

இவ்வலகைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்,

- சதுரக் கூம்பகத்தினதும், முக்கோண அரியத்தினதும் மாதிரியை அமைத்தல்
- திண்மப் பொருட்கள் தொடர்பான ஓயிலரின் தொடர்பு ஆகிய திறன்களைப் பெற்றுக் கொள்வீர்கள்

25.1 அறிமுகம்

இதுவரை நீங்கள் கற்றுள்ள புள்ளி, கோடு, கோணம், முக்கோணி, செவ்வகம், சதுரம் போன்றவை யாவற்றையும் ஒரு தளத்தின் மீது அமைக்கலாம். அவற்றை தளவுருக்கள் என அழைப்போம். பின்வரும் உருவங்களைப் பாருங்கள்.

(A)

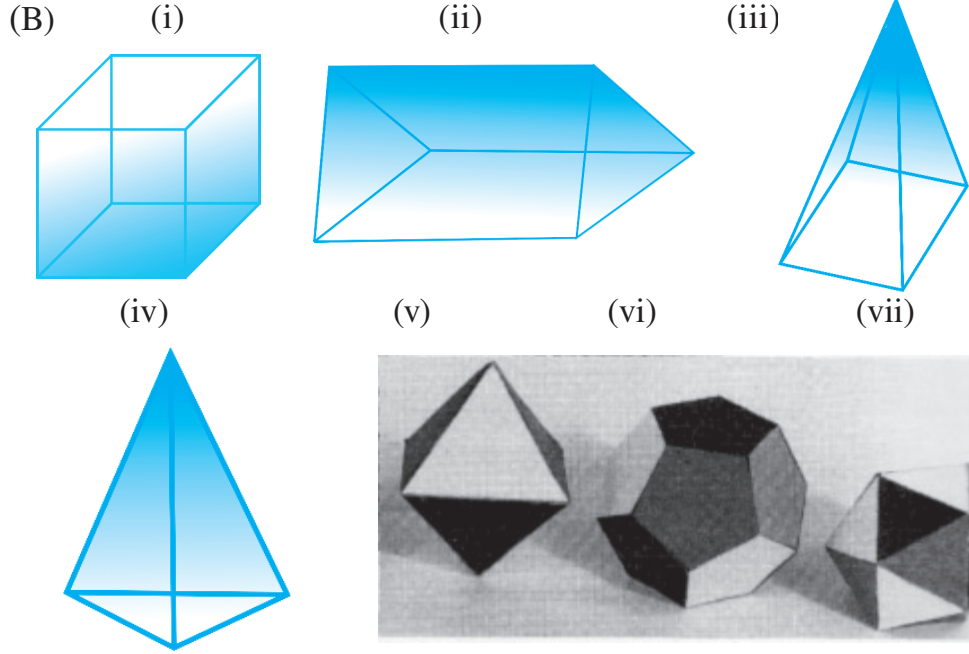
(i)



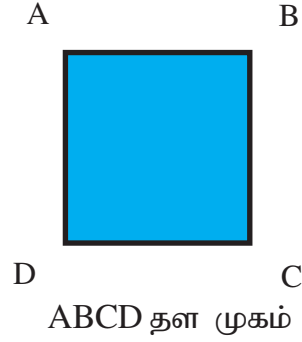
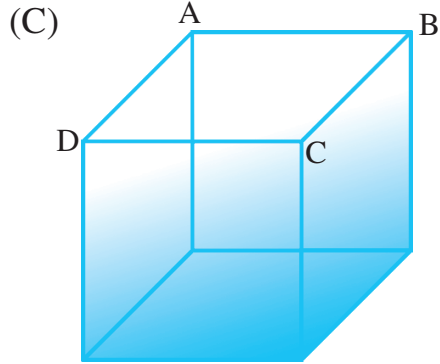
(ii)



மேலே காட்டப்பட்டுள்ள உருவங்களை ஒரு தளத்தின் மீது அமைக்க முடியாது என்பதை விளக்கிக் கொள்வீர்கள். கேத்திர கணித வடிவங்களிலான பின்வரும் உருவங்களை கருத்தில் கொள்வோம்.



