



වර්ගජ සමීකරණ



මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
 ➤ වර්ගජ සමීකරණයක විසඳුම්, වර්ගජ සමීකරණයට අදාළ ත්‍රි පද වර්ගජ ප්‍රකාශනයේ සාධක භාවිතයෙන් සෙවීමට,
 ➤ දෙන ලද මූල ඇසුරෙන් අදාළ වර්ගජ සමීකරණය ගොඩනැගීමට,
 ➤ වර්ග පූර්ණය භාවිතයෙන් වර්ගජ සමීකරණ විසඳීමට,
 ➤ සූත්‍රය භාවිතයෙන් වර්ගජ සමීකරණවල විසඳුම් ලබා ගැනීමට හැකියාව ලැබේ.

11.1 සාධක භාවිතයෙන් වර්ගජ සමීකරණ විසඳීම

වර්ගජ සමීකරණයකට අදාළ වර්ගජ ප්‍රකාශනය සාධකවලට වෙන් කිරීමෙන් වර්ගජ සමීකරණයක විසඳුම් සොයන ආකාරය මීට ඉහත දී ඔබ උගෙන ඇත.

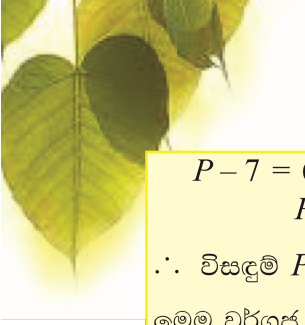
එහි දී “සාධක කිහිපයක ගුණිතය ශුන්‍යයට සමාන වේ නම් එහි එක් සාධකයක් හෝ ශුන්‍යයට සමාන වේ.” යන ගණිතමය සංකල්පය ද අප භාවිත කළෙමු. එම උගත් කරුණු නැවත සිහිපත් කිරීම සඳහා පහත නිදසුන් කිහිපය වෙත අවධානය යොමු කරමු.

නිදසුන 1

$a(a - 2) = 0$ විසඳන්න.
 මෙම සමීකරණයේ ඇත්තේ සාධක දෙකක ගුණිතයක් ශුන්‍යයට සමාන ව ඇති අවස්ථාවකි. මෙහි දී සාධක දෙක වෙන වෙන ම ශුන්‍යයට සමාන කළ යුතු වේ.
 $a(a - 2) = 0$
 $a = 0$ හෝ $(a - 2) = 0$ විය යුතු ය.
 $a = 0$ හෝ $a = 2$ වේ.
 \therefore විසඳුම් $a = 0$ හා $a = 2$ වේ.

නිදසුන 2

$16 = (P - 3)^2$ විසඳන්න.
I ක්‍රමය
 $(P - 3)^2 = 16$
 සියලුම පද සමාන ලකුණෙන් එක් පැත්තකට ගෙන ලැබෙන ප්‍රකාශනය ශුන්‍යයට සමාන කිරීමෙන්,
 $(P - 3)^2 - 16 = 0$
 වරහන් ඉවත් කිරීමෙන්,
 $P^2 - 6P + 9 - 16 = 0$
 $P^2 - 6P - 7 = 0$
 $P^2 - 7P + P - 7 = 0$
 $P(P - 7) + 1(P - 7) = 0$
 $(P - 7)(P + 1) = 0$ (සාධක සෙවීමෙන්)



$$P - 7 = 0 \text{ හෝ } P + 1 = 0$$

$$P = 7 \text{ හෝ } P = -1$$

∴ විසඳුම් $P = 7$ හා $P = -1$ වේ.

මෙම වර්ගජ සමීකරණයේ 16 සංඛ්‍යාව 4හි වර්ගයක් ලෙස ලිවීමට හැකි නිසා මෙය පහත දැක්වෙන ආකාර දෙකට ද විසඳීමට හැකි වේ.

