

Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යාපන පාඨම් වෙළු පෙනීම විභාගය, 2014 අනුරූප  
ක්‍රියාවලිය පොතුව තුරාතුරු පත්ති (ඉයුර තු) පරිශ්‍රා, 2014 ඉකළා  
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2014

உயர் கணிதம்	I
Higher Mathematics	I

11 S I

**ஒட்ட ஏதை**  
மூன்று மணித்தியாலம்  
*Three hours*

ក្រសួង:

විභාග අංකය							
------------	--	--	--	--	--	--	--

- \* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටසේ දෙකකින් සමඟවීත වේ;
   
**A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11 - 17).**
  - \* **A කොටස:**

යියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය යදහා මධ්‍යින් පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉතින් උග්‍රයන්. වැඩිපුර ඉඩ ආවශ්‍ය වේ නම්, මධ්‍ය අමතර ලියන කඩාසි භාවිත කළ ගැනීය.
  - \* **B කොටස:**

ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. මධ්‍යින් පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩාසිවල උග්‍රයන්න.
  - \* තියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රය B කොටසකි පිළිතුරු පත්‍රයට උබින් සිටින පරිදි කොටසේ දෙක අලුණා විභාග ගාලාධිපතිව භාර දෙන්න.
  - \* ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස**, පමණක් විෂාග ගාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට මධ්‍ය ආච්‍රිත ඇත.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ පෙශේරුනය සූල්‍යා පමණි.

### (11) උග්‍රය ගැනීමය I

කොටස	පුළුල අංකය	ලක්ෂණ
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිගතය	

I පත්‍රය	
II පත්‍රය	
එකතුව	
අවසාන ලක්ෂණ	

අවසාන ලකුණු

ବୁଲକ୍ସକତେଣ	
ଅନୁରିତେ	

සංස්කරණ දීමා

උත්තර පතු පරික්ෂක	
පරික්ෂා කළේ:	1
	2
අවෝස්ථය කළේ:	

A තොටස

- $$1. \text{ സാമ്പത്തികവല്ലം മേൽക്കൊള്ളുന്നത്: } x^3(y-z) + y^3(z-x) + z^3(x-y).$$

2. කියීම්  $n \in \mathbb{Z}$  පදනුව  $x = 5^y$  නම්,  $xRy$  මගින්  $\mathbb{Z}$  තුන්  $R$  සම්බන්ධයක් අරුප දක්වා ඇති.  $R$  තුළුනා සම්බන්ධයක් බව සාධනය කර, 2 නි තුළුනා පන්තිය උග්‍ර දක්වන්න.

3.  $k \in \mathbb{R}$  යැයි නේ  $x \neq -\frac{5}{2}$  පදනා  $f(x) = \frac{7}{2x+5} + k$  යැයි නේ ගතිමු.  $(f \circ f)(1) = k + \frac{1}{3}$  නම්,  $k$  හි අගය සොයන්න.  $k$  හි මෙම අගය පදනා  $f$  හි ප්‍රතිලේඛනය  $f^{-1}$  සොයන්න.

$k$  හි මෙම අගය සඳහා  $f$  හි ප්‍රතිලේඛනය  $f^{-1}$  සොයන්න.

4.  $A = (\lambda, 3)$ ,  $B = (\lambda + 1, -4)$  හා  $C = (\lambda + 4, \lambda + 6)$  යැයි ගනිමු; මෙහි  $\lambda \in \mathbb{R}$  වේ.  $ABC$  ත්‍රිකෝණයේ වර්ගල්ලය වර්ග ඒකක 16 කි. නිශ්චායකයක් අදුරෙන් ත්‍රිකෝණයේ වර්ගල්ලය දියා දක්වා, ඒ ඩිජිත්ල ලිඛිත උග්‍රය සොයන්න.

5.  $P = (a \cos \theta, b \sin \theta)$  ලක්ෂණයේදී  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ඉලිප්සයට ඇති ස්පර්ශකයේ අනුකූලය  $-\frac{b}{a} \cot \theta$  බව  
පෙන්වන්න; මෙහි  $n \in \mathbb{Z}$  සඳහා  $\theta \neq n\pi$  වේ.  $P$  හි දී ඉලිප්සයට ඇති අනිලුම්බය  $x$ -අක්ෂය සමඟ තේඛනය වන  
ලක්ෂණයේ බැංකාංක  $(\lambda, 0)$  වේ නම්,  $\lambda$  හි අය සොයන්න.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{x+2}, & x < 2 \\ x^2 + ax + b, & 2 \leq x \leq 4 \\ bx + a, & x > 4 \end{cases}$$

යැයි ගනී; මෙහි  $a$  හා  $b$  කාන්තේක නියන වේ.  $f$  ක්‍රියය  $\mathbb{R}$  මත සහන්තික බව එදැනු ඇති.  $a$  හා  $b$  හි අගයන් ගොයන්න.

$$7. \quad f(x) = \begin{cases} -2x-2, & x \leq 0 \\ 2x-2, & x > 0 \end{cases}$$

යැයි ගනිමු.  $x = 0$  හිදී  $f(x)$  අවකලන නොවන බව පෙන්වා,  $x \neq 0$  සඳහා  $f'(x)$  ලියා දක්වන්න.