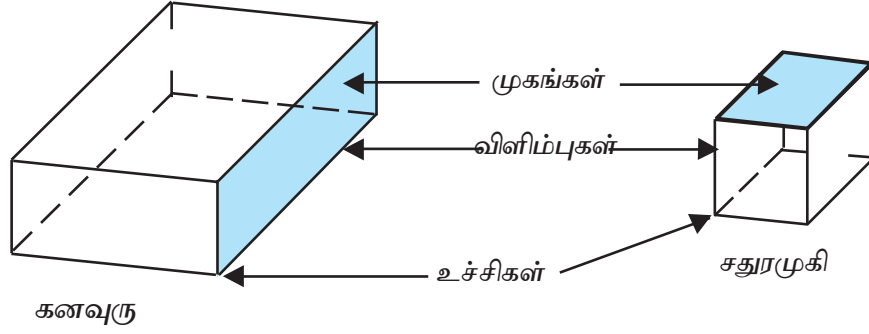
இவ்வுருக்களினால் காட்டப்படும் சகல பொருட்களையும் ஒரு தளத்தின் மீது அமைக்க முடியாது.



மேலே ஒரு சதுரமுகி காட்டப்பட்டுள்ளது. இது சதுர வடிவிலான ஆறு முகங்களைக் கொண்டது. அருகிலே சதுர வடிவமுகம் ABCD காட்டப்பட்டுள்ளது. இம் முகங்கள் ஆறும் தளவுருக்கள் ஆகும். அதாவது தளமுகங்களைக் கொண்டு சதுரமுகி அமைக்கப்பட்டுள்ளது. ஆயினும் அமைக்கப்பட்டுள்ள சதுரமுகி ஒரு தளவுரு அல்ல.

ஒரு தளத்தில் வரையக்கூடிய எல்லா உருவங்களும் இருபரிமாணத்தைக் கொண்ட உருக்களாகும். எனவே மேலே (A), (B) (C) பொருட்கள் முப்பரிமாண பொருட்களாவதுடன் அவற்றைத் **திண்மப் பொருட்கள்** எனவும் அழைப்போம்.

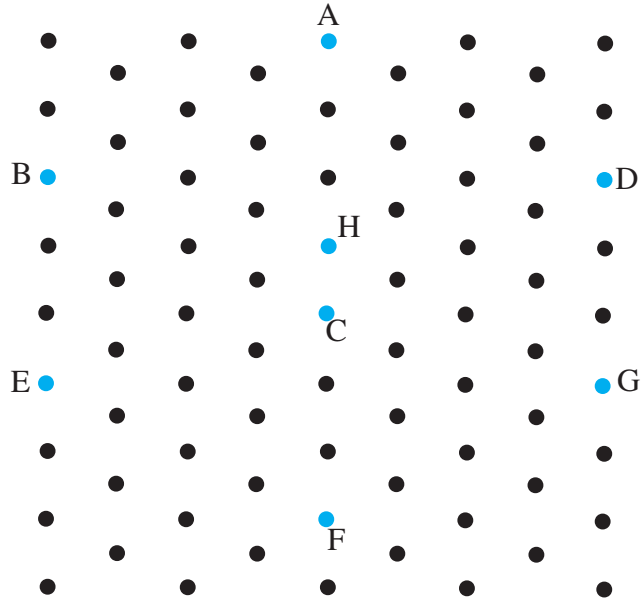
இவ்வலகில் நாம் சதுரக் கூம்பகம், முக்கோணஅரியம் ஆகிய திண்மப் பொருட்களைப் பற்றி மாத்திரம் கற்கவுள்ளோம். முதலில் நீங்கள் தரம் 6 இல் கற்ற சதுரமுகி, கனவுரு ஆகியன பற்றி நினைவுபடுத்துவோம்.



இதற்கேற்ப மேலேயுள்ள சதுரமுகி, கனவுரு என்பவற்றில் 6 முகங்களும், 12 விளிம்புகளும், 8 உச்சிகளும் உண்டு.