II ක්‍රමය

$$16 = (P - 3)^2$$

වර්ග දෙකක අන්තරයේ සාධක ලෙස ලිවීමෙන්, $(P - 3)^2 - 4^2 = 0$

$$\{(P - 3) - 4\} \{(P - 3) + 4\} = 0$$

$$\{(P - 3 - 4)\} \{(P - 3 + 4)\} = 0$$

$$(P - 7)(P + 1) = 0$$

$$P - 7 = 0 \text{ හෝ } P + 1 = 0$$

$$P = 7 \text{ හෝ } P = -1$$

III ක්‍රමය

සාධක භාවිතයෙන් තොරව,

$$(P - 3)^2 = 16$$

$$(P - 3) = \pm\sqrt{16} \text{ (දෙපසෙහි ම වර්ගමූලය ගැනීමෙන්)}$$

$$P - 3 = \pm 4$$

$$P - 3 = 4 \text{ හෝ } P - 3 = -4$$

$$P = 4 + 3 \text{ හෝ } P = -4 + 3$$

$$P = 7 \text{ හෝ } P = -1$$

නමුත් සාධක භාවිතයෙන් වර්ගජ සමීකරණ විසඳීමේ වඩාත් සාධාරණ ක්‍රමය වන්නේ සමීකරණයේ දකුණු අත පැත්ත ශුන්‍ය වන පරිදි සකස් කිරීම බව මතක තබා ගත යුතු ය.

පහත නිදසුන වෙත අවධානය යොමු කරන්න.

නිදසුන 3

$$4(a - 1)(a + 1) = 15a \text{ හි විසඳුම් සොයන්න.}$$

$$4(a - 1)(a + 1) - 15a = 0$$

$$4(a^2 - 1) - 15a = 0$$

$$4a^2 - 4 - 15a = 0$$

$$4a^2 - 15a - 4 = 0$$

$$4a^2 - 16a + a - 4 = 0$$

$$4a(a - 4) + 1(a - 4) = 0$$

$$(a - 4)(4a + 1) = 0$$

$$a - 4 = 0 \text{ හෝ } 4a + 1 = 0$$

$$a = 4 \text{ හෝ } a = -\frac{1}{4}$$

∴ විසඳුම් $a = 4$ හා $a = -\frac{1}{4}$ වේ.





නිදසුන 4

$x(x + 3) = x + 8$ විසඳන්න.
 $x^2 + 3x = x + 8$
 $x^2 + 3x - x - 8 = 0$ (ගුණයට සමාන කිරීම මගින්)
 $x^2 + 2x - 8 = 0$
 $x^2 + 4x - 2x - 8 = 0$
 $x(x + 4) - 2(x + 4) = 0$
 $(x + 4)(x - 2) = 0$
 $x + 4 = 0$ හෝ $x - 2 = 0$
 $x = -4$ හෝ $x = 2$ \therefore විසඳුම් $x = -4$ හා $x = 2$ වේ.

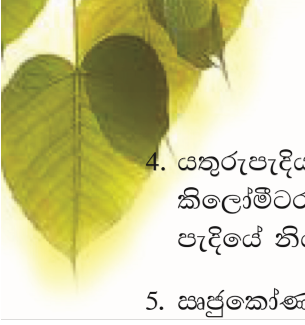
නිදසුන 5

අනුයාත ධන ඉරට්ටු සංඛ්‍යා දෙකක ගුණිතය 120කි. එම සංඛ්‍යා දෙක සොයන්න.
 කුඩා ඉරට්ටු සංඛ්‍යාව m නම් අනුයාත විශාල ඉරට්ටු සංඛ්‍යාව $(m + 2)$ වේ. එවිට,
 $m(m + 2) = 120$ වේ.
 $m^2 + 2m = 120$
 $m^2 + 2m - 120 = 0$
 $m^2 + 12m - 10m - 120 = 0$
 $m(m + 12) - 10(m + 12) = 0$
 $(m + 12)(m - 10) = 0$
 $m + 12 = 0$ හෝ $m - 10 = 0$
 $m = -12$ හෝ $m = 10$
 ධන ඉරට්ටු සංඛ්‍යාවක් නිසා $m = 10$ වේ.
 $m + 2 = 12$ වේ. \therefore කුඩා ඉරට්ටු සංඛ්‍යාව 10 වන අතර විශාල ඉරට්ටු සංඛ්‍යාව 12 වේ.

11.1 අභ්‍යාසය

- සාධක භාවිතයෙන් පහත සඳහන් වර්ගජ සමීකරණ විසඳන්න.

