

இவ்வலகைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்,

- கோணங்கள் பற்றிய எண்ணக்கரு
- கோணங்கள் வரைதல் பெயரிடுதல்
- கோணங்களை அளத்தல் (பாகைமானியால்)

ஆகிய திறன்களைப் பெற்றுக் கொள்வீர்கள்.

### 7.1 நீங்கள் கற்றவை நினைவில் உள்ளனவா?

முன்னைய வகுப்பில் கோணங்கள் பற்றி நீங்கள் கற்ற விடயங்களை நினைவூட்டிக் கொள்வதற்காகப் பின்வரும் பயிற்சிகளைச் செய்க.

#### பயிற்சி 7.1

(1) பின்வரும் ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும் உருவாகும் கோணங்களின் வகைகளை எழுதுக.

- ஆசிரியரின் மேசையின் மூலை.
- கதவின் மூலை.
- ஒரு காரின் வேகமானியின் முள், காரின் வேகம் மணிக்கு 60 கிலோமீற்றராக உள்ளபோது.
- ஒரு வீட்டின் சுவரும் நிலமும் சந்திக்கும் கோணம்
- வடக்கு நோக்கி நிற்கும் ஒரு மாணவன் வலஞ்சுழியாக மேற்கு நோக்கிச் சுழலும்போது.
- ஒரு கடிகாரத்தில் நிமிடமுள் 12 இலிருந்து 3 இற்குச் செல்லும் போது.

(2) ஒரு தாளில் அல்லது மட்டையில் ஒரு செங்கோணத்தைச் செய்து பின்வரும் கோணங்களை வகைப்படுத்த அதனைப் பயன்படுத்துக.



(iv)



(v)



உருவின் எண்	கோணவகை
(i)	
(ii)	
(iii)	
(iv)	
(v)	

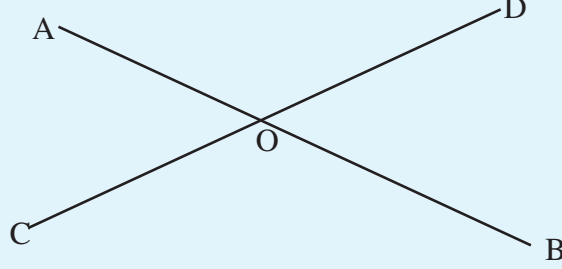
## 7.2. கோணத்தை அறிமுகம் செய்தல்

தரம் 6 இல் நீங்கள் கற்றவற்றில் கோணம் பற்றிய எண்ணக்கரு பற்றி ஓரளவு அறிவு பெற்றிருப்பீர்கள் ஆயினும் அதனை முறையாக வரைவிலக்கணப்படுத்தும் போது புள்ளி, கோட்டுத் துண்டம், தளம் ஆகிய பதங்களின் கேத்திர கணித வரைவிலக்கணங்களை அறிந்திருப்பது மிகப் பயனுடையதாகும்.

### (a) புள்ளி

புள்ளி என்பது கேத்திர கணிதத்திலுள்ள ஓர் அடிப்படை எண்ணக்கருவாகும். எல்லா கேத்திர கணித உருவங்களையும் புள்ளிகளினாலான தொடை என அறிமுகம் செய்யலாம். நாளாந்த வாழ்வில் நாம் காணும் பொருட்களில் ஒரு பெட்டியின் மூலை, ஒரு பேனையின் முனை, கூரிய பொருளொன்றின் நுனி என்பவற்றை ஒரு புள்ளிக்கு உதாரணமாகக் கூறலாம்.

AB, CD என்னும் நேர்கோடுகள் O இல் ஒன்றையொன்று இடைவெட்டுகின்றன. O ஆனது நேர்கோடு AB யிற்கும் CD யிற்கும் பொதுவானது. இங்கு O ஒரு புள்ளி ஆகும்.



ஒரு புள்ளிக்குப் பருமன் இல்லை. அதாவது நீளம், பரப்பளவு, கனவளவு எதுவும் இல்லை. அது • இனால் அல்லது × இனால் காட்டப்படும்.

### (b) கோட்டுத் துண்டம்

ஒரு கோடு என்பது எதிரெதிரான இரு திசைகளில் நிலையற்றதாக நேராக விரித்துள்ள புள்ளிகளின் கூட்டமாகும்.