8.  $x > 0$  අදහා  $x^2 \frac{dy}{dx} = (1+y) \ln x$  ඕව හා  $x = 1$  තිබූ යුතු  $y = 0$  න්‍යුතු ඇති ප්‍රස්ථානෙහි  $y$  සොයුන්න.

9.  $f$  යනු  $x \in \mathbb{R}$  සඳහා  $f(-x) = f(2x)$  තාර්ගේ කරන  $\mathbb{R}$  මත සන්තතික ශ්‍රීතයක් යැයි ගනිමු.  $x \in \mathbb{R}$  සඳහා  $g(x) = \int_0^x f(t) dt$  යැයි ද ගනිමු.  $x \in \mathbb{R}$  සඳහා  $g(-x) = -\frac{1}{2}g(2x)$  බව පෙන්වන්න.

10. මුළුක සමිකරණය  $r = 4 \cos \theta$  යන්හා වෘත්තයක් නිරූපණය කරන බව පෙන්වා, මුළුක බණ්ඩාක  $\left(2\sqrt{3}, \frac{\pi}{6}\right)$  ලි ලක්ෂණය හරහා මෙම වෘත්තයට ඇති ස්ථූරක රේඛාවේ මුළුක සමිකරණය සොයන්න.

தமிழ்நாடு கலைக் கல்வி மற்றும் பரிவாரா தொழில்துறை அமைச்சர் கல்விப் போதுத் தூதரப் பதினாற் (19 மீண்டும்) பாரிசு, 2014 இன்னால் General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2014

**உயர் கணிதம்** Higher Mathematics

11 S I

B කොටස

\* ප්‍රාග්ධන පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (a)  $A, B$  හා  $C$  යනු  $S$  සඡ්‍යාලු කුලකයක උපකුලක යැයි ගනිමු. ඔබ හාටින කරන කුලක විෂයේ නියමයන් පැහැදිලිව ප්‍රකාශ කරමින්,

  - $A \cup B \subseteq A \cap B$  නම්,  $A = B$  බව,
  - $(A \cap B') \cup (A' \cap B) \cup (A \cap B) = A \cup B$  බව  
සාධනය කරන්න.

(b) ආපන ගාලාවක පාරිභෝගිකයන් 525 ක ශේ සම්ක්ෂණයකින් මාල, බිත්තර හා එළුවලු යන දීවා ආහාර පැකටි වර්ග තුනකින් පාරිභෝගිකයන් 185 ක් මාලවලට කැමති බව, 195 ක් බිත්තරවලට කැමති බව, 210 ක් එළුවලට කැමති බව, 148 ක් මාලට කැමති නමුත් බිත්තරවලට අකමැති බව, 141 ක් බිත්තරවලට කැමති නමුත් එළුවලට අකමැති බව, 140 ක් එළුවලට කැමති නමුත් මාලවලට අකමැති බව හා 72 ක් මෙම වර්ග තුනෙන් එකකටවත් කැමති තැනි බව පෙන්වා ඇත.

  - හරියටම වර්ග දෙකකට
  - හරියටම වර්ග එකකට
  - මාලවලට පමණක්

කැමති පාරිභෝගිකයන් ගණන සොයන්න.

12. (a)  $a, b, c$  හා  $d$  ධන සංඛ්‍යා යැයි ගනිමු.  

$$a + b \geq 2\sqrt{ab}$$
 පෙන්වා,  

$$a^4 + b^4 + c^4 + d^4 \geq 4abcd$$
 බව අපෝහනය කරන්න.

පහත එක එකක් පෙන්වන්න:

  - $(a^2 + c^2)^2 + (b^2 + d^2)^2 \geq 2(ac + bd)^2$ ,
  - $a^4 + b^4 + c^4 + d^4 \leq 4$  නම්,  $\frac{1}{a^4} + \frac{1}{b^4} + \frac{1}{c^4} + \frac{1}{d^4} \geq 4$ ,
  - $(1 + a^2)^2 + (1 + b^2)^2 + (1 + c^2)^2 + (1 + d^2)^2 \geq 4(1 + ab)(1 + cd)$ .

