයන් 2ක් ඇත. එනම්,
 $(-4, 5)$, $(2, 5)$
 $(-3, 0)$, $(1, 0)$
 $(-2, -3)$, $(0, 3)$ වේ.
- මෙම පටිපාටිගත යුගල ඛණ්ඩාංක තලයක ලකුණු කළ විට, එම ලක්ෂ්‍යවල පිහිටීම් වක්‍රයක ආකාර ගනී. මේ අනුව, වර්ගජ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරය සෑම විටම වක්‍රාකාර හැඩ ගන්නා අතර, එම හැඩය පරාවලයක් යනුවෙන් හැඳින්වේ.
- වක්‍රයේ විවිධ ලක්ෂ්‍යවලදී අනුක්‍රමණ වෙනස් වේ.
- ප්‍රස්තාරය $x = -1$ රේඛාව වටා සමමිතික වෙයි. එනම්, ප්‍රස්තාරයේ සමමිතික අක්ෂයේ සමීකරණය $x = -1$ වේ.
- x හි අගය -3 සිට $+1$ තෙක් වැඩිවන විට, ශ්‍රිතය සෘණව පවතී. ඒ අනුව, ශ්‍රිතය සෘණව පවත්නා x හි පරාසය $-3 < x < +1$ වේ.
- ශ්‍රිතයේ අවම අගය -4 වන අතර හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ (වර්තන ලක්ෂ්‍යයේ) ඛණ්ඩාංක $(-1, -4)$ වේ. මෙය ශීර්ෂය නමින් ද හැඳින්වේ.
- මෙම ශ්‍රිතය අනුව $x^2 + 2x - 3 = 0$ වර්ගජ සමීකරණයේ මූල ලබා ගත හැකි ය. ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය මගින් x අක්ෂය ලක්ෂ්‍ය දෙකකදී ඡේදනය කර ඇත. $x = -3$ සහ $x = +1$ එම අගයන් වේ. එම අගයන් $x^2 + 2x - 3 = 0$ වර්ගජ සමීකරණයේ මූල වේ.

නිදසුන 2

$y = 2x^2 - 2x - 5$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය x හි අගය -2 සිට $+5$ තෙක් පරාසය තුළ අදිමු. අදාළ පරාසය තුළ අගය වගුව පහත පරිදි ගොඩනගා ගත හැකි ය.

$$x = -2 \text{ වූ විට, } y = [2 \times (-2)^2] - [2 \times (-2)] - 5 = 8 - (-4) - 5 = 8 + 4 - 5 = 7$$

$$x = -1 \text{ වූ විට, } y = [2 \times (-1)^2] - [2 \times (-1)] - 5 = 2 - (-2) - 5 = 2 + 2 - 5 = -1$$

$$x = 0 \text{ වූ විට, } y = [2 \times (0)^2] - [2 \times 0] - 5 = 0 - 0 - 5 = 0 - 5 = -5$$

$$x = 1 \text{ වූ විට, } y = [2 \times (1)^2] - [2 \times 1] - 5 = 2 - 2 - 5 = 0 - 5 = -5$$

$$x = 2 \text{ වූ විට, } y = [2 \times (2)^2] - [2 \times 2] - 5 = 8 - 4 - 5 = 4 - 5 = -1$$

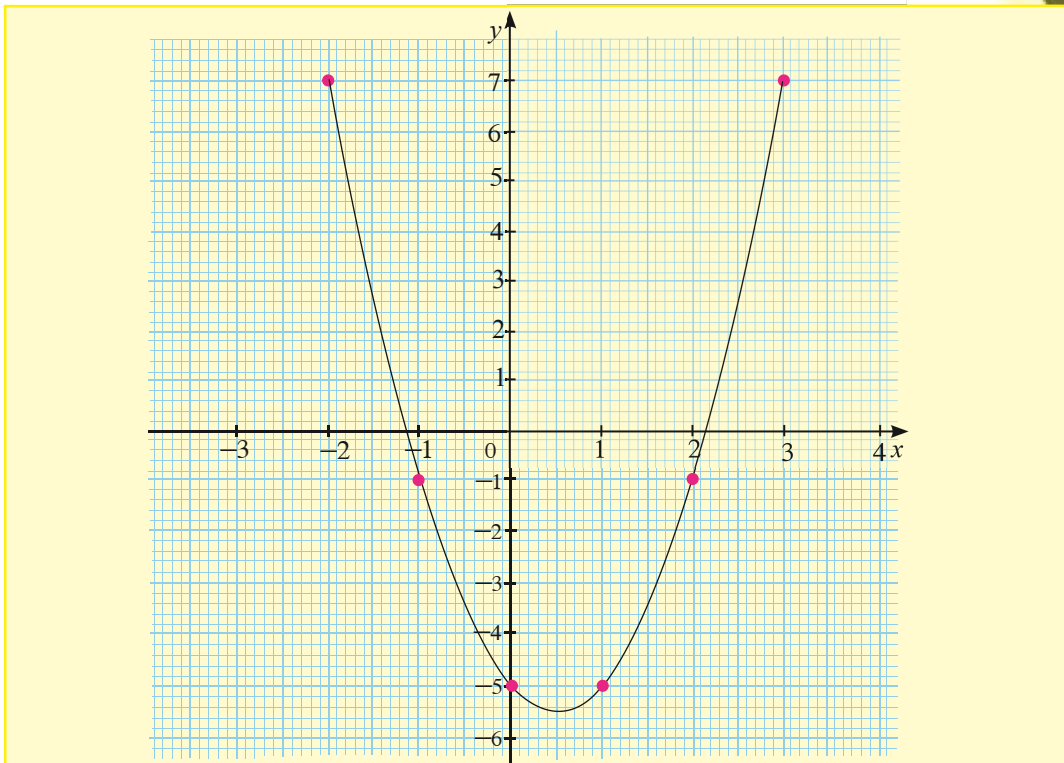
$$x = 3 \text{ වූ විට, } y = [2 \times (3)^2] - [2 \times 3] - 5 = 18 - 6 - 5 = 12 - 5 = 7$$

මෙම තොරතුරු පහත වගුවේ දක්වමු.

x	-2	-1	0	1	2	3
y	7	-1	-5	-5	-1	7
පටිපාටිගත යුගල ලෙස දැක් වූ විට	$(-2, 7)$	$(-1, -1)$	$(0, -5)$	$(1, -5)$	$(2, -1)$	$(3, 7)$

x අක්ෂය දිගේ කුඩා කොටු 10කින් ඒකකයක් ද y අක්ෂය දිගේ කුඩා කොටු 5කින් ඒකකයක් ද නිරූපණය වන සේ පරිමාණය ගෙන ඛණ්ඩාංක තලයක එම පටිපාටිගත යුගල ලකුණු කර අඳින ලද ප්‍රස්තාරය පහත දැක්වේ.