பயிற்சி 25.1

(1) இவ்வுருவில் காட்டியவாறு புள்ளிகளைக் கொண்ட தாளொன்றை எடுக்க.



(i) உருவில் காட்டப் பட்டுள்ள ஆங்கில எழுத்துக்கேற்ப பின்வரும் கோட்டுத் துண்டங்களை வரைக.

AB, BC, CD, DA, HE,
EF, FG, GH,
BE, CF, DG, AH

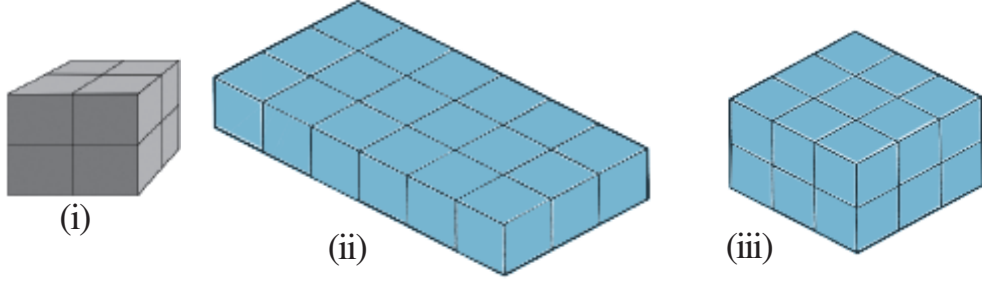
(ii) உமக்குக் கிடைக்கும் உருவில் கண்பார்வையில்படும் விளிம்புகளை தடித்த கோடுகளினாலும் கண்பார்வையில் படாத விளிம்புகளை புள்ளிக் கோடுகளினாலும் வரைக.

(iii) நீர் பெறும் உருவம் யாது?

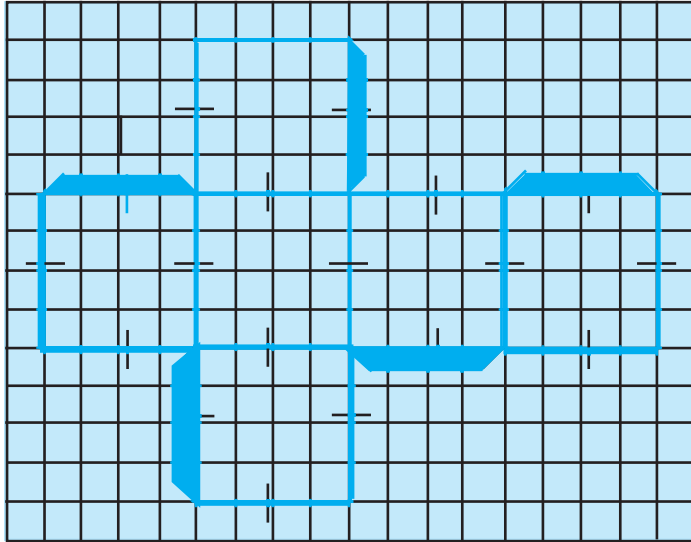
(2) ஒரு பக்க நீளம் 1cm ஆகவுள்ள சதுரமுகியினால் பின்வரும் திண்மப் பொருட்கள் செய்யப்பட்டுள்ளன.

(i) அத்திண்ம பொருட்களின் பெயரை எழுதுக.

(ii) அத்திண்ம பொருட்களின் நீளம், அகலம், உயரம் ஆகியவற்றைக் காண்க.

