

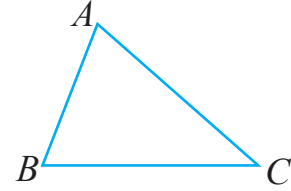
இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- ஒரு முக்கோணியினதும் ஒரு நாற்பக்கலினதும் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத் தொகை முறையே 180° , 360° எனப் பெறுவதற்கும்
- ஒரு முக்கோணியின், ஒரு நாற்பக்கலின் புறக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360° எனப் பெறுவதற்கும்
- ஒரு முக்கோணியினதும் ஒரு நாற்பக்கலினதும் கோணங்களுடன் தொடர்புபட்ட கணிப்புகளில் ஈடுபடுவதற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

12.1 முக்கோணிகள்

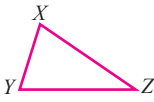
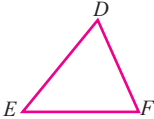
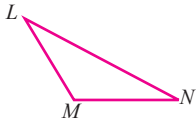
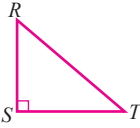
மூன்று நேர்கோட்டுத் துண்டங்களால் அடைக்கப்பட்ட பல்கோணி முக்கோணி எனப்படும் என நீங்கள் கற்றுள்ளீர்கள். ஒரு முக்கோணிக்கு 3 கோணங்களும் 3 பக்கங்களும் உள்ளன. அவை ஒரு முக்கோணியின் உறுப்புகள் எனப்படும்.



முக்கோணி ABC இன் மூன்று பக்கங்களும் AB , BC , CA ஆகும். முக்கோணி ABC இன் மூன்று கோணங்களும் $\hat{A}BC$, $\hat{B}CA$, $\hat{C}AB$ ஆகும்.

ஒரு முக்கோணியின் பக்கங்களின் நீளத்திற்கும் ஒரு முக்கோணியின் கோணங்களின் பருமனுக்கும் ஏற்ப முக்கோணிகளை வகைப்படுத்தும் விதம் பற்றி நீங்கள் தரம் 7 இல் கற்றுள்ளீர்கள். அதற்கேற்ப

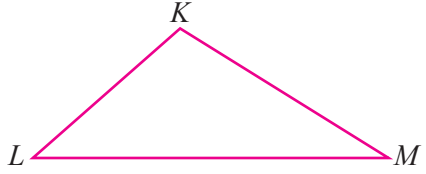
முக்கோணி	உரு	குறிப்பு
சமபக்க முக்கோணி		மூன்று பக்கங்களினதும் நீளங்கள் சமம்.
இருசமபக்க முக்கோணி		இரண்டு பக்கங்களின் நீளங்கள் சமம்.

சமனில்பக்க முக்கோணி		மூன்று பக்கங்களும் நீளத்தில் சமனற்றவை.
கூர்ங்கோண முக்கோணி		ஒவ்வொரு கோணத்தினதும் பருமன் 90^0 இலும் குறைவாகும்.
விரிகோண முக்கோணி		ஒரு கோணத்தின் பருமன் மாத்திரம் 90^0 இலும் கூடியதாகும்.
செங்கோண முக்கோணி		ஒரு கோணத்தின் பருமன் மாத்திரம் 90^0 ஆகும்.

முக்கோணிகளையும் கோணங்களையும் பற்றித் தரம் 7 இல் கற்ற விடயங்களை நினைவுகூர்வதற்குப் பின்வரும் மீட்டற் பயிற்சியில் ஈடுபடுக.

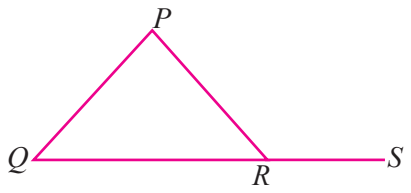
மீட்டற் பயிற்சி

1. உருவில் காணப்படும் முக்கோணியின் மூன்று பக்கங்களையும் மூன்று கோணங்களையும் பெயரிட்டு எழுதுக.

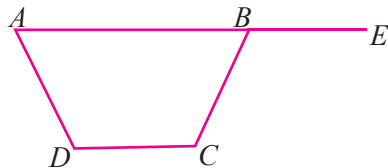


2. (i) ஒரு விரிகோண முக்கோணியை வரைந்து ABC எனப் பெயரிடுக.
(ii) \hat{ABC} , \hat{ACB} , \hat{BAC} ஆகியவற்றை அளந்து எழுதுக.

