

இப்பாடத்தைக் கற்பதன்மூலம் நீங்கள்

- ஒரு குறித்த பொருள் ஒரு தொடையின் ஒரு மூலகமாக இருக்கின்றது அல்லது ஒரு மூலகமாக இருப்பதில்லை என்பதைக் காட்டுவதற்குப் பிரயோகிக்கப்படும் குறிப்பீடுகளை இனங்காண்பதற்கும்
- சூனியத் தொடைகளை இனங்காண்பதற்கும் அதற்குப் பிரயோகிக்கப்படும் குறிப்பீட்டை இனங்காண்பதற்கும்
- ஒரு தொடையில் உள்ள மூலகங்களின் எண்ணிக்கையைக் காட்டுவதற்குப் பயன்படுத்தப்படும் நியமக் குறிப்பீட்டை இனங்காண்பதற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

19.1 தொடைகளை அறிமுகஞ்செய்தல்

நிச்சயமாக வேறுபடுத்தி இனங்காணத்தக்கவற்றைக் கொண்ட தொகுதி தொடை எனப்படுமென நீங்கள் தரம் 7 இல் கற்றுள்ளீர்கள். தொடைகளுக்குரிய சில உதாரணங்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

- இலங்கையின் கிழக்கு மாகாணத்திற்குரிய மாவட்டங்களைக் கொண்ட தொடை
- 0 இற்கும் 10 இற்குமிடையே உள்ள ஒற்றை எண்களைக் கொண்ட தொடை
- MATARA என்னும் சொல்லை ஆக்கியுள்ள எழுத்துகளைக் கொண்ட தொடை

ஒரு குறித்த தொடைக்குரிய பொருள்கள் அத்தொடையின் மூலகங்கள் எனப்படும் எனவும் நீங்கள் கற்றுள்ளீர்கள். சில சந்தர்ப்பங்களில் மூலகங்கள் என்பதற்காக உறுப்புகள் என்னும் சொல்லும் பயன்படுத்தப்படுகின்றது.

ஒரு தொடைக்குரிய அனைத்து மூலகங்களையும் இனங்காணத்தக்கவாறு எழுதிக் காட்டத்தக்கதாக இருக்கும்போது இரட்டை அடைப்புகளினுள்ளே காற்புள்ளிகளை இட்டு அம்மூலகங்களை வேறுபடுத்தி எழுதுவதன் மூலம் தொடையை எழுதிக் காட்டலாம்.

0 இற்கும் 10 இற்குமிடையே உள்ள ஒற்றை எண்கள் என்னும் தொடையை A எனப் பெயரிடுவோம். அப்போது $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ என எழுதிக் காட்டலாம்.

ஒரு தொடையின் மூலகங்களை இரட்டை அடைப்புகளினுள்ளே எழுதிக் காட்டுவதன் மூலம் தொடையை எழுதும்போது ஒவ்வொரு மூலகமும் ஒரு தடவை மாத்திரம் எழுதப்படும்.

நீங்கள் கற்ற விடயங்களை நினைவுகூர்வதற்குப் பின்வரும் மீட்டர் பயிற்சியில் ஈடுபடுக.

மீட்டர் பயிற்சி

- பின்வரும் கூற்றுகளைப் பயிற்சிப் புத்தகத்தில் பிரதிசெய்து, அவற்றிடையே ஒரு தொடையை நிச்சயமாக வரையறுக்கும் கூற்றுக்கு எதிரே ✓ எனவும் அவ்வாறு இல்லாவிடின் ✗ எனவும் குறியிடுக.
 - 0 இற்கும் 20 இற்குமிடையே உள்ள மூன்றின் மடங்குகள்
 - ஆண்டின் மாதங்கள்
 - அழகான பூக்கள்
 - முதன்மை எண்கள்
 - உயரமான மனிதர்கள்
- தொடையின் மூலகங்களை நிச்சயமாக இனங்காணத்தக்க பொது இயல்புகளின் மூலம் எழுதியுள்ள பின்வரும் தொடைகள் ஒவ்வொன்றினதும் அனைத்து மூலகங்களையும் இரட்டை அடைப்புகளினுள்ளே எழுதுவதன் மூலம் அத்தொடையை மறுபடியும் எழுதுக.
 - $A = \{0$ இற்கும் 20 இற்குமிடையே உள்ள நிறைவர்க்க எண்கள்}
 - $B = \{$ “மகரகம்” என்னும் சொல்லின் எழுத்துகள்}
 - $C = \{31$ நாட்கள் உள்ள மாதங்கள்}
 - $D = \{$ “41242” என்னும் எண்ணில் உள்ள இலக்கங்கள்}
 - $E = \{$ இலங்கையின் மாகாணங்கள்}
- A ஆனது 1 தொடக்கம் 15 வரையுள்ள 2 இன் மடங்குகளின் தொடையாகும்.
 - இத்தொடையின் மூலகங்களை நிச்சயமாக இனங்காணத்தக்க ஒரு பொது இயல்பின் மூலம் தொடையை எழுதுக.
 - மூலகங்களை இரட்டை அடைப்புகளினுள்ளே எழுதுவதன் மூலம் தொடை A ஐ எழுதுக.