(b)  $a, b$  හා  $c$  නාත්ත්වික නියත වන  $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  පරිණාමනය,  $(2, 1)$  ලක්ෂ්‍යය  $(3, 5)$  ලක්ෂ්‍යය දී  $y = 2x$  රේඛාව යෝගිව යුතු බව දී අනුරුපණය කරයි.  $a, b$  හා  $c$  සි අයයන් සොයන්න.

දහන පරිණාමනය යටතේ  $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$  වින්තයේ ප්‍රතිච්‍රිතයේ සම්කරණය දී සොයන්න.

13. (a)  $\omega = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$  යැයි ගනිමු.  $\omega^3 = -1$  බව පෙන්වා  $\omega^2 - \omega + 1 = 0$  බව අපෝහනය කරන්න.

$$\text{ඒ නයිත, } \frac{3 - 2\omega + 2\omega^2}{(3 + \bar{\omega} - \bar{\omega}^2)^2} = \frac{1}{16} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

- (b)  $z = \cos\theta + i\sin\theta$  නම්, ඕනෑම  $n$  දහ නිවේලයක් සඳහා  $z^n + \frac{1}{z^n} = 2\cos n\theta$  හා  $z^n - \frac{1}{z^n} = 2i\sin n\theta$  බව පෙන්වන්න.

$$\left(z - \frac{1}{z}\right)^4 \left(z + \frac{1}{z}\right)^2 \text{ යන ගුණීනය සලකා බැඳීමෙන්,$$

$\sin^4 \theta \cos^2 \theta = a + b\cos 2\theta + c\cos 4\theta + d\cos 6\theta$  වන පරිදි  $a, b, c$  හා  $d$  තාක්තික නියනයන් අයන් සෞයන්න.

ඒ නයිත,  $\cos 6\theta = 2\cos 4\theta + \cos 2\theta - 2$  සම්කරණය විසඳන්න.

14. (a)  $y = x^2$  හා  $y = 2x - x^2$  හි ප්‍රස්ථාරවල දළ සටහන් ඒවායෙහි තේඳන ලක්ෂණයන්හි බණ්ඩාක දක්වන්න ම රුපසටහනක අදින්න.

$y = x^2$  හා  $y = 2x - x^2$  යන වකු මගින් පරියන්තර පෙනෙන  $y -$  අක්ෂය වටා යාශ්‍ර කොන් 4 කින් ප්‍රමාණය කරනු ලැබේ. එමගින් ජනනය වූ සහ වක්‍රියාවහි පරිවාර සෞයන්න.

- (b)  $\alpha, \beta, \omega \in \mathbb{R}$  යැයි ගනිමු.  $y = \alpha \cos \omega t + \beta \sin \omega t$  යන්න  $\frac{d^2y}{dt^2} + \omega^2 y = 0$  අවකල සම්කරණයේ විභුද්‍යමක් බව පෙන්වන්න.

- (c)  $x = 1$  විට  $y = 1$  යන තත්ත්වය සපුරාලන  $x > 0$  සඳහා  $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = e^x$  යන ආවකල සම්කරණයේ විභුද්‍යම සෞයන්න.

15. (a)  $n \in \mathbb{Z}^+$  සඳහා  $I_n = \int_0^1 \frac{1}{(x^2 + 1)^n} dx$  යැයි ගනිමු.

$$I_1 = \frac{\pi}{4} \text{ හා } n \in \mathbb{Z}^+ \text{ සඳහා } 2n I_{n+1} - (2n-1)I_n = \frac{1}{2^n} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

ඒ නයිත,  $I_4$  හි අගය සෞයන්න.

- (b)  $|x| < \frac{\pi}{6}$  සඳහා  $y = \ln\left(\frac{1}{2} \cos 3x\right)$  යැයි ගනිමු.  $\frac{d^4y}{dx^4} + 2\left(\frac{dy}{dx}\right)\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right) + 2\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 = 0$  බව පෙන්වන්න.

ඒ නයිත,  $x^4$  හි පදය දක්සා එයන් ඇතුළත්ව  $y$  හි මැත්ලෝරින් සූෂ්‍ණ ප්‍රසාරණය  $x$  ඇසුරෙන් ලබා ගන්න.

ඉහත ප්‍රසාරණයහි  $x = \frac{\pi}{9}$  භාවිතයෙන්,  $\ln 2$  සඳහා ආයන්න අයත්  $\pi$  ඇසුරෙන් සෞයන්න.