(i) $x(x + 4) = 0$	(ii) $4p(p - 2) = 0$	(iii) $2m - m^2 = 0$
(iv) $\frac{2}{3}x(4 - x) = 0$	(v) $x^2 + 6x + 5 = 0$	(vi) $m^2 - 7m + 12 = 0$
(vii) $15 - 2k - k^2 = 0$	(viii) $r^2 - 9 = 0$	(ix) $2a^2 - 12 = 2a$
(x) $2n^2 + 5n + 2 = 0$	(xi) $3q^2 - 10q + 3 = 0$	(xii) $(a + 2)(2a + 5) = 15$
- අනුගාමී ඔත්තේ සංඛ්‍යා දෙකක ගුණිතය 195කි. සංඛ්‍යා දෙක සොයන්න.
- සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක සෘජුකෝණය අඩංගු පාද දෙකෙන් එකක් අනෙකට වඩා 5 cm න් වැඩි ය. ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය 250 cm² නම් සෘජුකෝණය අඩංගු පාද දෙකේ දිග වෙන වෙන ම සොයන්න.



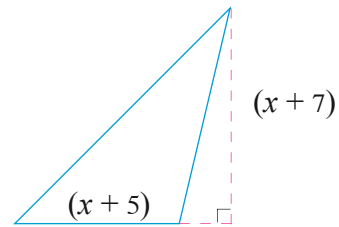
4. යතුරුපැදියක් 240 km දුරක් නියත වේගයකින් ගමන් කරයි. එහි වේගය පැයට කිලෝමීටර 10ක් අඩු කළේ නම්, ගමනට ගත වන කාලය පැය 12කින් වැඩි වේ. යතුරු පැදියේ නියත වේගය සොයන්න.

5. සෘජුකෝණාස්‍රයක පළල $(x + 1)$ වේ. එහි දිග පළලේ දෙගුණයට වඩා ඒකක 1ක් අඩු ය. මෙම සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය වර්ග ඒකක 6ක් නම් x හි අගය සොයා සෘජුකෝණාස්‍රයේ දිග හා පළල වෙන වෙන ම සොයන්න.

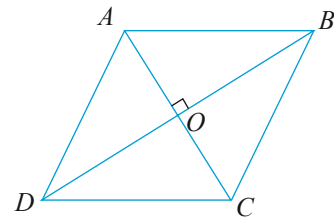


6. විහාරස්ථානයක සෘජුකෝණාස්‍රාකාර ධර්ම ශාලාවේ දිග, පළල මෙන් දෙගුණයකට වඩා 7 mක් වැඩි ය. මෙහි 50 cm ක දිග 50 cm ක පළල පිඟන් ගඩොල් (ටයිල්) ඇතිරීමට පිඟන් ගඩොල් 240ක් අවශ්‍ය වේ. ධර්ම ශාලාවේ දිග හා පළල සොයන්න. (පිඟන් ගඩොල් හාග ලෙස අතුරන්නේ නැති බව සලකන්න.)

7. මෙම ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය 24 cm^2 වේ නම් මෙම ත්‍රිකෝණයේ ආධාරකයේ හා උච්චයේ දිග වෙන වෙන ම සොයන්න.



8. ABCD රොම්බසයේ විකර්ණ O හි දී ලම්බව සමච්ඡේදනය වේ. AO දිග සෙන්ටිමීටර $(x - 2)$ ද OB දිග සෙන්ටිමීටර x ද වේ. ABCD රොම්බසයේ වර්ගඵලය 16 cm^2 වේ නම් විකර්ණ දෙකෙහි දිග වෙන වෙන ම සොයන්න.



11.2 දෙන ලද මූල ඇසුරෙන් අදාළ වර්ගජ සමීකරණය ගොඩනැගීම

දෙන ලද වර්ගජ සමීකරණයක් සාධකවලට වෙන් කර විසඳන ආකාරය (මූල සොයන ආකාරය) ඔබ මේ වන විට ඉගෙන ගෙන ඇත. එබැවින් සමීකරණයේ විසඳුම් දෙක දී ඇති විට ඊට අදාළ වර්ගජ සමීකරණය ගොඩනගා ගන්නා ආකාරය විමසා බලමු.