3. (i) உருவில் உள்ளவாறு ஒரு முக்கோணி PQR ஐ வரைந்து பக்கம் QR ஐ S வரைக்கும் நீட்டுக.
(ii) \hat{PRQ} , \hat{PRS} ஆகியவற்றை அளந்து எழுதுக.

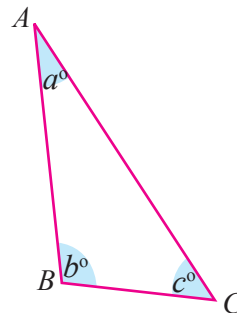


4. (i) ஒரு நாற்பக்கல் $ABCD$ ஐ வரைந்து பக்கம் AB ஐ E வரைக்கும் நீட்டுக.
 (ii) $E\hat{B}C$ ஐயும் $A\hat{B}C$ ஐயும் அளந்து எழுதுக.



12.2 ஒரு முக்கோணியின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை

உருவில் முக்கோணி ABC இல் உள்ள கோணங்கள் a, b, c எனப் பெயரிடப்பட்டுள்ளன. அவை முக்கோணியினுள் இருப்ப தனால் அவை முக்கோணி ABC இன் அகக் கோணங்கள் எனப்படும்.



ஒரு முக்கோணியின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்பதற்குப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுக.

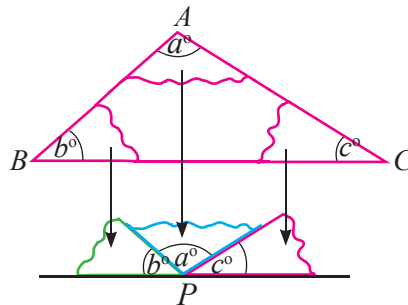


செயற்பாடு 1

படி 1 - ஒரு நிறத் தாளில் யாதேனும் ஒரு முக்கோணியை வரைந்து அதன் உச்சி களை A, B, C எனவும் அகக் கோணங்களை a, b, c எனவும் பெயரிடுக.

படி 2 - a, b, c ஆகிய மூன்று கோணங் களையும் உருவில் உள்ளவாறு வெட்டி வேறாக்குக.

படி 3 - வெட்டி எடுத்த a, b, c ஆகிய மூன்று கோணங்களையும் உச்சி P ஒரு பொது உச்சியாக இருக்குமாறு உருவில் காட்டப்பட்டது போன்று ஒன்றன் மீது ஒன்று படியாதவாறும் இடைவெளி இன்றியும் ஒட்டுக.



படி 4 - ஒட்டப்பட்ட மூன்று கோணங்களும் ஒரு நேர்கோட்டின் மீது இருக்கின்றனவா என்பதை ஒரு நேர்கோட்டில் வைப்பதன் மூலம் உறுதிப்படுத்துக. $a + b + c$ இன் பெறுமானத்தை எழுதுக.

➤ அப்பியாசப் புத்தகத்தில் வேறு ஒரு முக்கோணியை வரைந்து அதன் மூன்று அகக் கோணங்களையும் அளந்து கூட்டுத்தொகையைப் பெறுக.

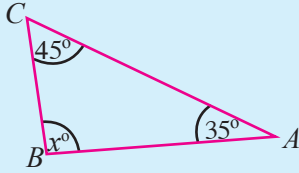
மேற்குறித்த செயற்பாட்டிற்கேற்ப ஒரு முக்கோணியின் மூன்று அகக் கோணங்களினதும் கூட்டுத்தொகையை ஒரு நேர்கோட்டின் ஒரு பக்கத்தின் மீது அமைந்திருக்கும் மூன்று கோணங்களினதும் கூட்டுத்தொகையாகக் காட்டலாம் என்பது தெளிவாகும்.

ஒரு நேர்கோட்டின் மீது உள்ள ஒரு புள்ளியில் இருக்கும் கோணங்களின் கூட்டுத் தொகை 180° ஆகையால் முக்கோணியின் மூன்று அகக் கோணங்களினதும் கூட்டுத்தொகையும் 180° என முடிவு செய்யலாம்.

∴ ஒரு முக்கோணியின் மூன்று அகக் கோணங்களினதும் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகும்.