16. (a)  $x^2 + y = 10$  පරාවලයේ සිර්පය වන  $A$  හි හා නාතිය වන  $B$  හි බණ්ඩාක සොයන්න.  
දුලීජ්‍යක නාහි දෙක  $O$  මූලය හා  $B$  ලක්ෂාය වේ. මෙම දුලීජ්‍යයේ එක් සිර්පයක්  $A$  ලක්ෂාය වේ.  
දුලීජ්‍යයේ සම්කරණය සොයන්න.

$$(b) \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ බහුවලයට } P = (a \sec \theta, b \tan \theta) \text{ ලක්ෂායයේ දී වූ ස්පර්ශකයේ සම්කරණය}$$

$$\frac{x}{a} \sec \theta - \frac{y}{b} \tan \theta = 1 \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$Q$  හා  $R$  යනු  $P$  හි දී වූ ඉහත ස්පර්ශකයට  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  බහුවලයෙහි ස්පර්ශයෙන්මු හමු වන  
ලක්ෂාය යැයි ගනිමු.  $Q$  හා  $R$  හි බණ්ඩාක සොයා  $P$  යනු  $QR$  හි මධ්‍ය ලක්ෂාය බව අපෝහනය  
කරන්න.

17. (a)  $x \in \mathbb{R}$  සඳහා  $f(x) = \frac{\sin x - \sqrt{2}}{\cos x - \sqrt{2}}$  යැයි ගනිමු.

$$(i) \quad x \in \mathbb{R} \text{ සඳහා } 2 - \sqrt{3} \leq f(x) \leq 2 + \sqrt{3} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$$(ii) \quad [0, 2\pi] \text{ ප්‍රාන්තය තුළ } f'(x) = 0 \text{ සම්කරණයෙහි විසඳුම සොයන්න.}$$

$$(iii) \quad [0, 2\pi] \text{ ප්‍රාන්තය තුළ } y = f(x) \text{ යුත්තාරයෙහි දළ සටහනක් අදින්න.}$$

- (b) පහත සඳහන් වගුවලන්  $x = 0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0$  සඳහා දෙම්ප්‍රාන තුනකට නිවැරදි ව  $f(x) = e^{-x^2}$   
ග්‍රියෙහි අයයන් දෙනු ලැබේ:

$x$	0	0.5	1.0	1.5	2.0
$f(x)$	1	0.779	0.368	0.105	0.018

ඉහත වගුවලන් දී ඇති අයයන් සමඟ සිම්යන් නීතිය හාවිතයෙන්,  $y = e^{-x^2}$ ,  $x = 0, x = 2$  හා  $y = 0$  වකු  
මතින් පරියන්තර වර්ගාලය සඳහා ආයන්න අයයක් සොයන්න.

\* \* \*



අධිකාරීන රෙඛු සහතික පත්‍ර (ලක්ද පෙළ) විභාගය, 2014 අභ්‍යන්තර

கல்விப் போதுத் தராடரப் பத்திரி (2 மர் து)ப் பிரிசெ, 2014 க்கான்

**General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2014**

ଲିଙ୍ଗର ଗଣୀତାଳି

୨ୟର କଣ୍ଠିତ

Higher Mathematics

III

II

II

11

1

II

ರಾಯ ವೃಜಿ

## முன்று மணித்தியாலம்

*Three hours*

२४८

විගාහ අංකය							
------------	--	--	--	--	--	--	--

- \* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමඟවිත වේ;  
**A කොටස** (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17).
  - \* **A කොටස**  
**සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න.** එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉගෙනි ලියන්න.  
 වැඩිපුර ඉඩ අවසා වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩාසි භාවිත කළ හැකිය.
  - \* **B කොටස**  
**ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.** ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩාසිවල ලියන්න.
  - \* **නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රය B කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ගාලාවීපතිව භාර දෙන්න.**
  - \* **ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටස, පමණක් විභාග ගාලාවීවන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.**
  - \* **සංඛ්‍යාන විගු සපයනු ලැබේ.**
  - \* **g මගින් රුරුත්වීම් ත්වරණය දක්වෙයි.**

පරික්ෂකාවටතේගේ ප්‍රයෝගතිය දැඳුනා පමණි.

### (11) උසස් ගණිතය II

කොටස	ප්‍රයත්න අංකය	ලේඛන
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	දැනුගතය	

I පෙනුය	
II පෙනුය	
එකතුවල	
අවසාන ලක්ෂණ	

අවසාන ලක්ෂණ

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංජේත දින

ලෝකර පත්‍ර පරික්ෂණ	
පරික්ෂා කළේ:	1
	2
අධික්ෂණය කළේ:	

A දොටස

1.  $O$  අවල මූලයක් අනුබද්ධයෙන්  $A, B, C$  හා  $D$  උක්ෂා හතරක පිහිටුම් දෙධික පිළිවෙළින්,  $i, j, k$  හා  $\lambda i + \mu j + (1 - \lambda - \mu) k$  වේ; මෙහි  $\lambda$  හා  $\mu$  නියත වේ.  $OD$  රේඛාව  $ABC$  තෙයුව ලැබූ වන පරිදි  $\lambda$  හා  $\mu$  නියත නොයෙන් සොයුන්න.