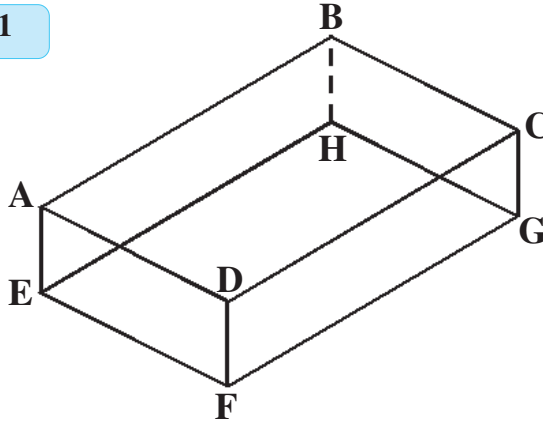
X, Y ஆகிய இரு புள்ளிகளும் உட்பட X, Y ஆகியவற்றுக்கிடையிலுள்ள எல்லாப் புள்ளிகளும் கோட்டுத் துண்டம் XY என அழைக்கப்படும். X, Y என்பன அக்கோட்டுத் துண்டத்தின் ஆரம்பப் புள்ளியும், முடிவுப் புள்ளியும் ஆகும்.

### (c) தளம்

ஒரு தளம் எனப்படுவதும் புள்ளிகளின் தொடையாகும். இங்கு ஒரு தளத்தின் மீதுள்ள புள்ளிகள் எல்லாத் திசைகளுக்கும் எல்லையின்றி விரிந்து செல்லும். மேலும், ஒரு தளம் தட்டையான ஒரு மேற்பரப்பாகும். ஒரு புத்தகத்தின் மேலட்டை, ஒரு வீட்டின் சுவர், ஒரு வீட்டின் நிலம் என்பன தளத்துக்கான உதாரணங்களாகும்.

ஒரு தளத்தின் மீதுள்ள ஒரு கோட்டின் மீது அமையாத மூன்று புள்ளிகளினால் அத்தளத்தைப் பெயரிடலாம்.

### உதாரணம் 1



இதற்கேற்ப, மேலுள்ள உருவிலுள்ள சில புள்ளிகள், கோட்டுத் துண்டங்கள், தளங்கள் என்பவற்றைப் பின்வருமாறு காட்டலாம்.

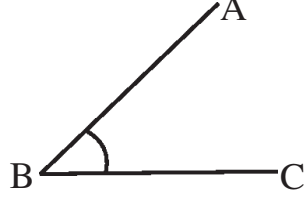
புள்ளிகள்	: A, B, C, D, E, F, G, H
கோட்டுத் துண்டங்கள்	: AB, BC, CD, EF, .....
தளங்கள்	: ABCD, ADFE, BCGH, .....

### பயிற்சி 7.2

- (1) பின்வருவனவற்றில் புள்ளி, கோட்டுத் துண்டம், தளம் என்பவற்றுக்குரிய பொருட்களை வேறுபடுத்தி எழுதுக.
  - (i) ஒரு பென்சில்
  - (ii) ஒரு பேனையின் முனை
  - (iii) ஒரு நேரிய பிரம்பு
  - (iv) ஒரு ஊசியின் முனை
  - (v) ஒரு புத்தகத்தின் பக்கம்
  - (vi) ஒரு மேசையின் பலகை
  - (vii) ஒரு பெட்டியின் விளிம்பு

### (d) கோணம்

ஒரு தளத்தின் மீது ஒரு பொதுத் தொடக்கப் புள்ளியும் இரண்டு கோட்டுத் துண்டங்களும் ஒரு கோணத்தை அமைக்கும். இப்பொதுப் புள்ளி கோணத்தின் உச்சி எனப்படும்.



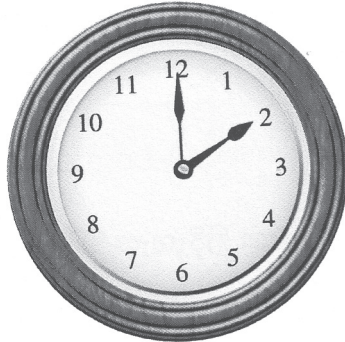
உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள உச்சியை B ஆகக் கொண்டதும் BA, BC ஆகிய கோட்டுத் துண்டங்களின் இடையில் அமைந்துள்ளதுமான கோணம்  $\hat{A}BC$  எனப் பெயரிடப்படும். மேலுள்ளவாறு ஒரு கோணத்தை மூன்று எழுத்துக்களால் பெயரிடும்போது நடுஎழுத்து உச்சிக்கு உரியதாகும்.