உதாரணம் 1

உருவில் $\triangle ABC$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

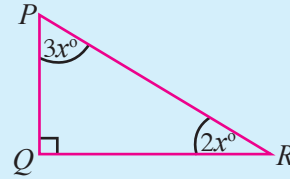


ஒரு முக்கோணியின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகையால்,

$$\begin{aligned}
 45^\circ + 35^\circ + x^\circ &= 180^\circ \\
 80^\circ + x^\circ &= 180^\circ \\
 x &= 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ \\
 \therefore \angle C &= 100^\circ
 \end{aligned}$$

உதாரணம் 2

உருவில் $\triangle PQR$ பெறுமானத்தைக் காண்க.

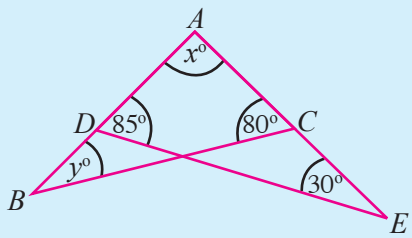


$$\begin{aligned}
 3x^\circ + 2x^\circ + 90^\circ &= 180^\circ \\
 5x^\circ + 90^\circ &= 180^\circ
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5x &= 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \\
 x &= \frac{90^\circ}{5} = 18^\circ \\
 \therefore \angle P &= 3 \times 18^\circ = 54^\circ
 \end{aligned}$$

உதாரணம் 3

உருவில் குறிக்கப்பட்டுள்ள தகவல்களுக்கேற்ப x, y ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.



முக்கோணி ADE இன் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகையால்,

$$85 + 30 + x = 180$$

$$115 + x = 180$$

$$x + 115 - 115 = 180 - 115$$

$$x = 65$$

முக்கோணி ABC இன் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகையால்,

$$x + 80 + y = 180$$

$$65 + 80 + y = 180 \text{ (} x = 65 \text{ எனப் பிரதியிடுதல்)}$$

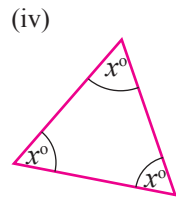
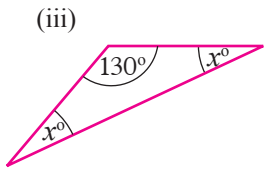
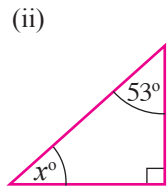
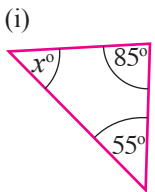
$$y + 145 = 180$$

$$y + 145 - 145 = 180 - 145^\circ$$

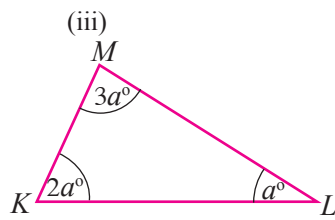
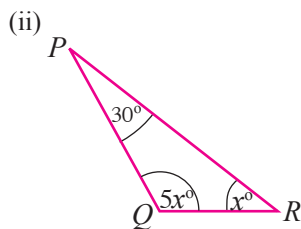
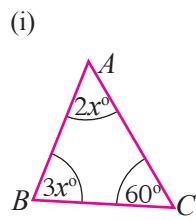
$$y = 35$$

பயிற்சி 12.1

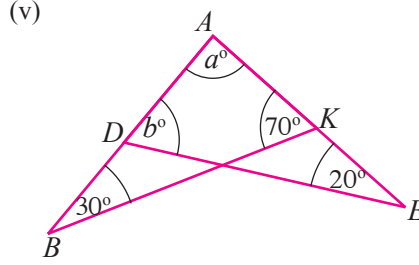
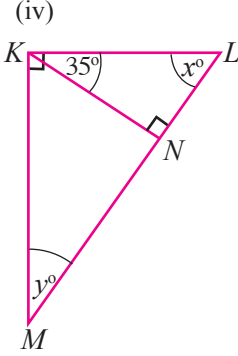
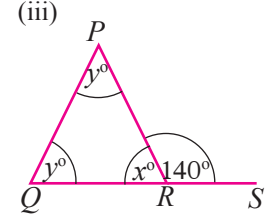
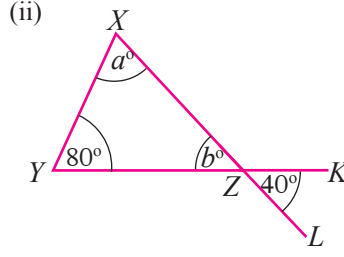
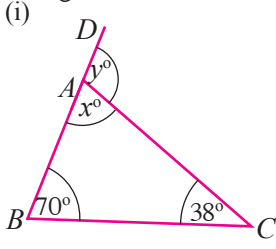
1. பின்வரும் உருக்கள் ஒவ்வொன்றிலும் x இன் மூலம் காட்டப்படும் கோணங்களின் பருமன்களைக் காண்க.