19.2 தொடையின் குறிப்பீடு

$X = \{0$ இற்கும் 10 இற்குமிடையே உள்ள இரட்டை எண்கள்}

இத்தொடையின் அனைத்து மூலகங்களையும் இரட்டை அடைப்புகளினுள்ளே எழுதுவதன் மூலம் தொடை X ஐ எழுதுவோம்.

$X = \{2, 4, 6, 8\}$

2, 4, 6, 8 என்னும் எண்களில் ஒவ்வொரு எண்ணையும் தொடை X இன் மூலகமாகப் பின்வருமாறு எழுதலாம்.

“ஒரு மூலகம் ஆகும்” என்பதற்குப் பதிலாகக் குறிப்பீடு “ \in ” ஐப் பயன்படுத்தி

2 ஆனது X இன் ஒரு மூலகமாகும் என்பது $2 \in X$ என எழுதப்படும்.

4 ஆனது X இன் ஒரு மூலகமாகும் என்பது $4 \in X$ எனவும்

6 ஆனது X இன் ஒரு மூலகமாகும் என்பது $6 \in X$ எனவும்

8 ஆனது X இன் ஒரு மூலகமாகும் என்பது $8 \in X$ எனவும் எழுதப்படும்.

5 ஆனது மேற்குறித்த தொடை X இன் ஒரு மூலகமன்று.

“ஒரு மூலகமன்று” என்பதற்குப் பதிலாக “ \notin ” என்னும் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தலாம்.

5 ஆனது மேற்குறித்த தொடை X இன் ஒரு மூலகமன்று என்பது $5 \notin X$ என எழுதப்படும்.

அவ்வாறே 7 ஆனது மேற்குறித்த தொடை X இன் ஒரு மூலகமன்று என்பது $7 \notin X$ என எழுதப்படும்.

உதாரணம் 1

4 என்பது நிறைவர்க்க எண்கள் தொடையின் ஒரு மூலகம் என்பதைத் தொடைக் குறிப்பீட்டில் எழுதுக.

$4 \in \{\text{நிறைவர்க்க எண்கள்}\}$

உதாரணம் 2

கிளி ஆனது நான்கு கால் விலங்குத் தொடையின் ஒரு மூலகமன்று என்பதைத் தொடைக் குறிப்பீட்டில் எழுதுக.

கிளி $\notin \{\text{நான்கு கால் விலங்குகள்}\}$

பயிற்சி 19.1

1. பின்வரும் ஒவ்வொன்றையும் வாசிக்கும் விதத்தை எழுதுக.

(i) முக்கோணி $\in \{\text{பல்கோணிகள்}\}$

(ii) $m \notin \{\text{ஆங்கில நெடுங்கணக்கின் உயிரெழுத்துகள்}\}$

(iii) 8 $\in \{\text{இரட்டை எண்கள்}\}$

(iv) கரட் $\notin \{\text{பழங்கள்}\}$

2. பின்வரும் கூற்றுகளைப் அப்பியாசப் புத்தகத்தில் எழுதி ஒவ்வொரு கீறிட்ட இடத்தையும் \in , \notin ஆகியவற்றிடையே உகந்த குறிப்பீட்டை இட்டு நிரப்புக.

(i) 11 $\{\text{முதன்மை எண்கள்}\}$

(ii) 15 $\{\text{4 இன் மடங்குகள்}\}$

(iii) நீலம் $\{\text{வானவில்லின் நிறங்கள்}\}$

(iv) மாம்பழம் $\{\text{பழங்கள்}\}$

(v) மாத்தறை $\{\text{மேல் மாகாணத்தின் மாவட்டங்கள்}\}$

3. பின்வரும் கூற்றுகளைப் அப்பியாசப் புத்தகத்தில் பிரதிசெய்து சரியானதற்கு எதிரே ✓ ஐயும் பிழையானதற்கு எதிரே x ஐயும் இடுக.
- $7 \in \{1, 3, 5, 7, 9\}$
 - $5 \notin \{2, 4, 6, 8\}$
 - $a \notin \{a, e, i, o, u\}$
 - $\square \notin \{\triangle, \square, \diamond, \circ\}$
 - $\text{iii} \in \{\text{i, ii, v, iv, vi, vii, x}\}$

19.3 தொடையொன்றின் மூலகங்களின் எண்ணிக்கை

$A = \{0$ இற்கும் 10 இற்குமிடையே உள்ள ஒற்றை எண்கள்}

இத்தொடையின் எல்லா மூலகங்களையும் இரட்டை அடைப்புகளினுள்ளே எழுதுவதன் மூலம் தொடை A ஐ எழுதுவோம்.

