6 න්‍යාස

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- න්‍යාස හඳුනා ගැනීමට,
- න්‍යාස එකතු කිරීම හෝ අඩු කිරීම හඳුනා ගැනීමට,
- න්‍යාසයක් නිඛිලයකින් ගුණ කිරීමට,

හැකියාව ලැබේ.

6.1 හැඳින්වීම

ගණිතය තුළින් බිහි වූ විශිෂ්ඨත ම නිර්මාණය සංඛ්‍යා පද්ධතියයි. අප කුඩා කළ සිට 1, 2, 3, ... ලෙස ගණන් කරමින් උගත් සංඛ්‍යා පද්ධතිය අදට වසර 5000කට පෙර ගංගා නිම්න ආශ්‍රිත ශිෂ්ඨාචාර තුළ ඇති වී පියවරෙන් පියවර වර්ධනය විය. ඉන්දු නිම්න ශිෂ්ඨාචාරය ආශ්‍රිත ව ශූන්‍ය (බ්‍රහ්ම ගුප්ත) අර්ථ දැක්වීමෙන් පසු සංඛ්‍යා පද්ධතිය කිසිදිනක අවසන් නොවන ගමනකට මුල පුරන ලදි.

0, 1, 2, ... මෙම නවීන සංඛ්‍යා පද්ධතිය කිසිදා අවසන් නොවන ගමනක යෙදෙමින් සංඛ්‍යා පද්ධතිය විවිධ ක්‍රමවේද ඔස්සේ ගමන් කරයි. පරිසරයේ ඇති සියලු දේ සඳහා සංඛ්‍යාත්මක වටිනාකමක් දී එම සංඛ්‍යා රැස් කිරීම, වගු ගත කිරීම, විශ්ලේෂණය කිරීම, විවරණය කිරීම සංඛ්‍යානයයි. සැලසුම්කරණය, පරිපාලනය හා බද්ධ වී ඇති සංවර්ධනයට අවශ්‍ය මඟ පෙන්වීම සංඛ්‍යා පද්ධතිය ඇසුරෙන් ගොඩ නැගුණු සංඛ්‍යානයෙන් කර දෙනු ලබයි.

දහ අටවන සියවසේ මැද භාගයේ දී බ්‍රිතාන්‍ය ජාතික ආතර් ක්ලේ මහතා විසින් සංඛ්‍යා එකතුවකින් නව විෂයයක් ගොඩනංවන ලදී. අපි එය න්‍යාස ලෙස හඳුන්වමු.

17 වන සියවසේ යුරෝපයේ ඇති වූ කාර්මික විප්ලවය ආශ්‍රිත ව ගොඩනැගුණු නව ප්‍රබෝධයක් සමඟ ම බිහි වූ ව්‍යාපාර අධ්‍යයනයට කාර්මික ව්‍යවසාය අධ්‍යයනයට නව පුනර්ජීවයක් ලැබූ රසායන විද්‍යාව, භෞතික විද්‍යාව, ඉංජිනේරු විද්‍යාව, ආර්ථික විද්‍යාව, වාණිජ කටයුතු ඉදිරියට ගෙන යෑම සඳහා නව මාවතක් ක්‍රියාකරවීමේ ශක්තිමත් උපකරණයක් ලෙස **න්‍යාස** හැඳින්වීමට පුළුවන.

සංඛ්‍යා සමූහයක් සෘජුකෝණාස්‍රයක් ලෙස සකස් කර වරහන් තුළ යෙදීම න්‍යාස ලෙස හඳුන්වයි. මෙහිදී වරහන් සඳහා ( ) හෝ [ ] භාවිත කළ හැකි ය. න්‍යාසයක ඇති සංඛ්‍යා එහි අවයව ලෙස හඳුන්වයි.

නිදසුන 1

මාලා ළඟ පොත් 5ක් සහ පෑන් 3ක් ඇත. එය න්‍යාසයකින් දක්වන්න.

$(5 \quad 3)$ හෝ $\begin{pmatrix}5\\3\end{pmatrix}$ ලෙස දැක්විය හැකි ය.

නිදසුන 2

අමල් ළඟ පොත් 4ක් පෑන් 5ක් සහ පැන්සල් 2ක් ඇත. මෙය න්‍යාසයකින් දක්වන්න.