2.  $\mathbf{F}_1 = \alpha\mathbf{i} + \mathbf{j}$  හා  $\mathbf{F}_2 = 3\mathbf{j} + \mathbf{k}$  බල දෙකක් පිළිවෙතින්  $\overrightarrow{OA} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j}$  හා  $\overrightarrow{OB} = \mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}$  පිහිටුම් ගෙයින සහිත  $A$  හා  $B$  ලක්ෂයන් නිදි කියා කරයි; මෙහි  $\alpha$  යනු නියන්තයි. එවාගේ ක්‍රියා රේඛාවල සමීකරණ දියා දක්වන්න. එහින්, බල දෙක ඒකතුව වන පරිදි  $\alpha$  නි අය තොයන්න.

3. අරය  $a$  වූ එකාකාර සන අරද ගෝලයක් හා ආචාරකයේ අරය  $a$  ද උප  $ka$  ද වූ එකාකාර සන හා පුෂ්‍ර විටත නෙසුවක්, තල මුහුණන් දෙක සමඟාත වන පරිදී දායිව සහ කිරීමෙන් සංයුත්ත වස්තුවක් සාදනු ලබයි; මෙහි  $k$  නියතයයි. අරද ගෝලය හා සෙකුව එක ම  $\rho$  සනන්ටයෙන් යුතුත වේ. සංයුත්ත වස්තුව එහි සම්මිත අක්ෂය පිරසට,  $2\rho$  සනන්ටයක් සහිත දුටුයක සම්බුද්ධිත පාවත්තෙන් අරද ගෝලය පමණක් මුළුමිනිතම දුටුයේ ගිලි ඇති පරිදී ය.  $k$  හි අගය සෞයන්න.

4. කාලය  $t$  හි දී  $P$  අංශවක ත්වරණය  $\mathbf{a}(t) = 6ti + 12t\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$  මගින් දෙනු ලැබේ. කාලය  $t = 0$  හි දී  $P$  හි පිහිටුම් දෙශිකය  $\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$  වන අතර එහි ප්‍රාවේගය  $\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$  වේ. කාලය  $t = 1$  හි දී  $P$  හි පිහිටුම් දෙශිචාය  $3\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$  බව පෙන්වන්න.

5. ස්කන්ධය  $2m$  වූ  $P$  අංගුවක් එක එකක ස්කන්ධය  $m$  වූ  $Q$  හා  $R$  අංග දෙකකට, සැහැල්ල අවිතනා තන්තු දෙකකින් සම්බන්ධ කර ඇත. තන්තු යමිකම් ඇදී ඇතිව හා  $Q\hat{P}R = \frac{\pi}{2}$  වන පරිදි පද්ධතිය පූම්ව තිරස් මේසයක් මත තබා ඇත.  $\overrightarrow{QP}$  සමඟ  $\frac{\pi}{4}$  කෝණයක් කාඳා දිගාවට විශාලත්වය  $I$  වූ ආවේගයක්  $P$  අංගුවට දෙනු ලැබේ. ආවේගට මොශොකකට පසු  $P$  අංගුවේ වෙළය  $\frac{I}{3m}$  බව පෙන්වන්න.

6. දිග  $4a$  හා ස්කන්ධය  $m$  වූ එකාකාර  $AB$  දීම්චිකට  $AC = a$  වන පරිදි වූ  $C$  ලක්ෂායක් ඔස්සේ යන පූම්ව තිරස් අක්ෂයක් වටා සිරස් තලයක තුමණය වීමට නිදහස ඇත.  $AB$  තිරස්ව ඇතිව දීම්චි නිශ්චලනාවයේ සිට මුදාහරිනු ලැබේ.  $AB$  දීම්චි සිරස් වන විට එහි කෝණික වෙළය  $\sqrt{\frac{6g}{7a}}$  බව පෙන්වන්න.

- $$7. \quad X \text{ සංඛීය විව්ලුත්‍යකට, } k \text{ නියනයක් මූලිකා නියන්තයක් වූ } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(x-1) & ; \quad 1 \leq x < 2, \\ k(5-x) & ; \quad 2 \leq x \leq 5, \\ 0 & ; \quad \text{අනෙක් විට,} \end{cases}$$

මගින් දෙනු ලබන සම්භාවතා සනත්ව ශ්‍රීතය ඇත.