பிரதானமாக கோணங்களை மாறாக் கோணங்கள், மாறும் கோணங்கள் என வேறுபடுத்திக் காட்டலாம்.

### உதாரணம் 2

#### (a) மாறும் கோணங்கள்

(i) ஒரு கடிகாரத்தின் மணித்தியால முள்ளுக்கும் நிமிட முள்ளுக்கும் இடையிலான கோணம்.

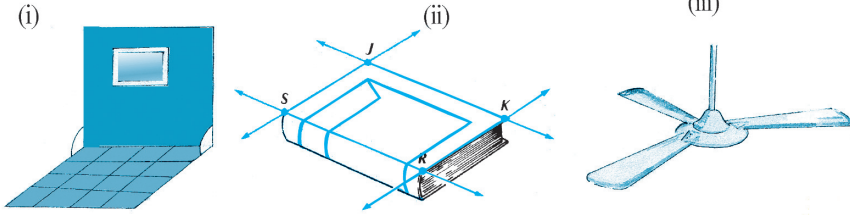


- (ii) ஒரு மோட்டார் வாகனத்தின் வேகமானியில் 0 இற்கும் வேகத்தைக் குறிக்கும் முள்ளுக்கும் இடையிலான கோணம்.



மேலே (i), (ii) என்பவற்றால் விளக்கப்படும் கோணங்கள் முறையே காலத்துடனும் வேகத்துடனும் மாறுபடும்.

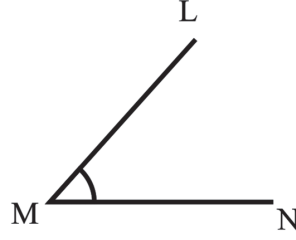
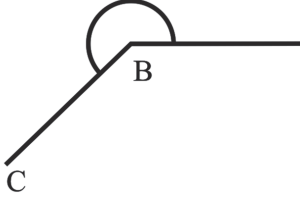
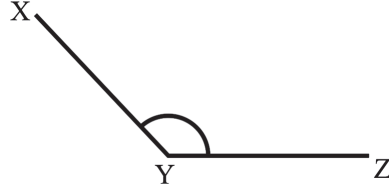
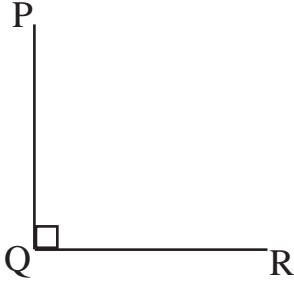
### (b) மாறாக் கோணங்கள்



மேலே (i), (ii), (iii) என்பவற்றால் விளக்கப்படும் கோணங்கள் என்றும் மாறாதவை ஆகும்.

### பயிற்சி 7.3

- (1) X ஐ உச்சியாகக் கொண்டதும் AX, BX ஆகிய கோட்டுத் துண்டங்களின் இடையில் அமைந்துள்ளதுமான கோணத்தைப் பெயரிடுக.
- (2) பின்வரும் கோணங்கள் ஒவ்வொன்றுக்கும் ஒத்த
  - (a) கோணத் துண்டங்களை
  - (b) உச்சியை
  - (c) கோணத்தை பெயரிடுக.



(3) பின்வரும் கோணங்களுக்கு ஒத்த உச்சி, கோட்டுத் துண்டங்கள் என்பவற்றைப் பெயரிடுக.