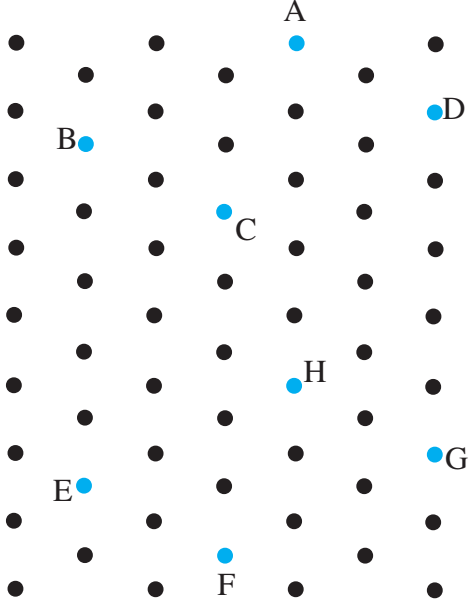


செயற்பாடு 25.1



உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள புறவுருவைத் தடிப்பான ஒரு தாளில் பிரதி செய்து வெட்டி எடுக்க. அதனைப் பொருத்தமானவாறு மடித்து ஒட்டி ஒரு சதுரமுகியை அமைக்க. இச் சதுரமுகியின் விளிம்புகள், முகங்கள், உச்சிகள் என்பவற்றின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

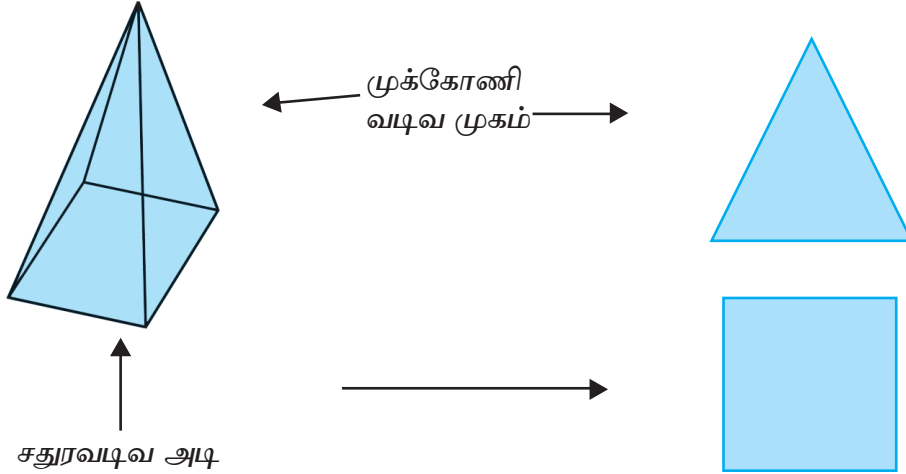
செயற்பாடு 25.2



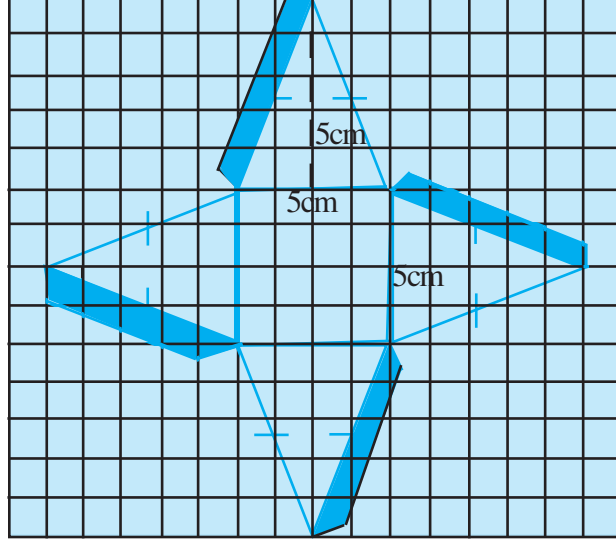
- (i) இவ்வுருவில் காட்டியவாறாக புள்ளிகளைக் கொண்ட தாளொன்றை எடுக்க.
- (ii) உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள ஆங்கில எழுத்துகளுக்கேற்ப பின்வரும் கோட்டுத் துண்டங்களை வரைக.
AB, BC, CD, DA, HE, EF, FG, GH, BE, CF, DG, AH
- (iii) உமக்குக் கிடைக்கும் உருவில் கண்பார்வையில் படும் விளிம்புகளைத் தடித்த கோடுகளினாலும் கண்பார்வையில் படாத விளிம்புகளைப் புள்ளிக் கோடுகளினாலும் வரைக.
- (iv) நீர் பெறும் உருவம் யாது?