මෙම ප්‍රස්තාරය නිරීක්ෂණය කළ විට පහත කරුණු අවබෝධ කර ගත හැකි වේ.

- ශ්‍රිතයේ අවම අගය -5.5
- ශීර්ෂයේ ඛණ්ඩාංක $(0.5, -5.5)$
- සමමිතික අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 0.5$
- ශ්‍රිතය සෘණවන x හි පරාසය $-1.2 < x < 2.2$
- ශ්‍රිතය සෘණව අඩු වන x හි පරාසය $-1.2 < x < 0.5$
- ශ්‍රිතය සෘණව වැඩි වන x හි පරාසය $0.5 < x < 2.2$
- $2x^2 - 2x - 5 = 0$ සමීකරණයේ මූල $x = -1.15, 2.15$

$a < 0$ විට $y = ax^2 + bx + c$ ආකාරයේ වර්ගජ ශ්‍රිත

පහත නිදසුනට අවධානය යොමු කරමු.

නිදසුන 3

$-4 \leq x \leq 2$ පරාසය තුළ $y = -x^2 - 2x + 5$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳිමු. අදාළ පරාසය තුළ අගය වගුව පහත පරිදි ගොඩනඟා ගත හැකි ය.

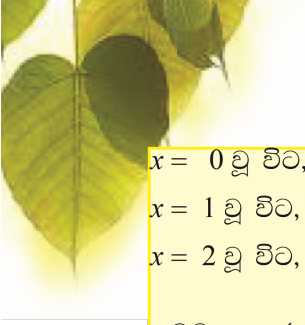
$$x = -4 \text{ වූ විට, } y = -(-4)^2 - [2 \times (-4)] + 5 = -16 - (-8) + 5 = -16 + 8 + 5 = -3$$

$$x = -3 \text{ වූ විට, } y = -(-3)^2 - [2 \times (-3)] + 5 = -9 - (-6) + 5 = -9 + 6 + 5 = +2$$

$$x = -2 \text{ වූ විට, } y = -(-2)^2 - [2 \times (-2)] + 5 = -4 - (-4) + 5 = -4 + 4 + 5 = +5$$

$$x = -1 \text{ වූ විට, } y = -(-1)^2 - [2 \times (-1)] + 5 = -1 - (-2) + 5 = -1 + 2 + 5 = +6$$



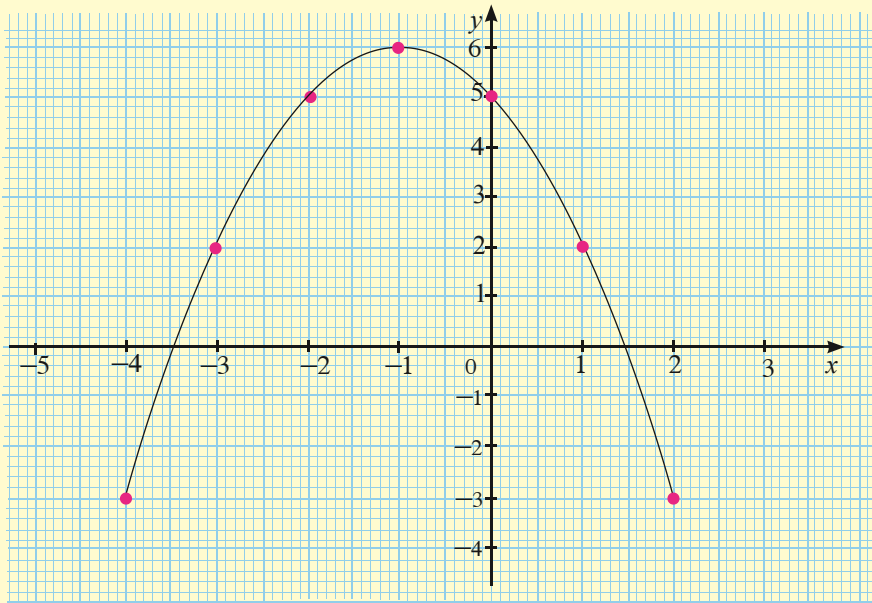


$$\begin{aligned}
 x = 0 \text{ වූ විට, } y &= -(0)^2 - [2 \times 0] + 5 = 0 - 0 + 5 = 0 + 5 = +5 \\
 x = 1 \text{ වූ විට, } y &= -(1)^2 - [2 \times 1] + 5 = -1 - 2 + 5 = -3 + 5 = +2 \\
 x = 2 \text{ වූ විට, } y &= -(2)^2 - [2 \times 2] + 5 = -4 - 4 + 5 = -8 + 5 = -3
 \end{aligned}$$

මෙම තොරතුරු පහත වගුවේ දැක්වමු.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
y	-3	2	5	6	5	2	-3
පටිපාටිගත යුගල ලෙස දැක් වූ විට	(-4, -3)	(-3, 2)	(-2, 5)	(-1, 6)	(0, 5)	(1, 2)	(2, -3)

x අක්ෂය දිගේ කුඩා කොටු 10කින් ඒකකයක් ද y අක්ෂය දිගේ කුඩා කොටු 5කින් ඒකකයක් ද නිරූපණය වන සේ පරිමාණය ගෙන ඛණ්ඩාංක තලයක එම පටිපාටිගත යුගල ලකුණු කර අදින ලද ප්‍රස්තාරය පහත දැක්වේ.