(i)  $\hat{PQR}$

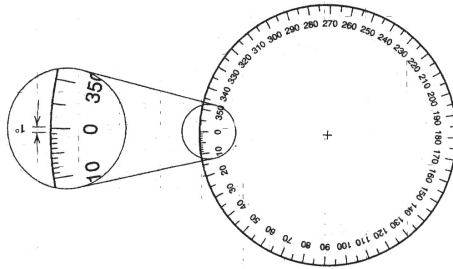
(ii)  $\hat{LMN}$

(iii)  $\hat{EFG}$

(iv)  $\hat{STU}$

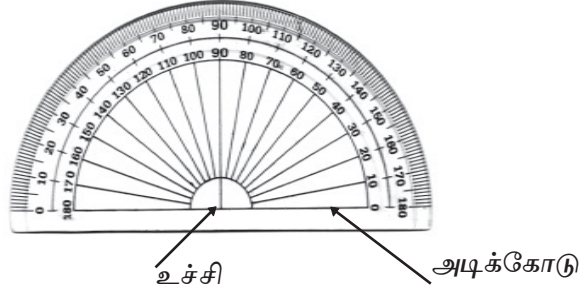
### 7.3 கோணங்களை அளத்தல்

வெப்பநிலை வெப்பமானியினாலும், நீளத்தை அளவு கோல்களினாலும் திணியை தராசினாலும் அளக்க முடிவது போன்று கோணத்தை அளக்கவும் ஒரு உபகரணம் உண்டு. இது **பாகைமானி** என அழைக்கப்படும். இதனை அளக்கப் பயன்படும் அலகு **பாகை** எனப்படும். ஒரு பாகை எனப்படுவது ஒரு முழு வட்டத்தை சமனான 360 பிரிவுகளாகப் பிரிக்கும்போது கிடைக்கும் ஒரு பிரிவின் பெறுமானமாகும்.



ஒரு பாகை  $1^\circ$  எனக் காட்டப்படும் மேலுள்ள உருவின்படி

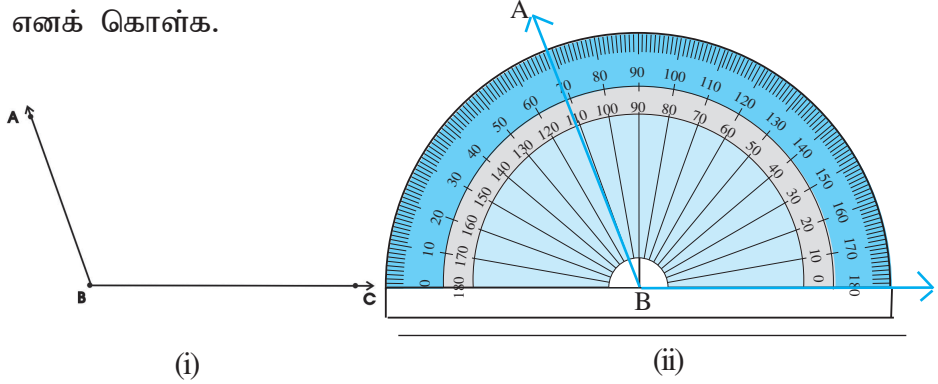
$1^\circ = \frac{1}{360}$  என்பது ஒரு வட்டத்தின் முழு சுழற்சியின் ஒரு பங்கு ஆகும். பாகைமானியானது  $180^\circ$  அளவுக்குச் செய்யப்பட்டுள்ளது. அதாவது ஓர் அரைவட்டப் பகுதி மாத்திரம் பயன்படுத்தப்படுகின்றது.



**பாகைமானி**

பாகைமானியை உபயோகித்து ஒரு கோணத்தை அளப்பதைப் பின்வருமாறு விளக்கலாம்.

கீழே உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள கோணம் ABC ஐ அளக்க வேண்டும் எனக் கொள்க.

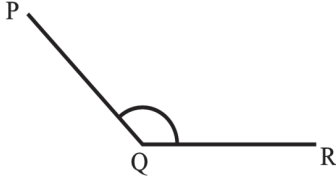


பாகைமானியின் அடிக்கோடு BC இல் பொருந்துமாறு அடிக்கோட்டின் நடுப்புள்ளியானது B உடன் பொருந்துமாறு வைக்கும் போது (உரு ii) கோட்டுத் துண்டம் BA ஆனது பாகைமானியின் விளிம்பை இடைவெட்டுவதாக தெரிகின்றது. இதற்கேற்ப, பாகை அளவுத் திட்டத்தில் BA இற்குரிய அளவைப் பெறுக. இது பாகைகளில், கோணம் ABC இன் பெறுமானம் ஆகும். (கோடு BC இற்குரிய பாகை அளவீடு  $0^\circ$  ஆகும்.)



ஒரு பாகையை 60 சமபகுதிகளாகப் பிரிக்கும்போது கிடைக்கும் ஒரு பகுதி 1 கலை எனப்படுவதோடு, 1 கலையை 60 சமபகுதிகளாக பிரிக்கும்போது கிடைக்கும் ஒரு பகுதி 1 விகலை எனப்படும்.