නිදසුන 1

x හි අගයන් (මූල) 2 හා 3 වශයෙන් ඇති x හි වර්ගජ සමීකරණය ගොඩනගන්න.

$x = 2$ හෝ $x = 3$

$x - 2 = 0$ හෝ $x - 3 = 0$

$\therefore (x - 2)(x - 3) = 0$ විය යුතු ය.

ද්විපද ප්‍රකාශන දෙක ගුණ කිරීමෙන්, $x(x - 3) - 2(x - 3) = 0$

$x^2 - 3x - 2x + 6 = 0$

$x^2 - 5x + 6 = 0$





නිදසුන 2

$a = -5$ හා $a = 2$ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය ගොඩනගන්න.

$$a = -5 \text{ හෝ } a = 2$$

$$a + 5 = 0 \text{ හෝ } a - 2 = 0$$

$$(a + 5)(a - 2) = 0$$

ද්විපද ප්‍රකාශන දෙක ගුණ කිරීමෙන්, $(a + 5)(a - 2) = 0$

$$a(a - 2) + 5(a - 2) = 0$$

$$a^2 - 2a + 5a - 10 = 0$$

$$a^2 + 3a - 10 = 0$$

නිදසුන 3

මූල $-\frac{1}{2}$ හා $\frac{3}{2}$ වන වර්ගජ සමීකරණය ගොඩනගන්න.

අඥාතය m ලෙස ගනිමු. $m = -\frac{1}{2}$ හෝ $m = \frac{3}{2}$

$$m + \frac{1}{2} = 0 \text{ හෝ } m - \frac{3}{2} = 0$$

$$(m + \frac{1}{2})(m - \frac{3}{2}) = 0$$

$$m(m - \frac{3}{2}) + \frac{1}{2}(m - \frac{3}{2}) = 0$$

$$m^2 - \frac{3m}{2} + \frac{1m}{2} - \frac{3}{4} = 0$$

$$m^2 - \frac{2}{2}m - \frac{3}{4} = 0$$

$$m^2 - m - \frac{3}{4} = 0$$

$$4m^2 - 4m - 3 = 0$$

නිදසුන 4

$x = 1$ (සමපාත) මූල පවතින වර්ගජ සමීකරණය ගොඩනගන්න.

$$x = 1 \text{ හෝ } x = 1$$

$$(x - 1) = 0 \text{ හෝ } (x - 1) = 0$$

$$(x - 1)(x - 1) = 0$$

$$x(x - 1) - 1(x - 1) = 0$$

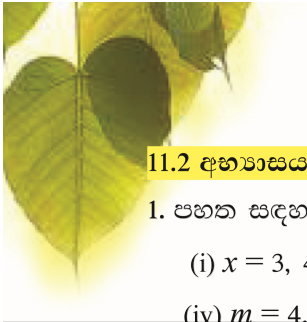
$$x^2 - x - x + 1 = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

📖 සටහන

මූල a හා b වන වර්ගජ සමීකරණය $(x - a)(x - b) = 0$ ලෙස ලිවිය හැකි ය.





11.2 අන්‍යාසය

1. පහත සඳහන් මූල ඇති වර්ගජ සමීකරණ ගොඩනගන්න.

(i) $x = 3, 4$

(ii) $a = -2, 5$

(iii) $p = -1, 0$

(iv) $m = 4, -1$

(v) $a = 3$ (සමපාත මූල)

(vi) $l = -2$ (සමපාත මූල)

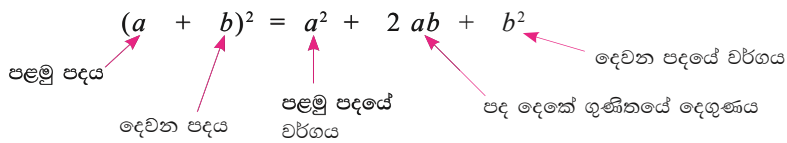
(vii) $q = \frac{3}{2}, -\frac{5}{2}$

(viii) $n = 2\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}$

(ix) 4 හා 3

(x) 1 හා $\frac{1}{2}$

වර්ගායිත ප්‍රකාශන



ද්වීපද විච්ඡේදන ප්‍රකාශනයක වර්ගායිතය ලබා ගන්නා ආකාරය ඉහත දක්වා ඇත. පහත වර්ගායිත ප්‍රකාශන ද අධ්‍යයනය කර බලන්න.