25.2 சதுரக் கூம்பகம்

சதுர வடிவ அடியையும் நான்கு சமமான முக்கோண முகங்களையும், ஒரு பொது உச்சியையும் கொண்ட திண்மப் பொருள் சதுரக் கூம்பகம் எனப்படும்.



செயற்பாடு 25.3

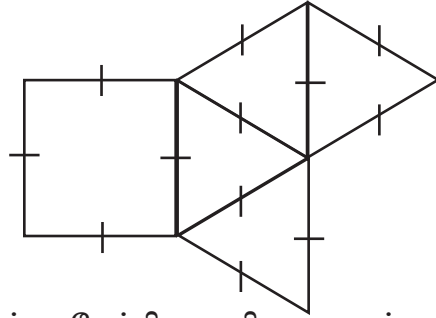


உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள புறவுருவைத் தடித்த தாளொன்றில் வரைந்து, அதனை வெட்டி எடுக்க.

- அதனைப் பொருத்தமான வகையில் மடித்து ஒட்டி ஒரு சதுரக் கூம்பகத்தைப் பெற்றுக் கொள்க.
- அதிலுள்ள விளிம்புகளினதும், முகங்களினதும், உச்சிகளினதும் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

செயற்பாடு 25.4

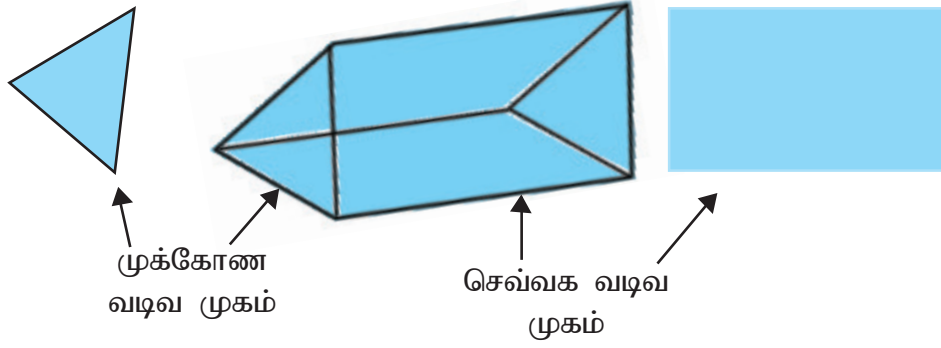
கீழே காட்டப்பட்டுள்ள உருவை ஒரு சதுரக் கோட்டுத் தாளில் வரைக.



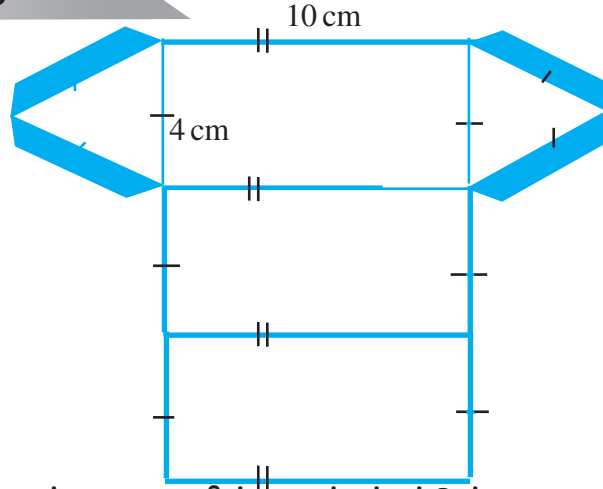
- இவ்வுருவிலுள்ள கேத்திர கணித வடிவங்களைப் பெயரிடுக.
- இவ்வுருவை வெட்டியெடுத்து தடித்த கோடுகளிலான விளிம்புகள் வழியே மடித்து ஒட்டி ஒரு திண்மப் பொருளை அமைக்க.
- உருவாகும் திண்மப் பொருள் யாது?