$\begin{pmatrix} 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}$ හෝ $\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ ලෙස දැක්විය හැකි ය.

නිදසුන 3

රවී ළඟ පොත් 6ක් සහ පෑන් 2ක් ඇත. රුවන් ළඟ පොත් 3ක් සහ පෑන් 5ක් ඇත. මෙය න්‍යාසයකින් දක්වන්න.

$\begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ හෝ $\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ ලෙස දැක්විය හැකි ය.

නිදසුන 4

අමර ළඟ අඹ ගෙඩි 5ක් දොඩම් ගෙඩි 7ක් සහ අන්නාසි ගෙඩි 2ක් ඇත. කමල් ළඟ අඹ ගෙඩි 2ක් දොඩම් ගෙඩි 5ක් සහ අන්නාසි ගෙඩි 3ක් ඇත. මෙය න්‍යාසයකින් දක්වන්න.

$\begin{pmatrix} 5 & 7 & 2 \\ 2 & 5 & 3 \end{pmatrix}$ හෝ $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ ලෙස දැක්විය හැකි ය.

න්‍යාසයක් ඉංග්‍රීසි හෝඩියේ කැපිටල් අකුරුවලින් සංකේත කරයි.

$A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \end{pmatrix}$ $\qquad B = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\qquad C = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$

$D = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ $\qquad E = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 5 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$

න්‍යාසයක ගණය

න්‍යාසයේ තිරස් ලෙස ඇති සංඛ්‍යා පේළි ලෙස ද සිරස් ලෙස ඇති සංඛ්‍යා තීර ලෙස ද හඳුන්වනු ලැබේ. පේළි m ලෙස ද තීර n ලෙස ද ගෙන $m \times n$ ලෙස ලියූ විට එය න්‍යාසයේ ගණය ලෙස හඳුන්වයි.

$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ න්‍යාසය සලකන්න.

පේළි ගණන $= 2$ $\qquad$ තීර ගණන $= 3$

ගණය $= 2 \times 3$ මෙම ගුණිතය ''දෙකේ තුනේ'' න්‍යාසයක් ලෙස හඳුන්වයි. එය

$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}_{2 \times 3}$ ලෙස දක්වයි.

6.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන න්‍යාසවල ගණය ලියා දක්වන්න.

(i) $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \end{pmatrix}$ (ii) $B = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$ (iii) $C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ (iv) $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

(v) $E = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ (vi) $F = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 2 & 3 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}$ (vii) $D = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ (viii) $H = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

6.2 න්‍යාස වර්ග

න්‍යාසයක ඇති පේළි, තීර සහ අවයව පිහිටා ඇති ආකාරය ආදි කරුණු පදනම් කර ගනිමින් න්‍යාස වර්ග කීපයකට වෙන් කළ හැකි ය.

- පේළි න්‍යාස
- සමචතුරස්‍ර න්‍යාස
- සමමිතික න්‍යාස
- තීර න්‍යාස
- ඒකක න්‍යාස

පේළි න්‍යාසය

න්‍යාසයක එක පේළියක් පමණක් ඇති නම් ඒවා පේළි න්‍යාසය වේ.

නිදසුන 1

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}_{1 \times 2}$ $B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 5 \end{pmatrix}_{1 \times 3}$ $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \end{pmatrix}_{1 \times n}$

තීර න්‍යාසය

න්‍යාසයක එක තීරයක් පමණක් ඇති නම් එය තීර න්‍යාසය වේ.

නිදසුන 2

$A = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}_{2 \times 1}$ $B = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}_{3 \times 1}$ $C = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ . \\ . \\ n \end{pmatrix}_{n \times 1}$

සමචතුරස්‍ර න්‍යාසය

පේළි ගණන සහ තීර ගණන සමාන න්‍යාස සමචතුරස්‍ර න්‍යාසය වේ.

නිදසුන 3

$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}_{2 \times 2}$ $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 6 \\ 2 & 1 & 5 \\ 4 & 2 & 7 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$

සමචතුරස්‍ර න්‍යාසයකට විකර්ණ දෙකක් ඇත. ඒවා නම් ප්‍රධාන විකර්ණය සහ ද්විතියික විකර්ණය යි.