- (i)  $k$  හි අගය      (ii)  $X$  හි අපේක්ෂිත අගය,  $E(X)$  සොයන්න.

$E(7X - 3)$  හි අගය අපෝහනය කරන්න.

8.  $X$  විවිධ භාවිත සංඛ්‍යාවලී තේවලාදයට,  $k$  දහ නියන්තයක් ඇ,  $F(x) = \begin{cases} 0 & ; x=0, \\ \frac{(x+k)^2}{16} & ; x=1,2,3, \\ 1 & ; x>3, \end{cases}$

මගින් අප්පා දක්වා ඇති සමවිච්‍ජන ව්‍යාප්ති යිතය ඇත.

- (i)  $k$  හි අය, (ii)  $F(2.6)$  හා (iii)  $X$  හි සම්භාවනා ස්කන්ද ක්‍රිතය සොයන්න.

9. නාගරයක පදිංචිකරුවන්ගේ 30% ක් ප්‍රාදේශීය ගුවන් විදුලියට සවන් දෙති. පදිංචිකරුවන් දහදෙනකු සයම්හාවේ තොරු ගනු ලබයි. එම අයගෙන් අඩු තරමින් දෙදෙනෙක් ප්‍රාදේශීය ගුවන් විදුලියට සවන් නොදිමේ සම්හාවේනාව සෞයන්න. (එමෙන් පිළිතුර සූළ කිරීම අවශ්‍ය නැතු.)

10.  $X$  සංම්භාව විවෘතය මධ්‍යනය 24 හා විවෘතතාව  $\sigma^2$  ඇශ්වීම් ප්‍රමත්තව වනුපැනව ඇත.  $P(X > 30.56) = 0.05$  බව දී ඇත්තේ. (i)  $\sigma$  හි අගය හා (ii)  $P(X < 20)$  සොයන්න.

三

ஏவ்வன் கலை கல்விக் கலை (பொது போக்கு) தீர்மானம், 2014 இல்லாங்கள்  
கல்விப் பொதுத் தூதுப் பத்திரி (ஒய்ர் தூப் பார்ட்), 2014 இல்லாங்கள்  
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2014

உய்வு கணிதம்	II
Higher Mathematics	II

11 S II

B තොටස

\* ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. බල ප්‍රදීතියක්  $O$  අවල මූලයක් අනුබද්ධයෙන්  $\overrightarrow{OA}_s = \mathbf{r}_s$ , පිහිටුම් දෙසිකය සහිත  $A_s$  ලක්ෂණවල ක්‍රියාකරන  $\mathbf{F}_s$  බලවලින් සමන්විත වේ; මෙහි  $s = 1, 2, \dots, n$  වේ.  $\mathbf{R} \neq 0$  හා  $\mathbf{R} \cdot \mathbf{G} = 0$  නම්, ප්‍රදීතිය තහි සම්පූක්ත බලයකට උග්‍රනාය වන බව පෙන්වන්න; මෙහි  $\mathbf{R} = \sum_{s=1}^n \mathbf{F}_s$  හා  $\mathbf{G} = \sum_{s=1}^n \mathbf{r}_s \times \mathbf{F}_s$  වේ.

$s = 1, 2, \dots, 6$  සඳහා  $\mathbf{F}_s = sP\mathbf{k}$  බල හයක්  $\overrightarrow{OB_s} = i \cos(s-1) \frac{\pi}{3} + j \sin(s-1) \frac{\pi}{3}$  පිහිටුම් දෙධික සහිත  $B_s$  ලක්ෂාවල දී හියා කරයි; මෙහි  $a$  හා  $P$  නියන්ත වන අනර  $i, j$  හා  $k$  මේන් පිළිවෙළින්  $Ox, Oy$  හා  $Oz$  බැණ්ඩාක අක්ෂ දිගෝ ජේකක දෙධික දැක්වෙයි. මෙම බල පදනම්තිය  $O$  මූලය සිස්සේ හියා කරන  $\mathbf{R} = 21P\mathbf{k}$  නහි බලයක් සමග යුතුවන දෙධිකය  $\mathbf{G} = i a P \sum_{s=1}^6 s \sin(s-1) \frac{\pi}{3} - j a P \sum_{s=1}^6 s \cos(s-1) \frac{\pi}{3}$  වූ යුත්මයකට තුළා බව පෙන්වන්න.

ලේ නයින්, පද්ධතිය  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \lambda \mathbf{k}$  රේඛාව දිගේ ක්‍රියා කරන තනි සම්පූද්‍යක්තියකට උග්‍රහය වන බව පෙන්වන්න; මෙහි  $\mathbf{r}_0 = -\frac{a}{7}(\mathbf{i} + \sqrt{3}\mathbf{j})$  යි.