25.3 முக்கோண அரியம்

மூன்று செவ்வக வடிவ முகங்களையும் இரண்டு முக்கோண வடிவ முகங்களையும் கொண்ட திண்மப் பொருள் முக்கோண அரியமாகும்.



செயற்பாடு 25.5



- மேலேயுள்ள உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள புறவுருவைத் தடித்த தாளொன்றில் வரைந்து அதனை வெட்டி எடுக்க.
- இதனைப் பொருத்தமான வகையில் மடித்து ஒட்டி ஒரு முக்கோண அரியத்தைப் பெற்றுக் கொள்க.
- அதிலுள்ள விளிம்புகளினதும் முகங்களினதும் உச்சிகளினதும் எண்ணிக்கைகளைக் காண்க.

25.4 ஓயிலரின் தொடர்பைப் பெறுதல்

செயற்பாடு 25.6

நீர் மேலே 25.1, 25.2, 25.3, 25.4, 25.5 ஆகிய செயற்பாடுகளில் கற்ற திண்மப் பொருட்களை அவதானித்துப் பின்வரும் அட்டவணை யிலுள்ள வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

திண்மப் பொருள்	உச்சிகளின் எண்ணிக்கை	முகங்களின் எண்ணிக்கை	உச்சிகளினதும் முகங்களினதும் மொத்த எண்ணிக்கை	விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை
	V	F	V + F	E
சதுரமுகி	8	6	14	12
கனவுரு	8	6	14	12
முக்கோண அரியம்
சதுரக் கூம்பகம்

மேலேயுள்ள அட்டவணையில் 4 ஆம், 5 ஆம் நிரல்களை அவதானித்துப் பின்வரும் கூற்றுகளில் வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

மேலேயுள்ள ஒவ்வொரு திண்மப் பொருள்களினதும் உச்சிகள், முகங்களினது எண்ணிக்கைகளின் கூட்டுத்தொகையானது எப்போதும் திண்மப் பொருளின் விளிம்புகளின் எண்ணிக்கைக்கு

எனவே மேலேயுள்ள விளிம்புகளின் எண்ணிக்கையுடன் கூட்டும் போது கிடைக்கும் பெறுமானம் உச்சிகளினதும் முகங்களினதும் எண்ணிக்கைகளின் கூட்டுத் தொகைக்குச் சமனாகும். எனவே நாம் பின்வரும் தொடர்பைப் பெறுகிறோம்.

$$\begin{array}{l} \text{உச்சிகளின்} + \text{முகங்களின்} = \text{விளிம்புகளின்} + 2 \\ \text{எண்ணிக்கை} \quad \text{எண்ணிக்கை} \quad \text{எண்ணிக்கை} \end{array}$$

$$V + F = E + 2$$

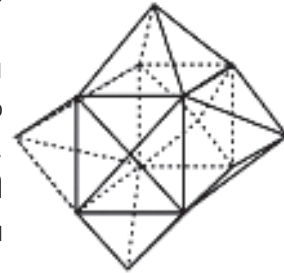
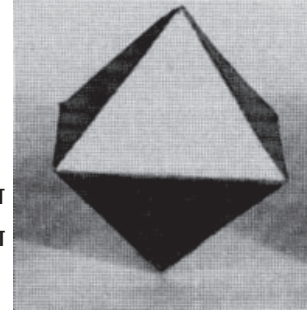
இத் தொடர்பானது **ஒயிலரின்** தொடர்பு எனப்படும். இங்கு உச்சிகளின் எண்ணிக்கை V இன் மூலமும் முகங்களின் எண்ணிக்கை F இன் மூலமும் விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை E இன் மூலமும் குறிக்கப்படும்.

சமதளமான முகங்களையுடைய திண்மப் பொருட்களுக்கு இத் தொடர்பு உண்மையாகும். இதன் உண்மை நிலையைப் பற்றி ஆராய்க.