ද්විතියික විකර්ණය

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

ප්‍රධාන විකර්ණය

ඒකක න්‍යාසය

සමචතුරස්‍ර න්‍යාසයක ප්‍රධාන විකර්ණයේ පිහිටි සියලු අවයවවල අගය 1 වේ නම් හා අනෙක් අවයවවල අගය 0 වේ නම් එවැනි න්‍යාසයක් ඒකක න්‍යාසයක් වේ. ඒකක න්‍යාස I මගින් සංකේත කරයි.

නිදසුන 4

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}_{2\times 2} \qquad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}_{3\times 3}$$

සමමිති න්‍යාසය

සමචතුරස්‍ර න්‍යාසයක ප්‍රධාන විකර්ණය වටා සමාන අවයව සමමිතික ව පිහිටන න්‍යාස සමමිති න්‍යාස වේ.

නිදසුන 5

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}_{2\times 2} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}_{2\times 2} \qquad C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 3 & 4 & 7 \\ 6 & 7 & 5 \end{pmatrix}_{3\times 3}$$

6.2 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන න්‍යාස පේළි න්‍යාස ලෙස හා තීර න්‍යාස ලෙස වෙන් කර දක්වන්න.

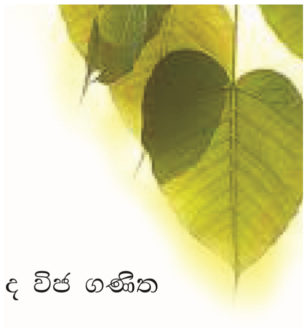
(i) $A = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ (ii) $B = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$ (iii) $C = \begin{pmatrix} 1 & 5 \end{pmatrix}$

(iv) $D = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ (v) $E = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

2. පහත න්‍යාස අතරින් සමමිතික න්‍යාස, ඒකක න්‍යාස තෝරා ලියන්න.

(i) $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ (ii) $Q = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$

(iii) $R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ (iv) $S = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$



සංඛ්‍යා පද්ධතිය ඇසුරෙන් ලබා ගත් නව නිර්මාණයක් වන න්‍යාස සඳහා ද විජ ගණිත ක්‍රමවේද යෙදිය හැකි ය.

- න්‍යාස සමානතාව
- න්‍යාස අන්තරය
- න්‍යාසයක් සංඛ්‍යාවකින් ගුණ කිරීම
- න්‍යාස ඓක්‍යය
- න්‍යාස ගුණිතය

6.3 න්‍යාස එකතු කිරීම හෝ අඩු කිරීම

න්‍යාස දෙකක් එකතු කිරීමට හෝ අඩු කිරීමට එම න්‍යාසවල ගණය සමාන විය යුතු ය. න්‍යාස දෙකක් එකතු කිරීමේ දී සිදු කරන්නේ න්‍යාසවල අනුරූප අවයව එකතු කිරීමයි. න්‍යාස දෙකක් අඩු කිරීමේ දී සිදු කරන්නේ න්‍යාසවල අනුරූප අවයව අඩු කිරීමයි.

නිදසුන 1

$A = (3 \quad 4)_{1\times 2}$ සහ $B = (1 \quad 2)_{1\times 2}$ නම් $A + B$ සොයන්න.

$A + B = (3 \quad 4)_{1\times 2} + (1 \quad 2)_{1\times 2}$

$A + B = (3+1 \quad 4+2)_{1\times 2}$

$A + B = (4 \quad 6)_{1\times 2}$

නිදසුන 2

$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ සහ $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ නම් $A + B$ සොයන්න.

$$A + B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 2+1 & 1+4 \\ 3+2 & 2+3 \end{pmatrix}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$$

නිදසුන 3

$A = (5 \quad 4)$ සහ $B = (1 \quad 2)$ නම් $A - B$ සොයන්න.