මෙම ප්‍රස්තාරය නිරීක්ෂණය කළ විට පහත කරුණු අවබෝධ කර ගත හැකි වේ.

- $y = -x^2 - 2x + 5$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය පරාවලයක හැඩය ගනී.
- ප්‍රස්තාරය $x = -1$ වටා සමමිතික වේ. එබැවින් සමමිතික අක්ෂයේ සමීකරණය $x = -1$ වේ.
- x හි අගය -3.5 සිට $+1.5$ තෙක් වැඩි වන විට ශ්‍රිතය ධනව පවතී. ඒ අනුව ශ්‍රිතය ධනව පවතින x හි පරාසය $-3.5 \leq x \leq 1.5$ වේ.
- ශ්‍රිතයේ උපරිම අගය $+6$ වන අතර හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක $(-1, 6)$ වේ.
- ඉහත ශ්‍රිතය අනුව $-x^2 - 2x + 5 = 0$ වර්ගජ සමීකරණයේ මූල $x = -3.5, 1.5$ වේ.



නිදසුන 4

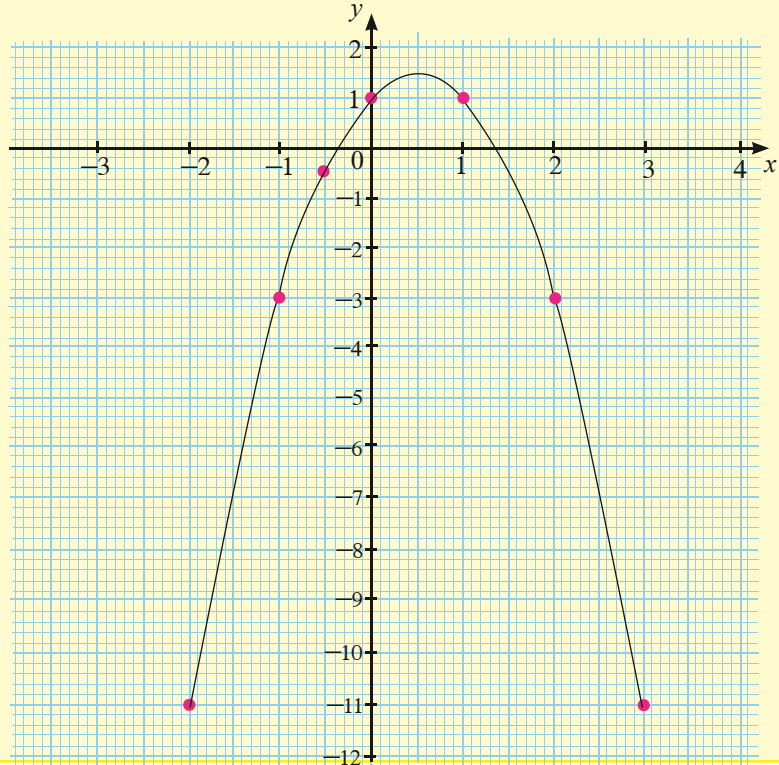
$-2 \leq x \leq 3$ පරාසය තුළ $y = 1 + 2x - 2x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්ථාරය අඳිමු. අදාළ පරාසය තුළ අගය වගුව පහත පරිදි ගොඩනගා ගත හැකි ය.

$x = -2$ වූ විට, $y = 1 + [2 \times (-2)] - [2 \times (-2)^2] = 1 + (-4) - 8 = 1 - 4 - 8 = -11$
 $x = -1$ වූ විට, $y = 1 + [2 \times (-1)] - [2 \times (-1)^2] = 1 + (-2) - 2 = 1 - 2 - 2 = -3$
 $x = -0.5$ වූ විට, $y = 1 + [2 \times (-0.5)] - [2 \times (-0.5)^2] = 1 + (-1) - 0.5 = 1 - 1 - 0.5 = -0.5$
 $x = 0$ වූ විට, $y = 1 + [2 \times 0] - [2 \times 0^2] = 1 + 0 - 0 = 1$
 $x = 1$ වූ විට, $y = 1 + [2 \times 1] - [2 \times 1^2] = 1 + 2 - 2 = 1$
 $x = 2$ වූ විට, $y = 1 + [2 \times 2] - [2 \times 2^2] = 1 + 4 - 8 = 5 - 8 = -3$
 $x = 3$ වූ විට, $y = 1 + [2 \times 3] - [2 \times 3^2] = 1 + 6 - 18 = 7 - 18 = -11$

මෙය තොරතුරු පහත වගුවේ දැක්වමු.

x	-2	-1	-0.5	0	1	2	3
y	-11	-3	-0.5	1	1	-3	-11
පටිපාටිගත යුගල ලෙස දැක් වූ විට	(-2, -11)	(-1, -3)	(-0.5, -0.5)	(0, 1)	(1, 1)	(2, -3)	(3, -11)

x අක්ෂය දිගේ කුඩා කොටු 10කින් ඒකකයක් ද y අක්ෂය දිගේ කුඩා කොටු 5කින් ඒකකයක් ද නිරූපණය වන සේ පරිමාණය ගෙන ඛණ්ඩාංක තලයක එම පටිපාටිගත යුගල ලකුණු කර අඳින ලද ප්‍රස්ථාරය පහත දැක්වේ.





මෙම ප්‍රස්තාරය නිරීක්ෂණය කළ විට පහත කරුණු අවබෝධ කර ගත හැකි වේ.

- ශ්‍රිතයේ උපරිම අගය 1.5
- ශීර්ෂයේ ඛණ්ඩාංක (0.5, 1.5)
- සමමිතික අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 0.5$
- ශ්‍රිතය ධන ව වැඩි වෙමින් පවතින x හි පරාසය $-0.35 < x < 0.5$
- $1 + 2x - 2x^2 = 0$ සමීකරණයේ මූල $x = -0.35, 1.35$

12.1 අභ්‍යාසය

1. $y = x^2 - 2x - 4$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාර ඇඳීම සඳහා ගොඩනගන ලද x හා y ඇතුළත් අගය වගුව පහත දැක්වේ.