$$(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$$

$$(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$$

$$(x - 5)^2 = x^2 - 10x + 25$$

$$(a - 3)^2 = a^2 - 6a + 9$$

ද්වීපද විච්ඡේදන ප්‍රකාශනවල ප්‍රසාරණය දකුණුපස දැක්වේ. දකුණුපස ප්‍රකාශනවල මැද පදයේ සංගුණකය දෙකට බෙදා වර්ග කිරීමෙන් නියත පදය ලැබෙන බව ඔබට පෙනෙනු ඇත. වර්ග පදයේ සංගුණකය 1 වන විට මැද පදයේ සංගුණකය දෙකෙන් බෙදා ලැබෙන අගය අඥාත පදය සමග එකතු කර වර්ග කිරීමෙන් පූර්ණ වර්ගය ලැබෙන අයුරු ඔබට පැහැදිලි වනු ඇත.

$x^2 + 8x + 16$ ප්‍රකාශනයේ මැද පදයේ සංගුණකය 8 වේ. එය 2න් බෙදූ විට 4 වේ.

එවිට $x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2$ වේ.

$x^2 + 10x \dots$ පූර්ණ වර්ගයක් වීමට හිස්තැන සඳහා එකතු කළ යුතු නියත පදය සොයමු.

$$\left(\frac{+10}{2}\right)^2 = 5^2 = 25 \text{ වේ. එනම් } x^2 + 10x + \underline{25} = (x + 5)^2 \text{ ලෙස ලිවිය හැකි ය.}$$

මේ ආකාරයට වර්ගජ ප්‍රකාශනය පූර්ණ වර්ගයක් වීමට අවශ්‍ය නියත පදය සොයා ගත් පසු එය පූර්ණ වර්ගයක් ලෙස ප්‍රකාශ කළ හැකි ය.

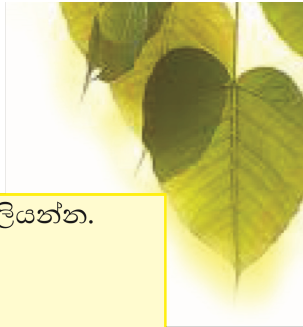
නිදසුන 1

$a^2 + 12a + \dots$ හිස්තැනට සුදුසු අගය සොයා එය පූර්ණ වර්ගයක් ලෙස ලියන්න.

$$\left(\frac{+12}{2}\right)^2 = 6^2 = 36$$

$$a^2 + 12a + \underline{36} = (a + 6)^2$$





නිදසුන 2

$m^2 - 14m + 49$ හිස්තැනට සුදුසු අගය සොයා එය පූර්ණ වර්ගයක් ලෙස ලියන්න.

$$\left(\frac{-14}{2}\right)^2 = (-7)^2 = 49$$

$$m^2 - 14m + 49 = (m - 7)^2$$

11.3 අභ්‍යාසය

1. පහත සඳහන් එක් එක් ප්‍රකාශනය පූර්ණ වර්ගයක් ලෙස ලිවීම සඳහා හිස්තැනට සුදුසු අගය ලියා එය පූර්ණ වර්ගයක ලෙස ලියන්න.

(i) $a^2 + 16a + \dots = (a + \dots)^2$

(ii) $m^2 + 24m + \dots = (m + \dots)^2$

(iii) $q^2 - 2q + \dots = (q - \dots)^2$

(iv) $n^2 - 26n + \dots = (n - \dots)^2$

(v) $y^2 + 20y + \dots = (y + \dots)^2$

(vi) $m^2 + \dots + 9 = (\dots + \dots)^2$

11.3 වර්ග පූර්ණයෙන් වර්ගජ සමීකරණ විසඳීම

වර්ගජ සමීකරණයක මූල සෙවීමේ දී ද වර්ග පූර්ණ ක්‍රමය යොදා ගත හැකි ය. අපි එය වර්ග පූර්ණයෙන් වර්ගජ සමීකරණ විසඳීම ලෙස හඳුන්වමු. මෙමගින් සාධක සහිත වර්ගජ සමීකරණ විසඳිය හැකි වුවත් සාධකවලට වෙන් කළ නොහැකි වර්ගජ සමීකරණ විසඳීම සඳහා වඩාත් ප්‍රයෝජනවත් වේ.