$A - B = (5 \quad 4) - (1 \quad 2)$

$A - B = (5-1 \quad 4-2)$

$A - B = (4 \quad 2)$

නිදසුන 4

$A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ සහ $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ නම් $A - B$ සොයන්න.

$$A - B = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A - B = \begin{pmatrix} 5-1 & 4-2 \\ 3-1 & 2-1 \end{pmatrix}$$

$$A - B = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

න්‍යාස සමානතාව

න්‍යාස දෙකක් සමාන වීම සඳහා තිබිය යුතු ගුණාංග,

- න්‍යාස දෙකේ ම ගණය සමාන විය යුතු ය.
- න්‍යාස දෙකේ ම අනුරූප අවයව සමාන විය යුතු ය.

නිදසුන 5

$A = (5 \quad 4)_{1 \times 2}$ $\qquad$ $B = (5 \quad 4)_{1 \times 2}$

ගණය සමාන වේ. අවයව සමාන වේ. $\therefore\ A = B$

නිදසුන 6

$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}_{2 \times 2}$ $\qquad$ $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}_{2 \times 2}$

ගණය සමාන වේ. අවයව සමාන වේ. $\therefore\ A = B$ වේ.

නිදසුන 7

$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$ $\qquad$ $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$

ගණය සමාන වේ. අවයව සමාන වේ. $\therefore\ A = B$ වේ.

නිදසුන 8

$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & 5 \end{pmatrix}_{2 \times 3}$ $\qquad$ $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 2 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}_{3 \times 2}$

ගණය සමාන නොවේ. $\therefore\ A \neq B$ වේ.

නිදසුන 9

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 5 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

ගණය සමාන වේ. අනුරූප අවයව සමාන නොවේ. $\therefore \ A \neq B$ වේ.

නිදසුන 10

$A = \begin{pmatrix} 3 & a \\ p & t \end{pmatrix}$ හා $B = \begin{pmatrix} 3 & -7 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ $A = B$ නම් a, p, t හි අගය සොයන්න.

$A = B$ නිසා, අනුරූප අවයව සමාන වේ.
$a = -7, \quad p = 2, \quad t = 4$

නිදසුන 11

$A = \begin{pmatrix} x+y & 2y \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ වේ. මෙහි $A = B$ නම් x සහ y සොයන්න.

අනුරූප අවයව සමාන කිරීමෙන්, $x + y = 5$ ——— (1)

$2y = 6$ ——— (2)

(2) $\div 2$ $\quad \frac{2y}{2} = \frac{6}{2}$

$y = 3$

y හි අගය (1)ට ආදේශයෙන්, $x + y = 5$

$x + 3 = 5$

$x = 5 - 3$

$x = 2$

$x = 2$ හා $y = 3$ වේ.

නිදසුන 12

$A = \begin{pmatrix} x & x+y \\ a & b \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ a & b \end{pmatrix}$ මෙහි $A = B$ වේ නම්, x සහ y සොයන්න.

මෙහි ගණය $= 2 \times 2$ වේ.
$A = B$ නිසා, අනුරූප අවයව සමාන වේ.
$x = 3$
$x + y = 5$
x හි අගය ආදේශයෙන්,
$3 + y = 5$
$y = 5 - 3 = 2$
$x = 3$ සහ $y = 2$ වේ.

6.4 න්‍යාසයක් සංඛ්‍යාවකින් ගුණ කිරීම

න්‍යාසයක් සංඛ්‍යාවකින් ගුණ කිරීම අර්ථ දක්වන්නේ න්‍යාසයේ සෑම අවයවයක් ම එම සංඛ්‍යාවෙන් ගුණ කිරීම ලෙසයි.

නිදසුන 1

$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ නම් $2A$ සොයන්න.

$$2A = 2\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \times 2 & -1 \times 2 \\ 0 \times 2 & 2 \times 2 \end{pmatrix}$$

$$2A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

නිදසුන 2

$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ නම් $-3A$ සොයන්න.

$$-3A = -3\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$-3A = \begin{pmatrix} 3 & -6 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}$$

6.3 අභ්‍යාසය

1. $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ $A = B$ වේ ද හේතු දක්වන්න.

2. $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ $A = B$ නම් a, b, c, d සොයන්න.

3. $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ සහ $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ නම්

   (i) $A + B$ (ii) $A - B$ (iii) $2A + B$

   (iv) $A - 2B$ (v) $3A - 2B$

4. $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ සහ $2A + B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ නම් B සොයන්න.

5. $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ නම් x සොයන්න.