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	4	-1	-4	-1	4

- (a) (i) වගුවේ හිස්තැන් පුරවන්න.
 (ii) වගුව භාවිත කර සුදුසු පරිමාණයකට අනුව ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.
- (b) ඔබ ඇඳි ප්‍රස්තාරය භාවිතයෙන්,
 (i) අවම අගය සොයන්න.
 (ii) හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.
 (iii) සමමිතික රේඛාවේ සමීකරණය ලියන්න.
 (iv) ශ්‍රිතය ඍණ වන x හි අගය පරාසය සොයන්න.
 (v) ශ්‍රිතය ඍණ ව අඩු වන x හි අගය පරාසය සොයන්න.
 (vi) ශ්‍රිතය ඍණ ව වැඩි වන x හි අගය පරාසය සොයන්න.
 (vii) ශ්‍රිතය ධන වන x හි අගය පරාසය සොයන්න.
 (viii) $x^2 - 2x - 4 = 0$ සමීකරණයෙහි මූල සොයන්න.

2. $y = 1 - 2x - x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳීම සකස් කළ x හා y අගය ඇතුළත් අසම්පූර්ණ වගුවක් පහත දැක්වේ.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
y	-7	-2	1	2	1	-7

- (a) (i) වගුවේ හිස්තැන් පුරවන්න.
 (ii) වගුව භාවිත කර සුදුසු පරිමාණයක් ගෙන ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.
- (b) ඔබේ ප්‍රස්තාරය භාවිතයෙන්,
 (i) හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංකය සොයන්න.
 (ii) සමමිතික රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.
 (iii) $1 - 2x - x^2 = 0$ සමීකරණයේ මූල සොයන්න.
 (iv) ශ්‍රිතය ධන ව වැඩි වන x හි අගය පරාසය සොයන්න.
 (v) ශ්‍රිතයෙහි අගය -3 වන විට x හි අගයන් සොයන්න.

3. $y = x^2 - 4x + 2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳීම සඳහා $-1 \leq x \leq 5$ පරාසය තුළ අගය වගුවක් ගොඩ නගන්න.



- (a) සුදුසු පරිමාණයක් ගෙන ඉහත ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.
- (b) අදින ලද ප්‍රස්තාරය භාවිතයෙන්,
- ප්‍රස්තාරයේ ශීර්ෂයේ ඛණ්ඩාංක ලියන්න.
 - සමමිතික අක්ෂයේ සමීකරණය ලියන්න.
 - ශ්‍රිතය සෘණ වන x හි අගය පරාසය ලියන්න.
 - $2 - 4x + x^2 = 0$ සමීකරණයේ මූල සොයන්න.

4. $y = 3 - 2x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳීම සඳහා $-3 \leq x \leq 3$ පරාසය තුළ අගය වගුවක් ගොඩ නඟන්න.

- (a) සුදුසු පරිමාණයක් ගෙන ඉහත ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.
- (b) අදින ලද ප්‍රස්තාරය භාවිතයෙන්,
- සමමිතික අක්ෂයේ සමීකරණය ලියන්න.
 - $y = -2$ වන x හි අගයන් සොයන්න.
 - ශ්‍රිතයේ අගය ධනව වැඩි වෙමින් පවතින x හි අගය පරාසය ලියන්න.
 - $3 - 2x^2 = 0$ සමීකරණයේ මූල ලබා ගන්න.

12. 3 $y = \pm(x \pm a)^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාර

$y = \pm(x \pm a)^2 + b$ ආකාරයේ වර්ගජ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාර පිළිබඳව මිලගට අවධානය යොමු කරමු.

නිදසුන 1

$-5 \leq x \leq 1$ පරාසය තුළ $y = (x + 2)^2 - 2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳිමු.

අදාළ පරාසය තුළ අගය වගුව පහත පරිදි ගොඩනඟා ගත හැකි ය.

$$y = (x + 2)^2 - 2$$

$$\begin{aligned} x = -5 \text{ වූ විට } y &= (-5 + 2)^2 - 2 \\ &= (-3)^2 - 2 \\ &= 9 - 2 \\ &= 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x = -4 \text{ වූ විට } y &= (-4 + 2)^2 - 2 \\ &= (-2)^2 - 2 \\ &= 4 - 2 \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x = -3 \text{ වූ විට } y &= (-3 + 2)^2 - 2 \\ &= (-1)^2 - 2 \\ &= 1 - 2 \\ &= -1 \end{aligned}$$

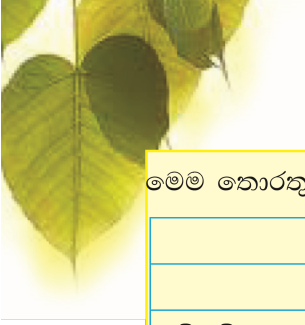
$$\begin{aligned} x = -2 \text{ වූ විට } y &= (-2 + 2)^2 - 2 \\ &= (0)^2 - 2 \\ &= 0 - 2 \\ &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x = -1 \text{ වූ විට } y &= (-1 + 2)^2 - 2 \\ &= (1)^2 - 2 \\ &= 1 - 2 \\ &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x = 0 \text{ වූ විට } y &= (0 + 2)^2 - 2 \\ &= (2)^2 - 2 \\ &= 4 - 2 \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x = 1 \text{ වූ විට } y &= (1 + 2)^2 - 2 \\ &= (3)^2 - 2 \\ &= 9 - 2 \\ &= 7 \end{aligned}$$