2. பின்வரும் முக்கோணிகள் ஒவ்வொன்றினதும் அகக் கோணங்களின் பருமன்களைக் காண்க.

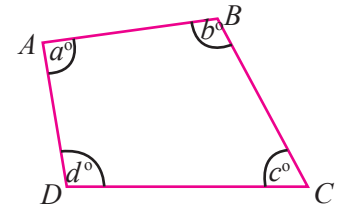


3. ஒவ்வொரு உருவிலும் ஆங்கில எழுத்துகளால் தரப்பட்டவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.



12.3 ஒரு நாற்பக்கலின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை

நான்கு பக்கங்களாலான ஒரு மூடிய நேர்கோட்டுத் தளவுரு நாற்பக்கல் எனப்படுமென நீங்கள் தரம் 6 இல் கற்றுள்ளீர்கள். ஒரு நாற்பக்கலில் 4 பக்கங்களும் 4 கோணங்களும் உள்ளன.



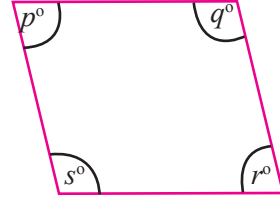
உருவில் காணப்படும் நாற்பக்கல் ABCD இன் அகக் கோணங்கள் a, b, c, d எனக் காட்டப்பட்டுள்ளன.

ஒரு நாற்பக்கலின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்பதற்குப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுக.

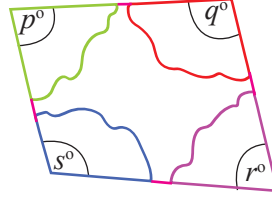


செயற்பாடு 2

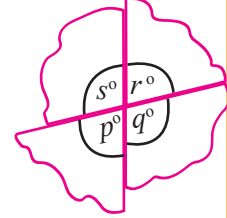
படி 1 - ஒரு நிறத்தாளில் யாதாயினும் ஒரு நாற்பக்கலை வரைந்து அதன் அகக் கோணங்களை p, q, r, s எனப் பெயரிடுக.



படி 2 - p, q, r, s ஆகிய கோணங்களை உருவில் உள்ளவாறு வெட்டி வேறாக்குக.



படி 3 - ஒவ்வொரு கோணத்தினதும் உச்சிகள் ஒரு புள்ளியில் இருக்குமாறும் உருவில் காட்டியுள்ளவாறு வெட்டிய கோணங்களை அப்பியாசப் புத்தகத்தில் ஒரு புள்ளியைச் சுற்றி ஒன்றன் மீது ஒன்று படியாதவாறும் இடைவெளி இன்றியும் ஒட்டுக.



படி 4 - ஒரு புள்ளியைச் சுற்றி உள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகையைக் கொண்டு $p + q + r + s$ இற்கான ஒரு பெறுமானத்தை எழுதுக.

படி 5 - அப்பியாசப் புத்தகத்தில் யாதாயினும் ஒரு நாற்பக்கலை வரைந்து அதன் அகக் கோணங்களை அளந்து அவற்றின் கூட்டுத்தொகைக்கான ஒரு பெறுமானத்தைப் பெறுக.

மேற்குறித்த செயற்பாட்டிற்கேற்ப $p + q + r + s = 360^\circ$ எனப் பெறுவீர்கள்.

ஒரு புள்ளியைச் சுற்றி உள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360° ஆகையால், ஒரு நாற்பக்கலின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகையையும் 360° என முடிபு செய்யலாம்.

∴ ஒரு நாற்பக்கலின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360° ஆகும்.

குறிப்பு :

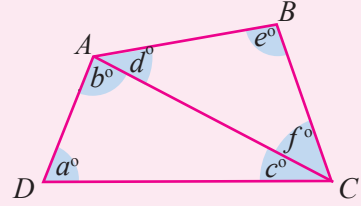
உருவில் நாற்பக்கல் ABCD தரப்பட்டுள்ளது. அதில் உச்சிகள் A ஐயும் C ஐயும் இணைக்கும்போது முக்கோணி ABC உம் முக்கோணி ADC உம் கிடைக்கின்றன.

முக்கோணி ADC இன் மூன்று அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகும்.

அதாவது, $a + b + c = 180^\circ$.