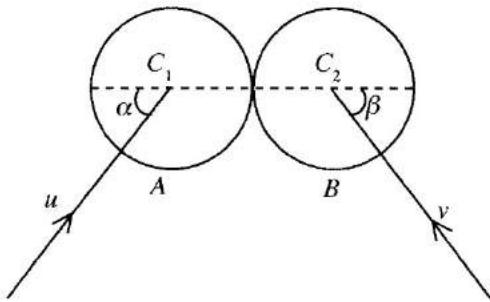
12. අරය  $a$  වූ අර්ථ විභේදකාර කැටුවක් එහි තලය සිරස්ව හා එහි විෂ්කම්භය තිරස්ව නිදහස් දුව ප්‍රාග්ධනය මත ඇතිව සම්පූර්ණ ද්‍රව්‍යක ගිල්වා ඇත. කැටුවයේ පිහින කෙශ්ඨය සොයන්න.

වැංකියක සිරස් පැන්තක යුතු,  $AB$  නිරස් විෂේෂකම්පියට පහතින් පිහිටි අරය  $a$  වූ ඇර්ද වෘත්තාකාර විවරයක්,  $AB$  දිගෝ පුම්වන අයව් කළ අරය  $a$  වූ ඇර්ද වෘත්තාකාර දොරකින් වසා ඇතු. වැංකිය සනන්වය  $\rho$  වූ සමඟාලීය ද්‍රව්‍යක්න් පූර්වා ඇත්තෙන්  $AB$  නිරූපණ දුව පැම්බිය මත පිහිටින පරිදි ය. දොර යාන්ත්‍රිත්තින් වසා තැබුම සඳහා අවශ්‍ය වන යාග්‍රම්ධේ ඇවම සරණය සොයන්න.

13. අංශුවක් එහි වේගය  $v$  වන විට, එකක ජ්‍යෙෂ්ඨයකට  $kv$  ප්‍රතියෝග බලයක් ඇති කරන මාධ්‍යයක සිරස්ව ඉහළව ප වේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ; මෙහි  $k$  යනු දහ නියතයකි. උච්චතම ලක්ෂණයට ප්‍රාග්ධන අංශුව ගන්නා කාලය  $T_0$  යන්න  $T_0 = \frac{1}{k} \ln \left( 1 + \frac{ku}{g} \right)$  මගින් දෙනු ලබන බව ද ප්‍රක්ෂේප ලක්ෂණයට ඉහළින් ප්‍රාග්ධන උපරිම උස  $\frac{1}{k} (u - gT_0)$  බව ද පෙන්වන්න.

ලුව්චම ලක්ෂණයේ සිංහ වැලීමේ දී  $t$  කාලයකට පසු අඟුලවී  $v$  වෙශය,  $k, g$  හා  $t$  අපුරෙන් සොයා,  $t \rightarrow \infty$  විට  $v \rightarrow \frac{g}{k}$  බව අපෝහනය කරන්න.

14. සමාන අරයෙන් යුත් එහෙත් ස්කන්ධ පිළිවෙළින්  $m$  හා  $M$  වූ  $A$  හා  $B$  එකාකාර කුමට ගෝල දෙකක් කුමට තිරස මේසයක මත වලනයට නිදහස් ය. පිළිවෙළින්  $u$  හා  $v$  වෙශවෙළින් එකිනෙක දෙසට මේසය දිගේ  $A$  හා  $B$  ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. රුපයේ දක්වා ඇති පරිදි ගැටුමට මොහොතුකට පෙර  $A$  හි ප්‍රවේශය  $\overrightarrow{C_1 C_2}$  සමඟ  $\alpha \left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$  කෙශයක් සාදන අතර  $B$  හි ප්‍රවේශය  $\overrightarrow{C_2 C_1}$  සමඟ  $\beta \left(0 < \beta < \frac{\pi}{2}\right)$  කෙශයක් සාදයි; මෙහි  $C_1$  හා  $C_2$  යනු පිළිවෙළින්  $A$  හා  $B$  හි කේත්ද වේ. ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාග්‍ය සංග්‍රහකය  $e$  බව දී ඇත.



ගැළුමෙන් මොහොතුකට පසු  $\overrightarrow{C_1 C_2}$  දිගේ  $A$  හා  $B$  හි ප්‍රවේශ සංරච්ච සෞයා ගැවුම නිසා ගෝල අතර ආවේගයේ විශාලත්වය  $\frac{(1+e)mM}{m+M} (u \cos \alpha + v \cos \beta)$  බව පෙන්වන්න.