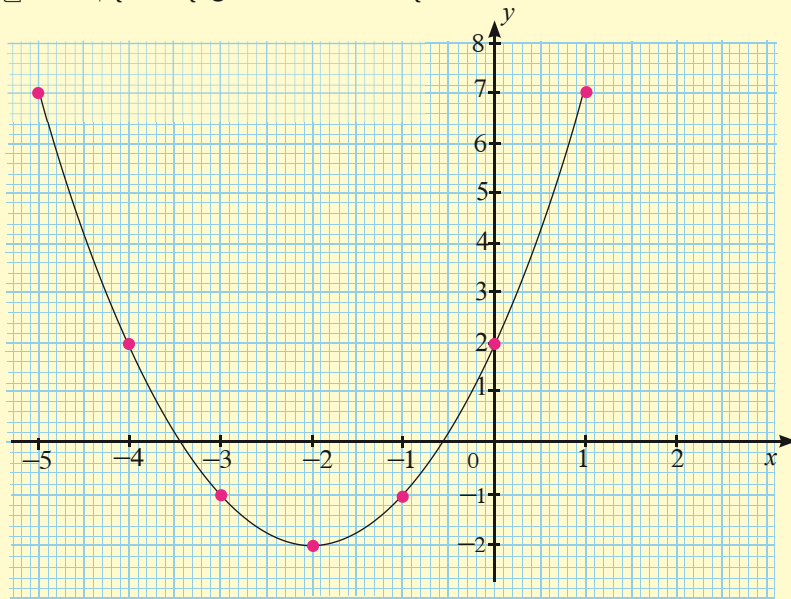




මෙම තොරතුරු පහත වගුවේ දැක්වමු.

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1
y	7	2	-1	-2	-1	2	7
පරිපාටිගත යුගල ලෙස දැක් වූ විට	(-5, 7)	(-4, 2)	(-3, -1)	(-2, -2)	(-1, -1)	(0, 2)	(1, 7)

x අක්ෂය දිගේ කුඩා කොටු 10කින් ඒකකයක් ද y අක්ෂය දිගේ කුඩා කොටු 5කින් ඒකකයක් ද නිරූපණය වන සේ පරිමාණය ගෙන ඛණ්ඩාංක තලයක එම පරිපාටිගත යුගල ලකුණු කර අඳින ලද ප්‍රස්තාරය පහත දැක්වේ.



ඉහත ප්‍රස්තාරය නිරීක්ෂණය කළ විට පහත කරුණු අවබෝධ කර ගත හැකි වේ.

- ශ්‍රිතයේ අවම අගය -2 වේ.
- ශීර්ෂයේ ඛණ්ඩාංක $(-2, -2)$ වේ.
- සමමිතික අක්ෂයේ සමීකරණය $x = -2$ වේ.
- මෙමගින් y අක්ෂය කැපෙන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක $(0, 2)$ වේ.

නිදසුන 2

$-2 \leq x \leq 1$ පරාසය තුළ $y = (x - 2)^2 - 6$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳිමු.
අදාළ පරාසය තුළ අගය වගුව පහත පරිදි ගොඩනඟා ගත හැකි ය.

$$y = (x - 2)^2 - 6$$

$$\begin{aligned} x = -1 \text{ වූ විට } y &= (-1 - 2)^2 - 6 \\ &= (-3)^2 - 6 \\ &= 9 - 6 \\ &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x = 0 \text{ වූ විට } y &= (0 - 2)^2 - 6 \\ &= (-2)^2 - 6 \\ &= 4 - 6 \\ &= -2 \end{aligned}$$





$$\begin{aligned}
 x = 1 \text{ වූ විට } y &= (1 - 2)^2 - 6 \\
 &= (-1)^2 - 6 \\
 &= 1 - 6 \\
 &= -5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x = 2 \text{ වූ විට } y &= (2 - 2)^2 - 6 \\
 &= (0)^2 - 6 \\
 &= 0 - 6 \\
 &= -6
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x = 3 \text{ වූ විට } y &= (3 - 2)^2 - 6 \\
 &= (1)^2 - 6 \\
 &= 1 - 6 \\
 &= -5
 \end{aligned}$$

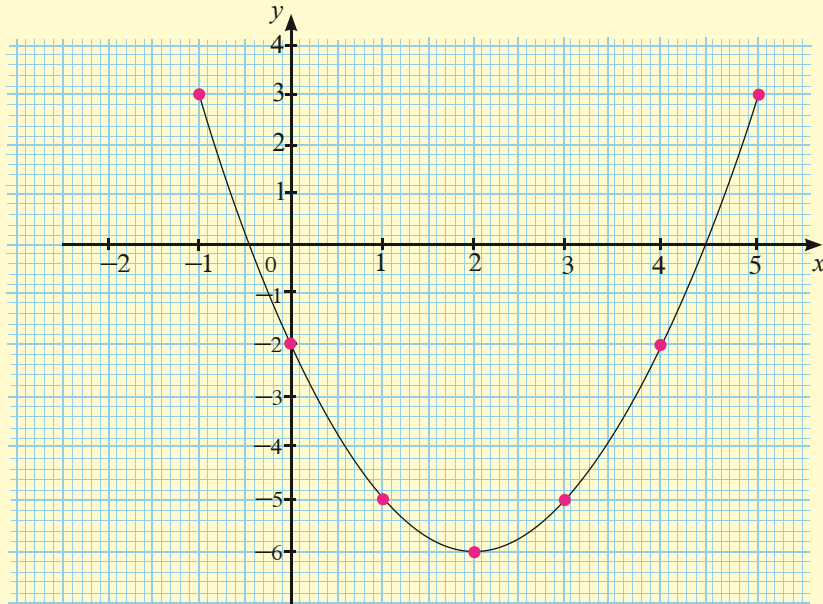
$$\begin{aligned}
 x = 4 \text{ වූ විට } y &= (4 - 2)^2 - 6 \\
 &= (2)^2 - 6 \\
 &= 4 - 6 \\
 &= -2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x = 5 \text{ වූ විට } y &= (5 - 2)^2 - 6 \\
 &= (3)^2 - 6 \\
 &= 9 - 6 \\
 &= 3
 \end{aligned}$$

මෙය තොරතුරු පහත වගුවේ දැක්වමු.

x	-1	0	1	2	3	4	5
y	3	-2	-5	-6	-5	-2	3
පරිපාටිගත යුගල ලෙස දැක් වූ විට	(-1, 3)	(0, -2)	(1, -5)	(2, -6)	(3, -5)	(4, -2)	(5, 3)

x අක්ෂය දිගේ කුඩා කොටු 10කින් ඒකකයක් ද y අක්ෂය දිගේ කුඩා කොටු 5කින් ඒකකයක් ද නිරූපණය වන සේ පරිමාණය ගෙන ඛණ්ඩාංක තලයක එම පරිපාටිගත යුගල ලකුණු කර අඳින ලද ප්‍රස්ථාරය පහත දැක්වේ.