அவ்வாறே முக்கோணி ABC இன் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகும்.

அதாவது $d + e + f = 180^\circ$.

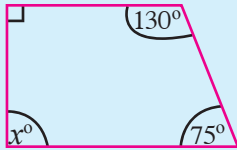


$$\begin{aligned} \therefore \text{நாற்பக்கலின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை} &= \text{முக்கோணி ADC இன் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை} + \text{முக்கோணி ABC இன் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை} \\ &= (a + b + c) + (d + e + f) \\ &= 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ. \end{aligned}$$

அதாவது, ஒரு நாற்பக்கலின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360° ஆகும்.

உதாரணம் 1

உருவில் உள்ள x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



நாற்பக்கலில் உள்ள அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360° ஆகையால்,

$$x + 90 + 130 + 75 = 360$$

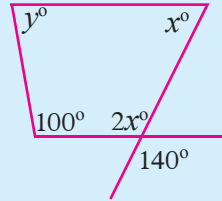
$$x + 295 = 360$$

$$x + 295 - 295 = 360 - 295$$

$$x = 65$$

உதாரணம் 2

உருவில் உள்ள x, y ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.



குத்தெதிர்க் கோணங்கள் சமம் ஆகையால்,

$$2x = 140$$

$$x = 70$$

(நாற்பக்கலின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360° ஆகையால்)

$$y + 100 + 2x + x = 360$$

$$y + 100 + 140 + 70 = 360$$

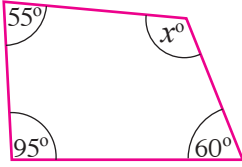
$$y + 310 - 310 = 360 - 310$$

$$y = 50$$

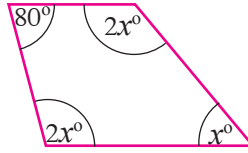
பயிற்சி 12.2

1. பின்வரும் ஒவ்வொரு உருவிலும் உள்ள x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க

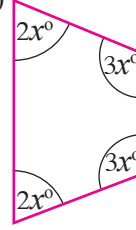
(i)



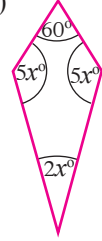
(ii)



(iii)

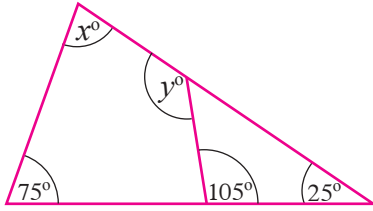


(iv)

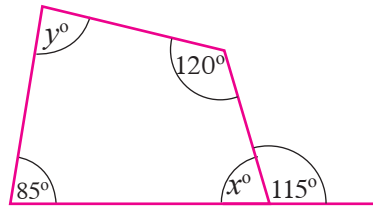


2. பின்வரும் ஒவ்வொரு உருவிலும் உள்ள x, y ஆகியவற்றின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

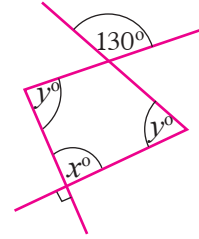
(i)



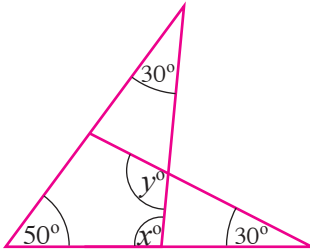
(ii)



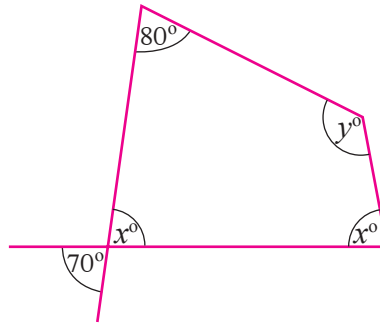
(iii)



(iv)



(v)

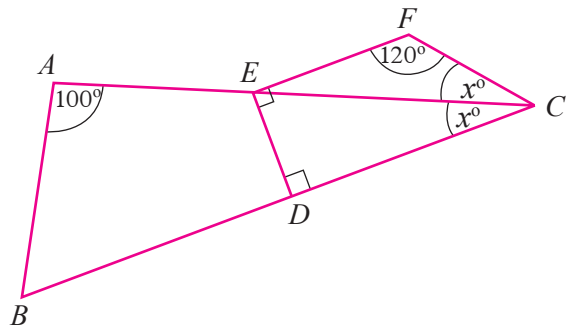


3. உருவில் குறிக்கப்பட்டுள்ள தகவல் களுக்கேற்பப் பின்வரும் ஒவ்வொரு கோணத்தினதும் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(i) $\hat{D}CF$