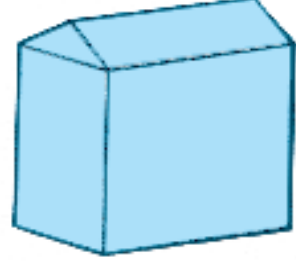
ஒயிலர் என்ற பெயரையுடைய கணிதவியலாளர் முதலில் இத்தொடர்பைக் கண்டு பிடித்ததால் இது **ஒயிலரின் தொடர்பு** என அழைக்கப்படுகின்றது.

பயிற்சி 25.2

- (1) குறித்த ஒரு பொருளில் 6 முகங்களும் 12 விளிம்புகளும் உள்ளன. அதன் உச்சிகளின் எண்ணிக்கையை ஒயிலரின் தொடர்பை உபயோகித்துக் காண்க.
- (2) குறித்த ஒரு திண்மப் பொருளில் 5 உச்சிகளும் 5 முகங்களும் உண்டு. அதிலுள்ள விளிம்புகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
- (3) ஒரு மாணவன் இரண்டு சதுரக் கூம்பகங்களைக் சதுர முகங்கள் இரண்டு ஒன்றோடொன்று பொருந்துமாறு ஒட்டி உருவிலுள்ளது போன்ற புதியதொரு திண்மப் பொருளை உருவாக்கியுள்ளான். இப்புதிய திண்மப் பொருளின் விளிம்புகளினதும் முகங்களினதும் உச்சிகளினதும் எண்ணிக்கைகளைக் காண்க. இப்பெறுமானங்கள் ஒயிலரின் தொடர்பைத் திருப்தி செய்கின்றன எனக் காட்டுக.
- (4) ஒரே அளவிலான ஆறு சதுரக் கூம்பகங்களின் சதுர முகங்கள், சதுரமுகியின் சதுர முகங்களுடன் ஒன்றோடொன்று பொருந்துமாறு ஒட்டி புதிய திண்மப் பொருள் உருவாக்கப்பட்டுள்ளது. இப்புதிய திண்மப் பொருளின் விளிம்புகளினதும் முகங்களினதும் உச்சிகளினதும் எண்ணிக்கைகளைக் காண்க. இப்பெறுமானங்கள் ஒயிலரின் தொடர்பைத் திருப்தி செய்கின்றனவா? உமது விடையை உறுதிப்படுத்துக.



- (5) ஒரு கனவுருவையும் ஒரு முக்கோண அரியத்தையும் உபயோகித்து உருவிலுள்ள திண்மப் பொருள் அமைக்கப்பட்டுள்ளது. இத்திண்மப் பொருளின் விளிம்புகள், முகங்கள், உச்சிகள் என்பவற்றின் எண்ணிக்கைகளைக் காண்க. இப் பெறுமானங்கள் ஓயிலரின் தொடர்பைத் திருப்தி செய்கின்றனவா? உமது விடையை உறுதிப்படுத்துக.

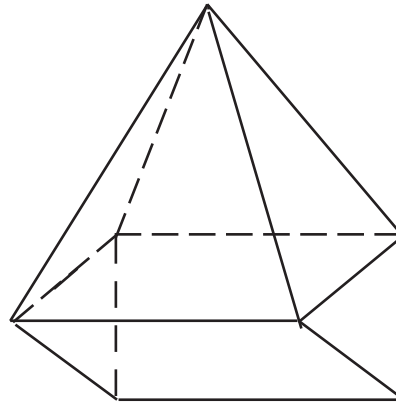


- (6) சதுரமுகி, கனவுரு, சதுரக்கூம்பகம், முக்கோண அரியம் என்பவற்றை உபயோகித்து புதிய திண்மப் பொருட்களை உருவாக்கி, இப்புதிய பொருட்களுக்கு ஓயிலரின் தொடர்பை வாய்ப்புப் பார்க்க.