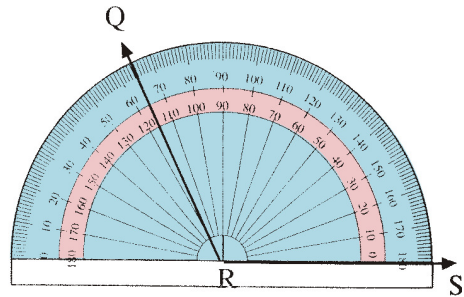
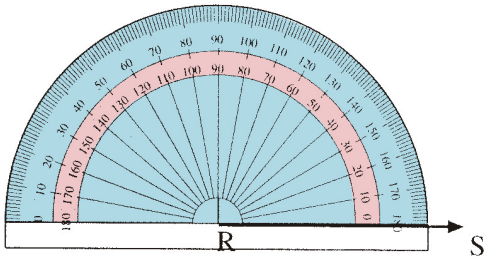
### செயற்பாடு 7.1



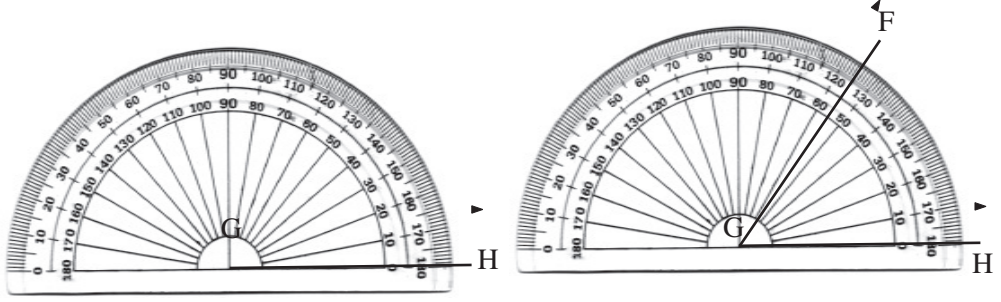
- பாகைமானியின் அடிக்கோட்டை QR இன் மீது பொருந்துமாறும், அடிக்கோட்டின் நடுப்புள்ளியை Q உடன் பொருந்துமாறும் வைக்க.
- கோடு QP பாகைமானியின் விளிம்பை இடைவெட்டும் புள்ளியைக் காண்க.
- $\hat{PQR}$  இன் பெறுமானத்தைப் பாகைகளில் பெறுக.

### உதாரணம் 3

- $115^\circ$  ஆகுமாறு  $\hat{QRS}$  ஐ வரைக.



(i)  $\hat{FGH}$  என்ற கூர்ங்கோணத்தை வரைக.

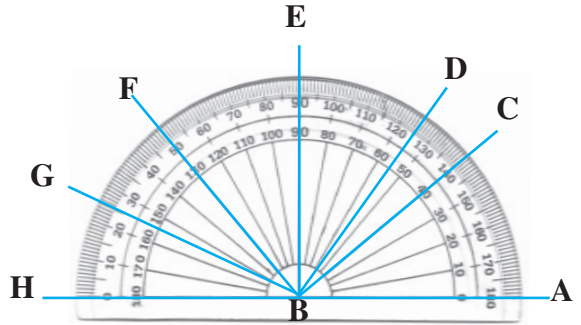


#### பயிற்சி 7.4

- (1) (i) MN என்னும் யாதாயினுமொரு கோட்டுத் துண்டத்தை வரைக.  
(ii) பாகைமானியின் அடிக்கோடு MN உடன் பொருந்துமாறும், அதன் நடுப்புள்ளி M உடன் பொருந்துமாறும் வைக்குக.  
(iii)  $45^\circ$  கோண அளவுக்குரிய புள்ளியை O என்று பெயரிடுக.  
(iv) கோட்டுத் துண்டம் MO ஐ வரைக.  
(v)  $\hat{NMO}$  இன் பெறுமானம் யாது?

(2) தரப்பட்டுள்ள உருவில் காட்டப்படும் பின்வரும் கோணங்களை வகைப்படுத்துக.

- |                   |                    |
|-------------------|--------------------|
| (i) $\hat{ABC}$   | (vi) $\hat{ABD}$   |
| (ii) $\hat{GBH}$  | (vii) $\hat{FBH}$  |
| (iii) $\hat{FBA}$ | (viii) $\hat{GBA}$ |
| (iv) $\hat{CBH}$  | (ix) $\hat{ABE}$   |
| (v) $\hat{EBH}$   | (x) $\hat{DBH}$    |



(3) பாகைமானியை உபயோகித்து பின்வரும் கோணங்களை வரைக. அவற்றை கூர்ங்கோணம், செங்கோணம், விரிகோணம் என வகைப்படுத்துக.