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

தொடை A இன் மூலகங்களின் எண்ணிக்கை 5 ஆகும்.

தொடை A இன் மூலகங்களின் எண்ணிக்கை $n(A)$ இன் மூலம் குறிக்கப்படும்.

அதற்கேற்ப $n(A) = 5$ ஆகும்.

உதாரணம் 1

$P = \{1$ தொடக்கம் 20 வரையுள்ள 3 இன் மடங்குகள்}.

$n(P)$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$P = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$

$\therefore n(P) = 6$

உதாரணம் 2

P ஆனது 1 இற்கும் 20 இற்குமிடையே உள்ள 6 இன் மடங்குகளும் Q ஆனது 1 இற்கும் 20 இற்குமிடையே உள்ள இரட்டை எண்களின் தொடையும் ஆகும்.

(i) P, Q ஆகிய தொடைகள் ஒவ்வொன்றையும் அவற்றின் மூலகங்களை இரட்டை அடைப்புகளினுள்ளே எழுதுவதன் மூலம் காட்டுக.

(ii) பின்வரும் கூற்றுகள் ஒவ்வொன்றையும் பிரதிசெய்து சரியானவற்றையும் பிழையானவற்றையும் குறிப்பிட்டு எழுதுக.

(a) $10 \in P$ (b) $10 \notin Q$ (c) $18 \in P$

(iii) $n(P), n(Q)$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

(i) $P = \{6, 12, 18\}$

$Q = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18\}$

(ii) (a) 10 ஆனது P இன் ஒரு மூலகமன்று.

\therefore கூற்று $10 \in P$ பிழையானது.

(b) 10 ஆனது Q இன் ஒரு மூலகமாகும்.

\therefore கூற்று $10 \notin Q$ பிழையானது.

(c) 18 ஆனது P இன் ஒரு மூலகமாகும்.

\therefore கூற்று $18 \in P$ சரியானது.

(iii) $n(P) = 3$

$n(Q) = 9$

பயிற்சி 19.2

- (i) பின்வரும் தொடைகள் ஒவ்வொன்றையும் அதன் எல்லா மூலகங்களையும் இரட்டை அடைப்புகளினுள்ளே எழுதுவதன் மூலம் காட்டுக.

(ii) $n(A), n(B), n(X), n(Y), n(Q), n(M)$ ஆகியவற்றின் பெறுமானத்தை எழுதுக.

(a) $A = \{10$ இலும் குறைந்த எண்ணும் எண்கள்

(b) $B = \{\text{ANURADHAPURA}$ என்னும் சொல்லில் உள்ள எழுத்துகள்

(c) $X = \{\text{வாரத்தின் நாட்கள்}\}$

(d) $Y = \{2$ இற்கும் 8 இற்குமிடையே உள்ள 5 இன் மடங்குகள்

(e) $Q = \{\text{இலங்கையின் ஓர் ஆரம்ப பாடசாலையில் உள்ள தரங்கள்}\}$

(f) $M = \{30$ இன் நேர்க் காரணிகள்
- $n(A) = 4$ ஆகவுள்ள A இனால் காட்டப்படும் ஒரு தொடையை மூலகங்கள் நிச்சயமாக இனங்காணப்படத்தக்க ஒரு பொது இயல்பின் மூலம் எழுதுக.
- $n(P) = 1$ ஆகவுள்ள P இனால் காட்டப்படும் ஒரு தொடையை மூலகங்கள் நிச்சயமாக இனங்காணப்படத்தக்க ஒரு பொது இயல்பின் மூலம் எழுதுக.

19.4 சூனியத் தொடை

$A = \{5$ இற்கும் 15 இற்குமிடையே உள்ள இரட்டை முதன்மை எண்கள்}

இத்தொடையின் மூலகங்களைக் காண்போம்.

5 இற்கும் 15 இற்குமிடையே உள்ள முதன்மை எண்கள் $7, 11, 13$ ஆகும். இவற்றுக்கிடையே இரட்டை எண்கள் இல்லை. அதற்கேற்ப மேற்குறித்த தொடை A இற்கு மூலகம் எதுவும் இல்லை. இத்தகைய மூலகம் எதுவும் இல்லாத தொடை சூனியத் தொடை எனப்படும்.

$B = \{1$ இற்கும் 2 இற்குமிடையே உள்ள முழு எண்கள்}

$C = \{5$ இற்கும் 10 இற்குமிடையே உள்ள 10 இன் மடங்குகள்}

$D = \{$ பக்கங்களின் எண்ணிக்கை 3 இலும் குறைந்த பல்கோணிகள்}

மேற்குறித்த B, C, D ஆகிய தொடைகளுக்கு மூலகம் இல்லை என்பது தெளிவாகும். ஆகவே, அத்தொடைகள் ஒவ்வொன்றும் சூனியத் தொடையாகும். இதற்கேற்ப $B = C = D$ ஆகும்.