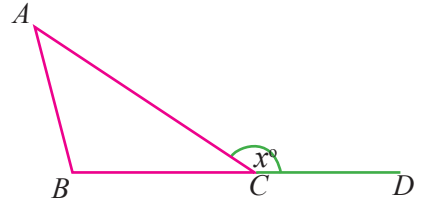
(ii) $\hat{A}BC$

(iii) $\hat{A}ED$



12.4 ஒரு முக்கோணியின் புறக் கோணங்கள்

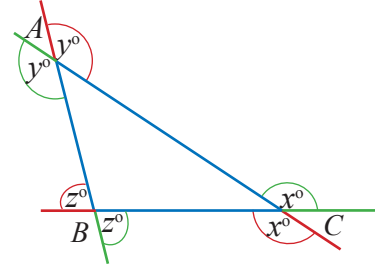
முக்கோணி ABC இன் பக்கம் BC ஆனது D வரைக்கும் நீட்டப்பட்டுள்ளது. அப்போது பக்கம் AC உம் நீட்டப்பட்ட CD உம் புயங்களாக இருக்குமாறு அமைக்கப்பட்டுள்ள பச்சை நிறத்தினால் காட்டப்படும் கோணம் \hat{ACD} ஆனது முக்கோணி ABC இன் புறக் கோணம் ஆகும்.



உருவில் காணப்படுகின்றவாறு முக்கோணி ABC இன் பக்கங்களை நீட்டுவதன் மூலம் அதன் புறக் கோணங்களைப் பெறலாம்.

முக்கோணியின் ஒவ்வொரு உச்சியிலும் இரு புறக் கோணங்கள் இருக்கின்ற போதிலும் அவை குத்தெதிர்க் கோணங்கள் ஆகையால் அக்கோணங்கள் பருமனில் சமமாகும்.

ஒவ்வொரு உச்சியிலும் ஒரு புறக் கோணம் வீதம் எடுத்து அவற்றின் பெறுமானங்களைக் கூட்டும் போது அக்கூட்டுத்தொகை முக்கோணியின் புறக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை எனப்படும்.



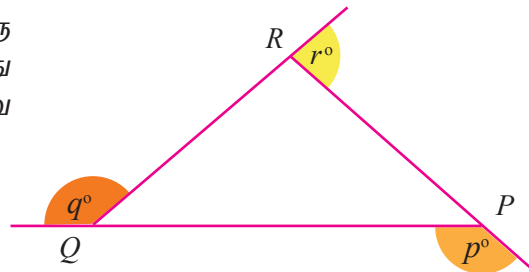
• ஒரு முக்கோணியின் புறக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை

ஒரு முக்கோணியின் புறக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகைக்கான ஒரு பெறுமானத்தைப் பெறுவதற்குப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுவோம்.



செயற்பாடு 3

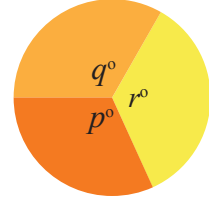
படி 1 - ஒரு தாளில் யாதாயினும் ஒரு முக்கோணியை வரைந்து அதன் 3 உச்சிகளிலும் மூன்று புறக் கோணங்களை வரைக.



படி 2 - p, q, r ஆகிய புறக் கோணங்கள் கொண்ட மூன்று அடர்களையும் உருவில் உள்ளவாறு வெட்டி வேறாக்குக.



படி 3 - வெட்டி வேறாக்கிய (மூன்று அடர்கள்) மூன்று புறக் கோணங்களினதும் உச்சிகள் ஒரு பொது உச்சியாக இருக்குமாறு உருவில் காட்டியவாறு அப்பியாசப் புத்தகத்தில் ஒரு புள்ளியைச் சுற்றி ஒன்றன் மீது ஒன்று படியாதவாறும் இடைவெளி இன்றியும் ஒட்டுக.



படி 4 - ஒரு புள்ளியைச் சுற்றி உள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை பற்றிய அறிவைப் பயன்படுத்தி முக்கோணியின் புறக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை $p + q + r$ இன் பெறுமானத்தைப் பெறுக.