ඉහත ප්‍රස්තාරය නිරීක්ෂණය කළ විට පහත කරුණු අවබෝධ කර ගත හැකි වේ.

- ශ්‍රිතයේ අවම අගය -6 වේ.
- ශීර්ෂයේ ඛණ්ඩාංක $(2, -6)$ වේ.
- සමමිතික අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 2$ වේ.
- මෙමගින් y අක්ෂය කැපෙන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක $(0, -2)$ වේ.

ඉහත නිදසුන් දෙක මගින් පහත කරුණු තහවුරු වේ.

එනම්, $y = (x+a)^2 + b$ ආකාරයේ ප්‍රස්තාරයට ඇත්තේ අවමයකි. එම අවම අගය b වේ. ශීර්ෂයේ ඛණ්ඩාංක $(-a, b)$ වේ. ප්‍රස්තාරයේ සමමිතික අක්ෂයේ සමීකරණය $x = -a$ වේ. ප්‍රස්තාරය මගින් y අක්ෂය කැපෙන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක $(0, a^2 + b)$ වේ.

ඉහත $y = (x + 2)^2 - 2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරයෙහි $a = 2$, $b = -2$ වේ. එමනිසා එහි අවම අගය -2 වේ. එහි ශීර්ෂයේ ඛණ්ඩාංක $(-2, -2)$ වේ. එහි සමමිතික අක්ෂයෙහි සමීකරණය $x = -2$ වේ. මෙමගින් y අක්ෂය කැපෙන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක $(0, 2^2 + (-2))$ වේ. එනම් $(0, 2)$ වේ.

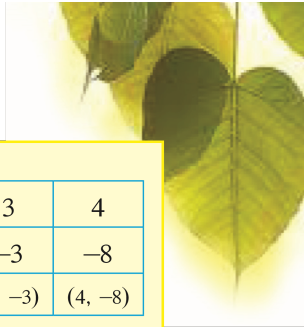
ඉහත $y = (x - 2)^2 - 6$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරයෙහි $a = -2$, $b = -6$ වේ. එමනිසා එහි අවම අගය -6 වේ. එහි ශීර්ෂයේ ඛණ්ඩාංක $(2, -6)$ වේ. එහි සමමිතික අක්ෂයෙහි සමීකරණය $x = 2$ වේ. මෙමගින් y අක්ෂය කැපෙන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක $(0, (-2)^2 + (-6))$ වේ. එනම් $(0, -2)$ වේ.

නිදසුන 3

$-2 \leq x \leq 4$ පරාසය තුළ $y = -(x - 1)^2 + 1$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳිමු. අදාළ පරාසය තුළ අගය වගුව පහත පරිදි ගොඩනගා ගත හැකි ය.

$x = -2$ වූ විට y	$= -(-2 - 1)^2 + 1$ $= -(-3)^2 + 1$ $= -9 + 1$ $= -8$	$x = -1$ වූ විට y	$= -(-1 - 1)^2 + 1$ $= -(-2)^2 + 1$ $= -4 + 1$ $= -3$
$x = 0$ වූ විට y	$= -(0 - 1)^2 + 1$ $= -(-1)^2 + 1$ $= -1 + 1$ $= 0$	$x = 1$ වූ විට y	$= -(1 - 1)^2 + 1$ $= -(0)^2 + 1$ $= 0 + 1$ $= 1$
$x = 2$ වූ විට y	$= -(2 - 1)^2 + 1$ $= -(1)^2 + 1$ $= -1 + 1$ $= 0$	$x = 3$ වූ විට y	$= -(3 - 1)^2 + 1$ $= -(2)^2 + 1$ $= -4 + 1$ $= -3$
$x = 4$ වූ විට y	$= -(4 - 1)^2 + 1$ $= -(3)^2 + 1$ $= -9 + 1$ $= -8$		

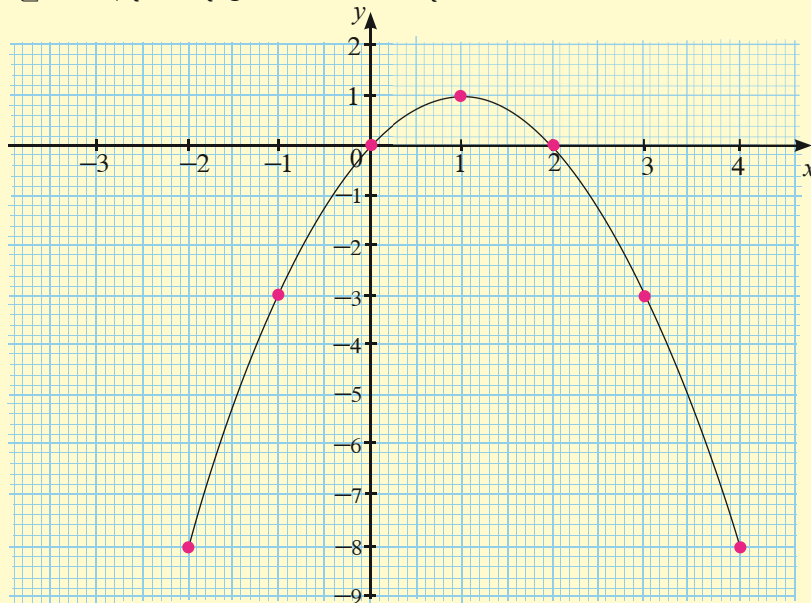




මෙම තොරතුරු පහත වගුවේ දැක්වමු.