- |                 |                  |                 |                |               |                 |
|-----------------|------------------|-----------------|----------------|---------------|-----------------|
| i) $30^\circ$   | ii) $15^\circ$   | iii) $45^\circ$ | iv) $90^\circ$ | v) $60^\circ$ | vi) $130^\circ$ |
| vii) $80^\circ$ | viii) $71^\circ$ | ix) $49^\circ$  | x) $105^\circ$ |               |                 |

(4) பின்வரும் கோணங்களை பாகைமானியைப் பயன்படுத்தி வரைக.

- ஒரு செங்கோணம்
- ஒன்றுக்கொன்று வேறுபட்ட இரண்டு கூர்ங்கோணங்கள்.
- ஒன்றுக்கொன்று வேறுபட்ட இரண்டு விரிகோணங்கள்.

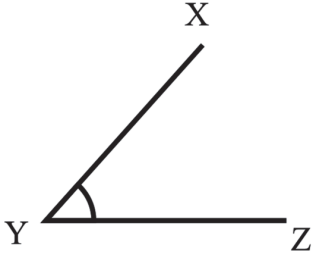
(5) யாதாயினும் ஒரு முக்கோணி ABC ஐ வரைக.

- இம்முக்கோணியில்  $\hat{A}BC$ ,  $\hat{B}CA$ ,  $\hat{C}AB$  ஆகிய கோணங்களை அளந்து எழுதுக.
- $\hat{A}BC + \hat{B}CA + \hat{C}AB$  இன் பெறுமானம் யாது?

(6) மேலே வினா 2 இல் தரப்பட்டுள்ள கோணங்களில் HBF இன் பெறுமானம் யாது? அவ்வுருவில் கூட்டுத்தொகை  $90^\circ$  ஐத் தருகின்ற கோணச் சோடிகள் எல்லாவற்றையும் காண்க.

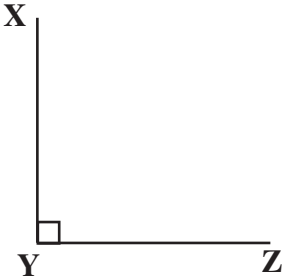
#### 7.4 கோணங்களை வகைப்படுத்துதல்

(i) கூர்ங்கோணம்



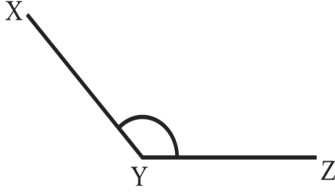
$90^\circ$  இலும் குறைந்த எல்லாக் கோணங்களும் **கூர்ங்கோணங்கள்** என அழைக்கப்படும். இதற்கேற்ப XYZ கூர்ங்கோணமாகும்.

(ii) செங்கோணம்



$90^\circ$  கோணம் **செங்கோணம்** என அழைக்கப்படும். இதற்கேற்ப  $XYZ = 90^\circ$  ஒரு செங்கோணமாகும்.

(iii) விரிகோணம்



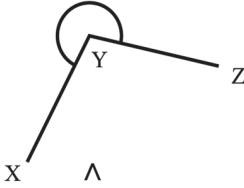
$90^\circ$  இற்கும்  $180^\circ$  இற்கும் இடைப்பட்ட எல்லாக் கோணங்களும் **விரிகோணங்கள்** என அழைக்கப்படும். இதற்கேற்ப XYZ ஒரு விரிகோணமாகும்.

(iv) நேர்கோணம்



$180^\circ$  கோணம் **நேர்கோணம்** என அழைக்கப்படும். இதற்கேற்ப ஒரு  $XYZ = 180^\circ$  நேர்கோணம் ஆகும்.

(v) பின்வளை கோணம்



$180^\circ$  இற்கும்  $360^\circ$  இடைப்பட்ட எல்லாக் கோணங்களும் **பின்வளை கோணங்கள்** என அழைக்கப்படும். இதற்கேற்ப ஒரு பின்வளை கோணமாகும்.

**7.5 பாகைமானியை உபயோகித்து ஒரு பின்வளை கோணத்தின் பெறுமானத்தைப் பெறுதல்**

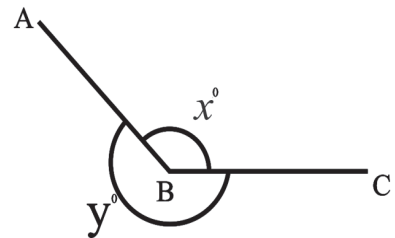
உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள பின்வளை கோணத்தின் பெறுமானம்  $y$  ஐப் பெறவேண்டியுள்ளதெனக் கொள்வோம்.