➤ வேறொரு முக்கோணியைப் அப்பியாசப் புத்தகத்தில் வரைந்து அதன் பக்கங்களை நீட்டும்போது கிடைக்கும் புறக் கோணங்களை அளப்பதன் மூலம் அவற்றின் கூட்டுத் தொகையைப் பெறுக.

மேற்குறித்த செயற்பாட்டிற்கேற்ப ஒரு முக்கோணியின் மூன்று புறக் கோணங்களையும் ஒரு புள்ளியைச் சுற்றியுள்ள கோணங்களாக அமைக்கலாம் என்பது தெளிவாகும்.

ஒரு புள்ளியைச் சுற்றி உள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360° ஆகையால், ஒரு முக்கோணியின் புறக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகையும் 360° என்பது தெளிவாகும். கோணங்களை அளப்பதன் மூலமும் இப்பேற்றைப் பெறலாம்.

இதைப் பின்வருமாறும் பெறலாம்.

$$(a + p) + (b + q) + (c + r) = 180^\circ + 180^\circ + 180^\circ$$

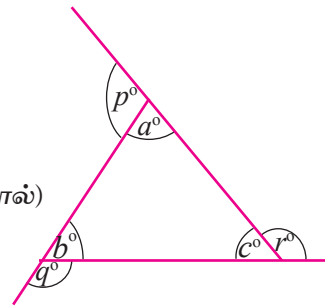
$$= 540^\circ$$

$$\therefore (a + b + c) + (p + q + r) = 540^\circ$$

$$180^\circ + (p + q + r) = 540^\circ \quad (a + b + c = 180^\circ \text{ என்பதால்})$$

$$\therefore p + q + r = 540^\circ - 180^\circ$$

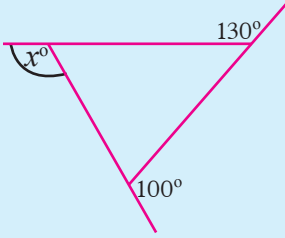
$$= 360^\circ$$



∴ ஒரு முக்கோணியின் புறக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360° ஆகும்.

உதாரணம் 1

உருவில் x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



புறக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360° ஆகையால்,

$$130 + 100 + x = 360$$

$$230 + x = 360$$

$$x + 230 - 230 = 360 - 230$$

$$x = 130$$

உதாரணம் 2

மூக்கோணி ABC இன் மூன்று புறக் கோணங்களையும் மூன்று அகக் கோணங்களையும் காண்க.

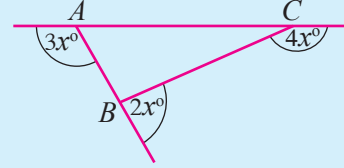


$$3x + 2x + 4x = 360$$

$$9x = 360$$

$$\frac{9x}{9} = \frac{360}{9}$$

$$\therefore x = 40$$



\therefore உச்சி A இல் உள்ள புறக் கோணம் $= 3x^\circ = 3 \times 40^\circ = 120^\circ$

உச்சி B இல் உள்ள புறக் கோணம் $= 2x^\circ = 2 \times 40^\circ = 80^\circ$

உச்சி C இல் உள்ள புறக் கோணம் $= 4x^\circ = 4 \times 40^\circ = 160^\circ$

நேர்கோட்டின் மீது உள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகையால்

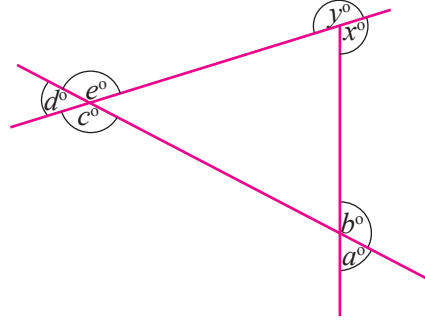
A இல் உள்ள அகக் கோணம் $= 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

B இல் உள்ள அகக் கோணம் $= 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$

C இல் உள்ள அகக் கோணம் $= 180^\circ - 160^\circ = 20^\circ$

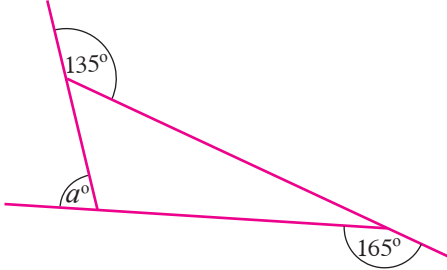
பயிற்சி 12.3

- உருவில் காணப்படும் a, b, c, d, e, x, y என்னும் கோணங்களில் புறக் கோணங்களைத் தெரிந்தெடுத்து எழுதுக.
 - எஞ்சியுள்ள கோணங்கள் ஏன் புறக் கோணங்கள் அல்ல என்பதை விளக்குக.