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-8	-3	0	1	0	-3	-8
පටිපාටිගත යුගල ලෙස දැක් වූ විට	(-2, -8)	(-1, -3)	(0, 0)	(1, 1)	(2, 0)	(3, -3)	(4, -8)

x අක්ෂය දිගේ කුඩා කොටු 10කින් ඒකකයක් ද y අක්ෂය දිගේ කුඩා කොටු 5කින් ඒකකයක් ද නිරූපණය වන සේ පරිමාණය ගෙන බණ්ඩාංක තලයක එම පටිපාටිගත යුගල ලකුණු කර අඳින ලද ප්‍රස්තාරය පහත දැක්වේ.



ඉහත ප්‍රස්තාරය නිරීක්ෂණය කළ විට පහත කරුණු අවබෝධ කර ගත හැකි වේ.

- ශ්‍රිතයේ උපරිම අගය +1 වේ.
- ශීර්ෂයේ බණ්ඩාංක (1, 1) වේ.
- සමමිතික අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 1$ වේ.
- මෙමගින් y අක්ෂය කැපෙන ලක්ෂ්‍යයේ බණ්ඩාංක (0, 0) වේ.

නිදසුන 4

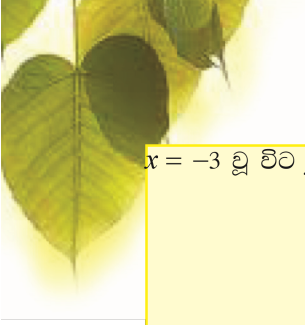
$-5 \leq x \leq 1$ පරාසය තුළ $y = -(x+2)^2 + 2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳිමු. අදාළ පරාසය තුළ අගය වගුව පහත පරිදි ගොඩනගා ගත හැකි ය.

$$y = -(x+2)^2 + 2$$

$$\begin{aligned} x = -5 \text{ වූ විට } y &= -(x+2)^2 + 2 \\ &= -(-5+2)^2 + 2 \\ &= -(-3)^2 + 2 \\ &= -9 + 2 \\ &= -7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x = -4 \text{ වූ විට } y &= -(x+2)^2 + 2 \\ &= -(-4+2)^2 + 2 \\ &= -(-2)^2 + 2 \\ &= -4 + 2 \\ &= -2 \end{aligned}$$





$$\begin{aligned}
 x = -3 \text{ වූ විට } y &= -(x+2)^2 + 2 \\
 &= -(-3+2)^2 + 2 \\
 &= -(-1)^2 + 2 \\
 &= -1 + 2 \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x = -2 \text{ වූ විට } y &= -(x+2)^2 + 2 \\
 &= -(-2+2)^2 + 2 \\
 &= 0 + 2 \\
 &= 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x = -1 \text{ වූ විට } y &= -(x+2)^2 + 2 \\
 &= -(-1+2)^2 + 2 \\
 &= -(1)^2 + 2 \\
 &= -1 + 2 \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

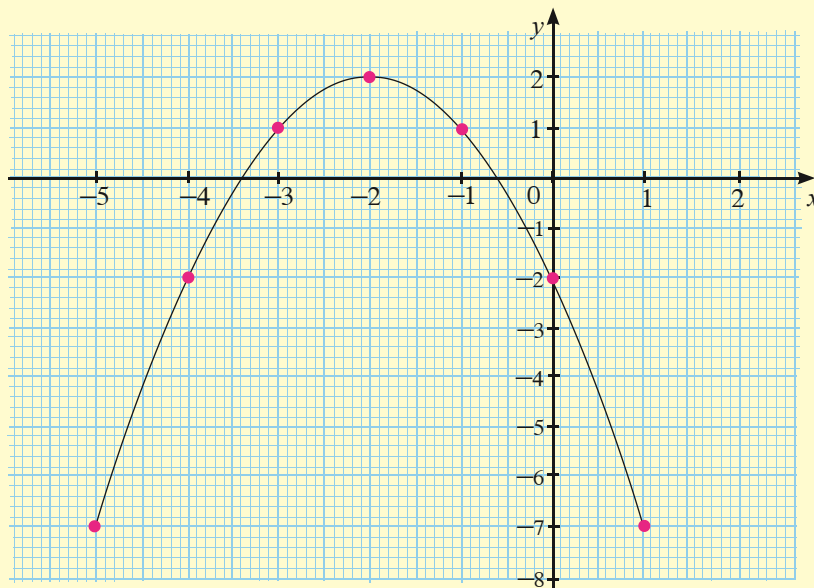
$$\begin{aligned}
 x = 0 \text{ වූ විට } y &= -(x+2)^2 + 2 \\
 &= -(0+2)^2 + 2 \\
 &= -(2)^2 + 2 \\
 &= -4 + 2 \\
 &= -2
 \end{aligned}$$

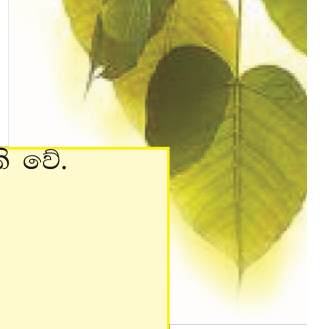
$$\begin{aligned}
 x = 1 \text{ වූ විට } y &= -(x+2)^2 + 2 \\
 &= -(1+2)^2 + 2 \\
 &= -(3)^2 + 2 \\
 &= -9 + 2 \\
 &= -7
 \end{aligned}$$

මෙම තොරතුරු පහත වගුවේ දැක්වමු.