சூனியத் தொடையைக் காட்டுவதற்கு $\{\}$, \emptyset என்னும் குறியீடுகள் பயன்படுத்தப்படும். இதற்கேற்ப மேற்குறித்த தொடை A ஆனது $A = \{\}$ அல்லது $A = \emptyset$ எனக் குறிப்பிடப்படும்.

அவ்வாறே

$B = \{\}$ அல்லது $B = \emptyset$ எனக் காட்டலாம்.

குறிப்பு: ஒரு சூனியத் தொடையின் மூலகங்களின் எண்ணிக்கை 0 ஆகும். அதாவது, $n(\emptyset) = 0$ ஆகும்.

பயிற்சி 19.3





- பின்வரும் தொடைகள் ஒவ்வொன்றும் சூனியத் தொடையா, இல்லையா என எழுதுக.
 - $P = \{5$ இலும் குறைந்த 5 இன் நேர் மடங்குகள்}
 - $Q = \{0$ தொடக்கம் 10 வரையுள்ள முழு எண்கள்}
 - $R = \{1$ இற்கும் 3 இற்குமிடையே உள்ள ஒற்றை எண்கள்}
 - $S = \{“41242”$ என்னும் எண்ணில் உள்ள இலக்கங்கள்}
 - $T = \{$ வானவில்லின் நிறங்கள்}
 - $U = \{0\}$
- ஒரு சூனியத் தொடைக்கு 3 உதாரணங்கள் தருக.
- $n(X) = 0$ ஆகவுள்ள B இனால் காட்டப்படும் ஒரு தொடையை மூலகங்கள் நிச்சயமாக இனங்காணப்படத்தக்க ஒரு பொது இயல்பின் மூலம் எழுதுக.

பலவினப் பயிற்சி

- தொடை $M = \{2, 4, 6, 8\}$ ஆகும். வெற்றிடங்களுக்கு உகந்தவாறு \in அல்லது \notin ஐ இடுக.
 - $2 \dots M$
 - $4 \dots M$
 - $3 \dots M$
 - $6 \dots M$
 - $7 \dots M$
 - $8 \dots M$
- பின்வரும் தொடைகள் ஒவ்வொன்றினதும் எல்லா மூலகங்களையும் இரட்டை அடைப்பினுள்ளே எழுதுவதன் மூலம் மறுபடியும் எழுதுக.
 - $n(A), n(B), n(C), n(D), n(E), n(F)$ ஆகியவற்றின் பெறுமானத்தை எழுதுக.
 - $A = \{20$ இலும் குறைந்த முதன்மை எண்கள்}
 - $B = \{\text{'விகடகவி' என்னும் சொல்லில் உள்ள எழுத்துகள்}\}$
 - $C = \{\text{இலங்கையின் மாகாணங்கள்}\}$
 - $D = \{20$ இற்கும் 30 இற்குமிடையே உள்ள நிறைவாக்க எண்கள்}
 - $E = \{\text{முதன்மை மற்றும் வாக்க எண்கள்}\}$
 - $F = \{3$ இனால் அல்லது 5 இனால் வகுக்கப்படும் 2 இற்கும் 16 இற்குமிடையே உள்ள முழுவெண்கள்}
- $n(P) = 2$ ஆகவுள்ள P இனால் காட்டப்படும் ஒரு தொடையை மூலகங்கள் நிச்சயமாக இனங்காணப்படத்தக்க ஒரு பொது இயல்பின் மூலம் எழுதுக.



பொழிப்பு

-  ஒரு குறித்த பொருள் ஒரு தொடையின் மூலகம் என்பதைக் காட்டுவதற்கு \in என்னும் குறிப்பீடு பயன்படுத்தப்படும்.
-  ஒரு குறித்த பொருள் ஒரு தொடையின் மூலகமன்று என்பதைக் காட்டுவதற்கு \notin என்னும் குறிப்பீடு பயன்படுத்தப்படும்.
-  தொடையொன்றில் உள்ள எல்லா மூலகங்களினதும் எண்ணிக்கை தொடையொன்றின் மூலகங்களின் எண்ணிக்கை எனப்படும்.
- A என்ற தொடையின் மூலகங்களின் எண்ணிக்கை $n(A)$ இனால் குறிக்கப்படும்.
-  மூலகங்கள் அற்ற தொடை சூனியத் தொடையாக இருக்கும் அதேவேளை அது \emptyset அல்லது $\{\}$ இன் மூலம் குறிப்பிடப்படும்.