මෙම කොටසේ දී $ax^2 + bx + c = 0$ සමීකරණයේ $a = 1$ සහ b සඳහා ඉරට්ටු සංඛ්‍යා ඇති අවස්ථා පමණක් සලකමු.

නිදසුන 1

$x^2 + 6x + 8 = 0$ වර්ග පූර්ණය කිරීමෙන් විසඳන්න.

$x^2 + 6x + 8 = 0$

$x^2 + 6x = -8$

$x^2 + 6x + 3^2 = -8 + 3^2$ (මූල පදයේ සංගුණකය දෙකෙන් බෙදා වර්ග කර දෙපසටම එකතු කිරීමෙන්)

$x^2 + 6x + 9 = -8 + 9$

$(x + 3)^2 = 1$ (වම්පස පූර්ණ වර්ගයක් ලෙස)

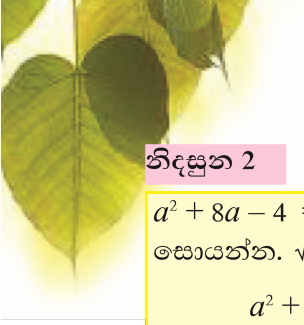
$x + 3 = \pm \sqrt{1}$

$x + 3 = \pm 1$

$x = +1 - 3$ හෝ $x = -1 - 3$

$x = -2$ හෝ $x = -4$

∴ විසඳුම් $x = -2$ හා $x = -4$ වේ.



නිදසුන 2

$a^2 + 8a - 4 = 0$ වර්ග පූර්ණය කිරීමෙන් විසඳා පිළිතුර දැමූ ස්ථාන දෙකකට නිවැරදි ව සොයන්න. $\sqrt{20} = 4.47$ ලෙස සලකන්න.

$$a^2 + 8a - 4 = 0$$

$$a^2 + 8a = 4$$

මැද පදයේ සංගුණකය දෙකෙන් බෙදා වර්ග කර සමීකරණය දෙපසට එකතු කිරීමෙන්,

$$a^2 + 8a + 4^2 = 4 + 4^2$$

$$a^2 + 8a + 16 = 4 + 16$$

$$(a + 4)^2 = 20$$

$$a + 4 = \pm \sqrt{20}$$

$$a + 4 = \pm 4.47$$

$$a = \pm 4.47 - 4$$

$$a = +4.47 - 4 \text{ හෝ } a = -4.47 - 4$$

$$a = 0.47 \text{ හෝ } a = -8.47 \quad \therefore \text{ විසඳුම් } a = 0.47 \text{ හා } x = -8.47 \text{ වේ.}$$

11.4 අභ්‍යාසය

1. පහත දී ඇති සමීකරණ වර්ග පූර්ණය කිරීමෙන් විසඳන්න.

($\sqrt{2} = 1.41$ සහ $\sqrt{3} = 1.73$ ලෙස ගන්න.)

(i) $a^2 + 4a + 3 = 0$ (ii) $m^2 + 12m + 35 = 0$ (iii) $x^2 + 12x + 24 = 0$

(iv) $x^2 - 2x - 7 = 0$ (v) $x^2 - 6x + 7 = 0$

2. පහත දී ඇති සමීකරණ වර්ග පූර්ණය කිරීමෙන් විසඳන්න.

(i) $a^2 + 2a - 4 = 0$ (ii) $p^2 - 4p + 1 = 0$ (iii) $y^2 + 2y - 1 = 0$

(iv) $m^2 + 6m = 4$ (v) $x^2 + 4x = 1$

11.4 සූත්‍රය භාවිතයෙන් වර්ගජ සමීකරණ විසඳීම

a, b, c යනු $a \neq 0$ වන පරිදි වූ සංඛ්‍යා තුනක් වන විට $ax^2 + bx + c = 0$ යනු වර්ගජ සමීකරණයේ සාධාරණ ආකාරය වේ. මෙම සමීකරණය වර්ග පූර්ණයෙන් විසඳා බලමු.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