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1
y	-7	-2	1	2	1	-2	-7
පටිපාටිගත යුගල ලෙස දැක් වූ විට	(-5, -7)	(-4, -2)	(-3, 1)	(-2, 2)	(-1, 1)	(0, -2)	(1, -7)

x අක්ෂය දිගේ කුඩා කොටු 10කින් ඒකකයක් ද y අක්ෂය දිගේ කුඩා කොටු 5කින් ඒකකයක් ද නිරූපණය වන සේ පරිමාණය ගෙන බණ්ඩාංක තලයක එම පටිපාටිගත යුගල ලකුණු කර අඳින ලද ප්‍රස්ථාරය පහත දැක්වේ.





ඉහත ප්‍රස්තාරය නිරීක්ෂණය කළ විට පහත කරුණු අවබෝධ කර ගත හැකි වේ.

- ශ්‍රිතයේ උපරිම අගය +2 වේ.
- ශීර්ෂයේ ඛණ්ඩාංක (-2, 2) වේ.
- සමමිතික අක්ෂයේ සමීකරණය $x = -2$ වේ.
- මෙමගින් y අක්ෂය කැපෙන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක (0, -2) වේ.

ඉහත නිදසුන් දෙක මගින් පහත කරුණු තහවුරු වේ.

එනම්, $y = -(x + a)^2 + b$ ආකාරයේ ප්‍රස්තාරයට ඇත්තේ උපරිමයකි. එම උපරිම අගය b වේ. ශීර්ෂයේ ඛණ්ඩාංක $(-a, b)$ වේ. ප්‍රස්තාරයේ සමමිතික අක්ෂයේ සමීකරණය $x = -a$ වේ. ප්‍රස්තාරය මගින් y අක්ෂය කැපෙන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක $(0, -a^2 + b)$ වේ.

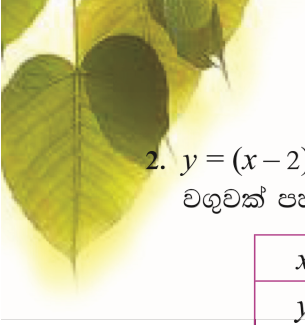
ඉහත $y = -(x - 1)^2 + 1$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරයෙහි $a = -1$, $b = 1$ වේ. එමනිසා එහි උපරිම අගය 1 වේ. එහි ශීර්ෂයේ ඛණ්ඩාංක (1, 1) වේ. එහි සමමිතික අක්ෂයෙහි සමීකරණය $x = 1$ වේ. මෙමගින් y අක්ෂය කැපෙන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක $(0, -(-1)^2 + 1)$ වේ. එනම් (0, 0) වේ.

ඉහත $y = -(x + 2)^2 + 2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරයෙහි $a = 2$, $b = 2$ වේ. එමනිසා එහි උපරිම අගය 2 වේ. එහි ශීර්ෂයේ ඛණ්ඩාංක (-2, 2) වේ. එහි සමමිතික අක්ෂයෙහි සමීකරණය $x = -2$ වේ. මෙමගින් y අක්ෂය කැපෙන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක $(0, -(2)^2 + 2)$ වේ. එනම් (0, -2) වේ.

12.2 අභ්‍යාසය

1. පහත දී ඇති වගුව පිටපත් කරගෙන සම්පූර්ණ කරන්න.

ශ්‍රිතය	ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය උපරිම ද අවම ද යන බව	උපරිම/ අවම අගය	සමමිතික රේඛාවේ සමීකරණය	ශීර්ෂයේ ඛණ්ඩාංක
$y = (x + 1)^2 - 3$
$y = 3 - (x - 2)^2$
$y = 1 - (x - \frac{3}{2})^2$
$y = 1\frac{1}{2} - (x - \frac{1}{2})^2$
.....	උපරිමයකි.	2	$x = 1$
.....	අවමයකි.	(3, 2)



2. $y = (x - 2)^2 - 3$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳීමට සකස් කළ x හා y අගය ඇතුළත් අසම්පූර්ණ වගුවක් පහත දැක්වේ.

x	-1	0	1	2	3	4	5
y	6	1	-2	-2	1	6

- (a) (i) හිස්තැන් පුරවන්න.
 (ii) සුදුසු පරිමාණයක් භාවිත කර ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

- (b) ඔබ ඇඳි ප්‍රස්තාරය භාවිතයෙන්,
 (i) අවම අගය ලියා දක්වන්න.
 (ii) හැරුම් ලක්ෂයේ ඛණ්ඩාංක ලියන්න.
 (iii) සමමිතික අක්ෂයේ සමීකරණ ලියන්න.
 (iv) ශ්‍රිතය ධන වන x හි අගය පරාසය ලියන්න.
 (v) ශ්‍රිතය ඍණ වන x හි අගය පරාසය ලියන්න.
 (vi) ශ්‍රිතය ඍණව අඩු වන x හි අගය පරාසය ලියන්න.
 (vii) $y = 0$ වන විට x හි අගයන් ලියන්න.

3. $y = (x + 2)^2 - 3$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳීම සඳහා $-5 \leq x \leq 1$ පරාසය තුළ,

- (i) සුදුසු අගය වගුවක් ගොඩනගන්න.
 (ii) ඛණ්ඩාංක තලයක $y = (x + 2)^2 - 3$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.
 (iii) අදින ලද ප්‍රස්තාරය ඇසුරින්,
 (a) සමමිතික අක්ෂයේ සමීකරණය ලියන්න.
 (b) ශ්‍රිතයේ අවම අගය ලියන්න.
 (c) අවම ලක්ෂයේ ඛණ්ඩාංක ලියන්න.

4. $y = 3 - (x - 1)^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳීම සඳහා $-2 \leq x \leq 4$ පරාසය තුළ,

- (i) සුදුසු අගය වගුවක් ගොඩනගන්න.
 (ii) ඛණ්ඩාංක තලයක $y = 3 - (x - 1)^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.
 (iii) අදින ලද ප්‍රස්තාරය ඇසුරින්,
 (a) සමමිතික අක්ෂයේ සමීකරණය ලියන්න.
 (b) ශ්‍රිතයේ උපරිම අගය ලියන්න.
 (c) ශීර්ෂයේ ඛණ්ඩාංක ලියන්න.