දත්  $m = M$  යැයි ගෙනිමු. ගැළුම නිසා සිදුවන වාලක සක්ති හානිය  $\frac{1}{4}m(1-e^2)(u \cos \alpha + v \cos \beta)^2$  බව පෙන්වන්න.

15. ස්කන්ධය  $m$  හා අරය  $r$  වූ එකාකාර ගෝලයක විෂ්කම්ජයක වටා අවස්ථා කුරුණය  $\frac{2}{3}mr^2$  බව පෙන්වන්න.  
ස්කන්ධය  $M$  හා අරය  $a$  වූ එකාකාර සහ ගෝලයක විෂ්කම්ජයක වටා අවස්ථා කුරුණය  $\frac{2}{5}Ma^2$  බව අයෝග්‍ය කරන්න.

අරය  $a$  වූ එකාකාර සහ ගෝලයක රෙහි තිරස ගෙවීමක් මත උස  $h (< a)$  වූ අවල සාක්ෂකාත්කාකාර ප්‍රධියක් දෙසට  $u$  වෙශයෙන් පෙරලි යයි. එහි වලින දිගාව ප්‍රධියේ සිරස් මුහුණනට ලැබුව වේ. ගෝලය හා ප්‍රධිය පරිපූර්ණ ලෙස රූ එවා.

පහත දක්වෙන ප්‍රතිඵල ලබා ගන්න:

- (i) ප්‍රධිය හා ගැළුමෙන් මොහොතුකට පසුව ගෝලයේ  $\Omega$  කෝෂික වෙශය  $\Omega = \frac{(7a - 5h)u}{7a^2}$  මගින් දෙන ලබන බව පෙන්වන්න.

$$(ii) u^2 > \frac{70gha^2}{(7a - 5h)^2} \quad \text{වේ නම් ගෝලය ප්‍රධිය මත වෙශ මත නෙතින බව පෙන්වන්න.}$$

16.  $X$  විවිධ සංඛ්‍යාවේ විවලුයක සම්හාවිතා ව්‍යාපේනිය පහත දී ඇත:

$X = x$	0	1	2	3	4	5
$P(X = x)$	$a$	$a$	$a$	$b$	$b$	$b$

මෙහි  $a$  හා  $b$  නියත වේ.

$$P(X \geq 2) = 3P(X < 2) \text{ බව } \text{දී ඇත.}$$

- (i)  $a$  හා  $b$  හි අගයන් සොයා,  $E(X)$  හා  $\text{Var}(X)$  අගයන්හා.
- (ii)  $Y = cX + d$  යනු  $E(Y) = 0$  හා  $\text{Var}(Y) = \text{Var}(X)$  වන පරිදි වූ සංඛ්‍යාවේ විවලුයක් යැයි ගෙනිමු; මෙහි  $c(>0)$  හා  $d$  නියත වේ.  $c$  හා  $d$  හි අගයන් සොයාන්න.
- (iii)  $X_1$  හා  $X_2$  නම් වූ  $X$  හි ස්වායන්න නිරික්ෂණ දෙකක් ජනනය කරන ලදී.

$$P(X_1 + X_2 > 7) \text{ හා } P(X_1 = 5 | X_1 + X_2 > 7) \text{ සොයාන්න.}$$

17. දුරකථන ඇමතුමකට ගතවන කාලයීමාව මිනින්දු  $X$  යන්හා සම්හාවිතා සනත්ව ප්‍රිතිය  $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}; x > 0$

මගින් දෙනු ලබන සාක්ෂිය ව්‍යාපේනියක් අනුගමනය කරයි; මෙහි  $\lambda > 0$  වේ.

- (i) මෙම ව්‍යාපේනියේ මධ්‍යනාය හා සම්මත අප්‍රාගමනය යන දෙකම  $\lambda^{-1}$  බව පෙන්වන්න.
- (ii) දැනටමත් මිනින්දු  $m_0$  ප්‍රමාණයක් පැළතුනු දුරකථන ඇමතුමක් අඩු තරමින් තවත් මිනින්දු  $m$  ප්‍රමාණයක් පැවතිමේ සම්හාවිතාව  $e^{-\lambda m}$  බව පෙන්වන්න.
- (iii) එක් එක් ඇමතුමේ සම්පූර්ණ මිනින්දුවක් සඳහා ද ඇමතුමේ අවසාන මිනින්දුවට අඩු කොටස සඳහා ද වියදම රුපියල්  $c$  නම්, ඇමතුමකට වියදම  $n \in \mathbb{Z}^+$  සඳහා රුපියල්  $nc$  විමේ සම්හාවිතාව  $e^{-n\lambda}(e^\lambda - 1)$  බව පෙන්වන්න.



The National e-learning Portal for The General Education