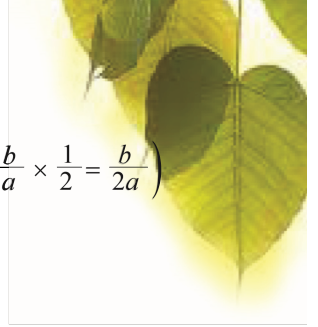
x^2 හි සංගුණකය 1 බවට පත් කිරීම සඳහා මෙම සමීකරණය a වලින් බෙදමු.

$$\frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$





මැද පදයේ සංගුණකය දෙකෙන් බෙදා වර්ග කර දෙපසටම එකතු කරමු. $\left(\frac{b}{a} \div 2 = \frac{b}{a} \times \frac{1}{2} = \frac{b}{2a}\right)$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{-4ac + b^2}{4a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} - \frac{b}{2a}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$\therefore ax^2 + bx + c = 0$ ආකාරයේ වර්ගජ සමීකරණ විසඳීම සඳහා $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

යන සූත්‍රය භාවිත කළ හැකි ය. මෙහි a යනු x^2 හි සංගුණකයයි. b යනු x හි සංගුණකයයි. c යනු නියත පදයයි.

නිදසුන 1

$x^2 + 10x + 16 = 0$ සමීකරණය සූත්‍රය භාවිතයෙන් විසඳන්න.

මෙහි, $a = 1$, $b = 10$, $c = 16$ වේ.

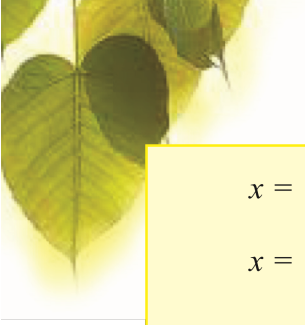
a, b, c අගයන් $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ සූත්‍රයට ආදේශයෙන්,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - (4 \times 1 \times 16)}}{2 \times 1}$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{100 - 64}}{2}$$





$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{36}}{2}$$

$$x = \frac{-10 \pm 6}{2}$$

$$x = \frac{2(-5 \pm 3)}{2}$$

$$x = -5 + 3 \text{ හෝ } x = -5 - 3$$

$$x = -2 \text{ හෝ } x = -8$$

∴ විසඳුම් $x = -2$ හා $x = -8$ වේ.

නිදසුන 2

$p^2 + 4p - 10 = 0$ සමීකරණය සූත්‍රය භාවිතයෙන් විසඳන්න.

මෙහි, $a = 1$, $b = 4$, $c = -10$ වේ.

a , b , c අගයන් $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ සූත්‍රයට ආදේශයෙන්,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$p = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - [4 \times 1 \times (-10)]}}{2 \times 1}$$

$$p = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 40}}{2}$$

$$p = \frac{-4 \pm \sqrt{56}}{2}$$

$$p = \frac{-4 \pm 7.48}{2} \quad (\sqrt{56} = 7.48 \text{ වේ.})$$

$$p = \frac{2(-2 \pm 3.74)}{2}$$

$$p = -2 \pm 3.74$$

$$p = -2 + 3.74 \text{ හෝ } p = -2 - 3.74$$

$$p = 1.74 \text{ හෝ } p = -5.74$$

∴ විසඳුම් $p = 1.74$ හා $p = -5.74$ වේ.

නිදසුන 3

$m + \frac{5}{2m} = 4$ සමීකරණය, සූත්‍රය භාවිතයෙන් මූල සොයන්න.

$$m + \frac{5}{2m} = 4$$

$$(m \times 2m) + \left(\frac{5}{2m} \times 2m\right) = 4 \times 2m$$





$2m^2 + 5 = 8m$
 $2m^2 - 8m + 5 = 0$

මෙහි, $a = 2$, $b = -8$, $c = 5$ අගයන් ඍත්‍රයට ආදේශයෙන්,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$m = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - (4 \times 2 \times 5)}}{2 \times 2}$$

$$m = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 40}}{4}$$

$$m = \frac{8 \pm \sqrt{24}}{4}$$

$$m = \frac{8 + 4.9}{4}$$

$$m = \frac{8 + 4.9}{4} \text{ හෝ } m = \frac{8 - 4.9}{4}$$

$$m = \frac{12.9}{4} \text{ හෝ } m = \frac{3.1}{4}$$

$$m = 3.225 \text{ හෝ } m = 0.775 \quad \therefore \text{විසඳුම් } m = 3.23 \text{ හා } m = 0.78 \text{ වේ.}$$

11.5 අභ්‍යාසය

1. පහත වර්ගජ සමීකරණ ඍත්‍රය භාවිතයෙන් විසඳන්න.