பாகைமானியை உபயோகித்து  $x^\circ$  இன் பெறுமானத்தை இலகுவாக அளந்து கொள்ளலாம். இதற்கேற்ப,

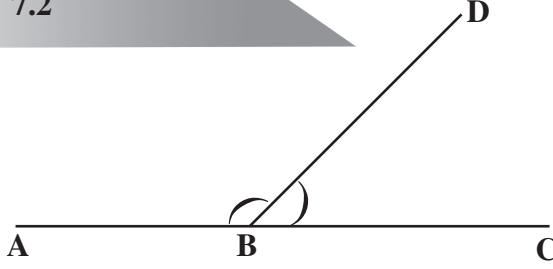
பின்வளைக் கோணம்  $y^\circ = 360^\circ - x$  ஆகும்.

உதாரணமாக பாகைமானியால் அளந்தபோது  $x$  இன் பெறுமானம்  $130^\circ$  ஆயின்,

பின்வளை கோணத்தின் பெறுமானம்  $= 360^\circ - 130^\circ = 230^\circ$  ஆகும்.



### செயற்பாடு 7.2



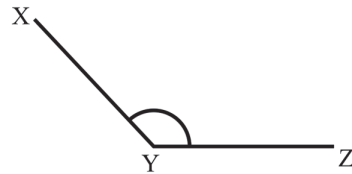
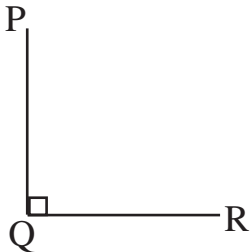
- (i)  $\hat{A}BD$  ஐ அளந்து எழுதுக.
- (ii)  $\hat{D}BC$  ஐ அளந்து எழுதுக.
- (iii) மேலே (i), (ii) என்பவற்றில் பெறப்பட்ட கோணங்கள் எவ்வகைகளைச் சார்ந்தவை?
- (iv)  $\hat{A}BD + \hat{D}BC$  பற்றி யாது கூறலாம்.

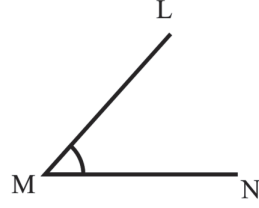
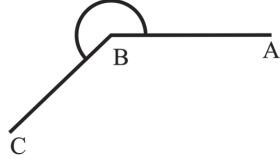
### செயற்பாடு 7.3

- (i) ஒரு தாளின் மீது ஆரம்பம் N ஆகவும் முடிவு M ஆகவும் உள்ள கோட்டுத் துண்டமொன்றை வரைக.
- (ii) பாகைமானியை அதன் அடிக்கோடு NM இன் மீது பொருந்துமாறும் அதன் உச்சி N உடன் பொருந்துமாறும் வைக்க.
- (iii) கோடு NM இற்குரிய பாகைமானியின் வாசிப்பு யாது?
- (iv)  $60^\circ$  இற்குரிய கோண அளவுக்கு ஒத்த புள்ளியை O எனப் பெயரிடுக.
- (v)  $\hat{O}NM$  இன் பெறுமானம் யாது?

### பயிற்சி 7.5

- (i) பின்வரும் கோணங்களைப் பிரதிசெய்து, ஒவ்வொரு கோணத்தையும் பெயரிட்டு உச்சிகளையும் அவற்றின் புயங்களையும் எழுதுக. பாகைமானியை உபயோகித்து, அக்கோணங்களை அளந்து எழுதுக.





(2) பாகைமானியை உபயோகித்து பின்வரும் ஒவ்வொரு கோணத்தையும் வரைந்து காட்டுக.

(i)  $\hat{A}BC = 50^\circ$

(ii)  $\hat{P}QR = 100^\circ$

(iii)  $\hat{X}YZ = 100^\circ$

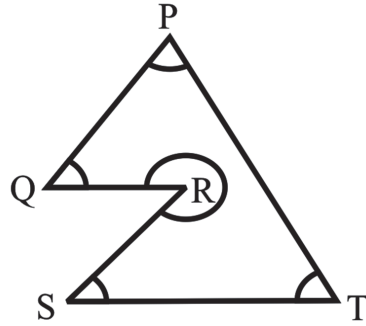
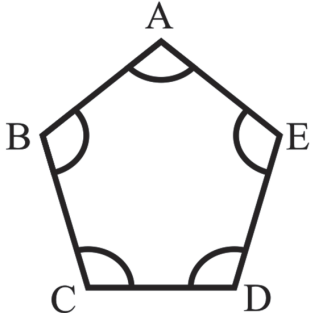
(iv)  $\hat{L}MN = 160^\circ$