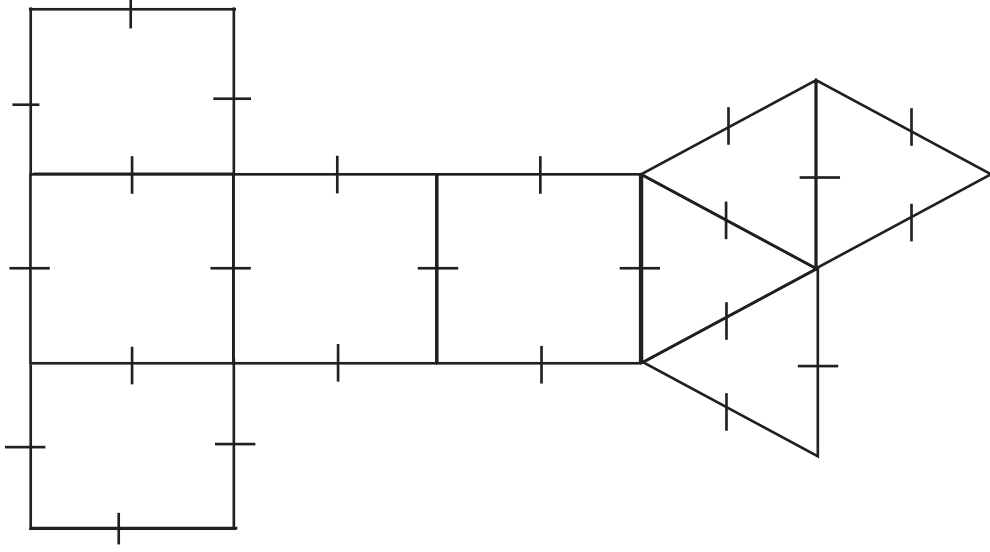
- (7) சதுரமுகி, சதுரக் கூம்பகம் என்பவற்றை உபயோகித்து உருவிலுள்ள திண்மப் பொருள் அமைக்கப்பட்டுள்ளது. இத்திண்மப் பொருளிலுள்ள விளிம்புகள், முகங்கள், உச்சிகள் என்பவற்றின் எண்ணிக்கைகள் ஓயிலரின் தொடர்புடன் பொருத்தப்பாடுடையனவா என வாய்ப்புப் பார்க்க.



- (8) ஒரு முக்கோண வடிவ அரியமும், ஒரு சதுரக் கூம்பகமும் இணைக்கப்பட்டுச் செய்யப்பட்டுள்ள பின்வரும் திண்மப் பொருள் ஓயிலரின் தொடர்புடன் உடன்படுகிறதா என வாய்ப்புப் பார்க்க.



- (9) உருவிலுள்ள புறவுருவை உபயோகித்து ஒரு திண்மப் பொருளை அமைத்து அது தொடர்பாக ஓயிலரின் சூத்திரத்தை வாய்ப்புப் பார்க்க.



சாராம்சம்

- அடியில் ஒரு சதுரத்தையும், மற்றைய முகங்களில் ஒரு பொது உச்சியையுமுடைய சமனான நான்கு முக்கோணிகளையும் கொண்டுள்ள திண்மப் பொருள் **சதுரக் கூம்பகம்** ஆகும்.
- ஒரு சதுரக் கூம்பகத்தில் 8 விளிம்புகளும், 5 முகங்களும், 5 உச்சிகளும் உண்டு.
- செவ்வக வடிவான மூன்று முகங்களையும், ஒன்றுக்கொன்று சமாந்தரமான இரண்டு முக்கோணி வடிவ முகங்களையும் கொண்டுள்ள **திண்மப் பொருள் அரியம்** ஆகும்.
- ஒரு முக்கோணி அரியத்தில் 9 விளிம்புகளும், 5 முகங்களும், 6 உச்சிகளும் உண்டு.
- ஒரு திண்மப் பொருளின் விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை E உம், முகங்களின் எண்ணிக்கை F உம், உச்சிகளின் எண்ணிக்கை V உம் ஆயின் $V + F = E + 2$ என்ற ஓயிலரின் தொடர்பை எழுதலாம்.