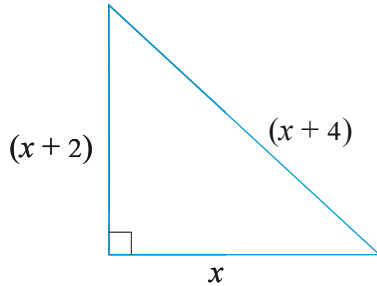
- (i) $x^2 - 5x - 3 = 0$ (ii) $m^2 + 3m - 8 = 0$ (iii) $2y^2 + 5y - 4 = 0$
- (iv) $2x^2 + 5x - 12 = 0$ (v) $12 = 6x + 4x^2$ (vi) $3a = a^2 - 5$
- (vii) $x^2 + 4x - 20 = 0$ (viii) $x^2 + 2x = 20$

 **මිශ්‍ර අභ්‍යාසය**

1. ත්‍රිකෝණ සංඛ්‍යා රටාවේ 78 යෙදෙන්නේ කී වෙනි ත්‍රිකෝණ සංඛ්‍යාව ලෙස ද?
2. ධම්ම පදයේ එක් ගාථාවක ඇති පද ගණන මෙන් (ආසන්න වශයෙන්) විසි ගුණයක් ගාථා ඇත. ධම්ම පදය පුරාවට පද ආසන්න වශයෙන් 8820 ඇත්නම් එක් ගාථාවක ඇති පද ගණන සොයන්න.



3. දී ඇති සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයේ පාදවල දිග රූපයේ දක්වා ඇත. මෙහි $x > 5$ වේ.



- (i) පයිතගරස් සම්බන්ධය භාවිතයෙන් $(x + 4)$, $(x + 2)$ හා x අතර සම්බන්ධය ලියන්න.
 - (ii) ඉහත x මගින් $x^2 - 4x - 12 = 0$ සමීකරණය තෘප්ත කරන බව පෙන්වන්න.
 - (iii) එම සමීකරණය විසඳීමෙන් x සඳහා ගත හැකි අගය ලබා ගන්න.
 - (iv) ත්‍රිකෝණයේ පාද තුනේ දිග වෙන වෙන ම සොයන්න.
4. 18, 15, 12, ... සමාන්තර ශ්‍රේණියේ පද n ගණනක ඵලය -345 කි. සමාන්තර ශ්‍රේණි පිළිබඳ දැනුම භාවිතයෙන්,
- (i) පද ගණන n ලෙස ගෙන n හි වර්ගජ සමීකරණයක් ගොඩනගන්න.
 - (ii) ඉහත සමීකරණය විසඳා පද ගණන සොයන්න.

සාරාංශය

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ලෙස ලිවිය හැකි ය.
- “සාධක දෙකක ගුණිතයක් ශුන්‍යයට සමාන වේ නම් එහි එක් එක් සාධකය ශුන්‍යයට සමාන වේ” යන ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන් වර්ගජ සමීකරණ විසඳිය හැකි ය.
- සාධකවල ගුණිතයක් ලෙස ලිවිය නොහැකි වර්ගජ සමීකරණ විසඳීමට වර්ග පූර්ණ ක්‍රමය යොදා ගත හැකි ය.
- මූල a හා b ලෙස දී ඇති විට අවශ්‍ය වර්ගජ සමීකරණය $(x - a)(x - b) = 0$ ලෙස ලිවිය හැකි ය.
- a, b හා c යනු $a \neq 0$ වන පරිදි වූ තාත්වික සංඛ්‍යා තුනක් වන විට $ax^2 + bx + c = 0$ ආකාරයේ සමීකරණයක විසඳුම් සෙවීම සඳහා
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
 සූත්‍රය භාවිත කළ හැකි ය.