(v)  $\hat{M}NO = 190^\circ$

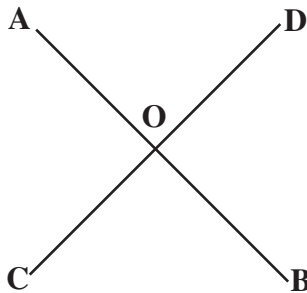
(vi)  $\hat{D}EF = 290^\circ$

(3) மேலே (2) இலுள்ள கோணங்களை வகைப்படுத்துக.

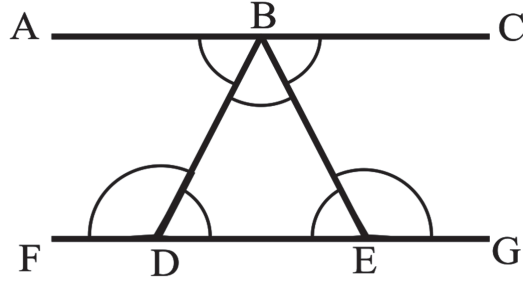
(4) பின்வரும் உருவங்களிலுள்ள கோணங்களை வகைப்படுத்துக.



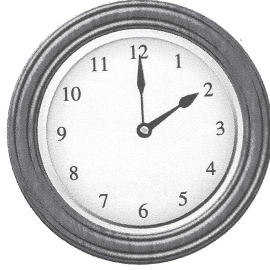
(5)  $\hat{A}OD$ ,  $\hat{A}OC$ ,  $\hat{B}OD$ ,  $\hat{B}OC$  ஆகிய கோணங்களை அளந்து எழுதுக. அவற்றுக்கிடையிலுள்ள தொடர்புகளை எழுதுக.



- (6) பாகைமானியை உபயோகித்து பின்வரும் உருவிலுள்ள எல்லாக் கோணங்களையும் அளந்து எழுதுக. மேலே பெறப்படும் கோணங்களுக்கிடையிலான தொடர்புகளை எழுதுக.



- (7) கீழே தரப்பட்டுள்ளவாறான ஒரு கடிகாரத்தைப் பயன்படுத்தி தரப்பட்டுள்ள வினாக்களுக்கு விடை தருக.



- (a) (i) கடிகாரம் 8 மணியைக் காட்டும்போது நிமிடமுள்ளுக்கும் மணித்தியால முள்ளுக்கும் இடையிலுள்ள விரிகோணத்தின் பெறுமானம் யாது?
- (ii) நேரம் 8.00 இலிருந்து 10.00 வரை மாறும்போது மணித்தியால முள் சுழலும் கோணத்தின் பருமன் யாது?
- (iii) நிமிடமுள்  $60^\circ$  இனால் சுழலும்போது கடிகாரத்தில் எத்தனை நிமிடம் மாறுபடும்?
- (b) (i) நேரம் 8.00 இலிருந்து 8.20 வரை மாறும்போது நிமிடமுள் சுழலும் கோணத்தின் வகையைக் காண்க.
- (ii) மணித்தியால முள்  $150^\circ$  இனால் சுழல்வதற்கு எத்தனை மணிநேரம் எடுக்கும்?
- (iii) கடிகாரத்தின் நேரம் 3.00 ஐக் காட்டும்போது மணித்தியால முள்ளுக்கும் நிமிட முள்ளுக்கும் இடையிலுள்ள கோணத்தின் பருமன் யாது?

## சாராம்சம்

- இரண்டு கோட்டுத் துண்டங்களினாலும் ஒரு பொதுப்புள்ளியினாலும் ஒரு கோணம் உருவாகும். இப்பொதுப்புள்ளி **உச்சி** எனப்படும். இக்கோட்டுத் துண்டங்கள் கோணத்தின் புயங்கள் ஆகும்.
- மாறும் கோணங்கள், மாறாக்கோணங்கள் என கோணங்கள் இருவகைப்படும்.
- கோணங்களை அளக்கவும், கோணங்களை வரையவும் பாகைமானியை உபயோகிப்பர்.
- கோணங்களை கூர்ங்கோணம், செங்கோணம், விரிகோணம், நேர்கோணம், பின்வளை கோணம் என வகைப்படுத்தலாம்.