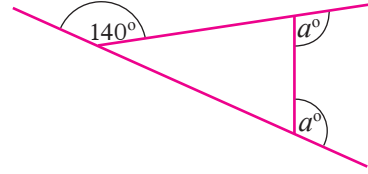


- பின்வரும் உருக்கள் ஒவ்வொன்றிலும் உள்ள ஆங்கில எழுத்துகளினால் காட்டப்படும் கோணங்களின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

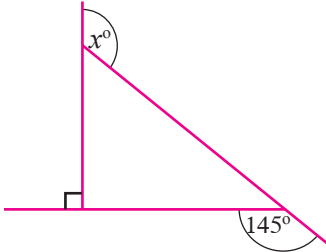
(i)



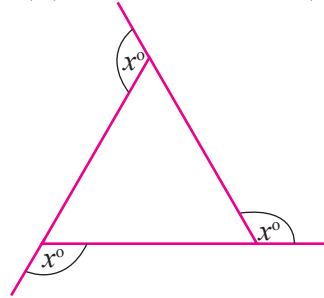
(ii)



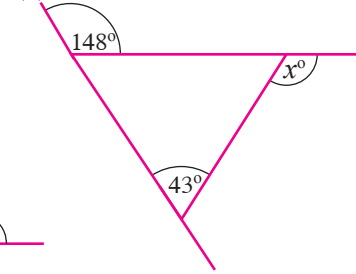
(iii)



(iv)



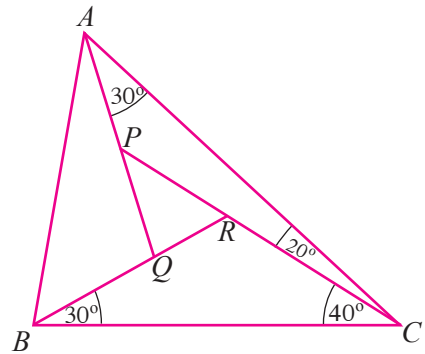
(v)



- உருவில் குறிக்கப்பட்டுள்ள தகவல்களுக்கேற்ப

- \hat{BRC}
- \hat{APC}
- \hat{BQA}

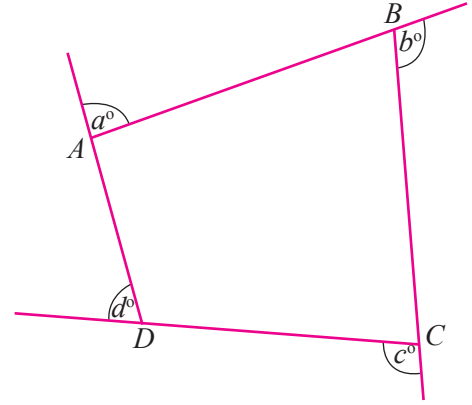
என்பவற்றின் பருமன்களைக் காண்க.



12.5 நாற்பக்கல் ஒன்றின் புறக் கோணங்கள்

நாற்பக்கல் $ABCD$ இன் பக்கங்களை நீட்டும் போது உண்டாகும் புறக் கோணங்கள் உருவில் a, b, c, d ஆகியவற்றினால் காட்டப்பட்டுள்ளன.

நாற்பக்கலில் நான்கு உச்சிகள் உள்ளன. ஆகவே நான்கு புறக் கோணங்கள் உள்ளன.



ஒரு நாற்பக்கலின் ஒவ்வொரு உச்சியிலும் இரு புறக் கோணங்கள் இருக்கின்றபோதிலும் அவை குத்தெதிர்க் கோணங்கள் ஆகையால், அக்கோணங்கள் பருமனிற் சமனாகும்.

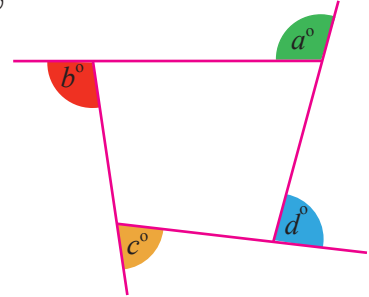
ஒரு நாற்பக்கலின் ஒவ்வொரு உச்சியிலும் ஒரு புறக் கோணம் வீதம் எடுத்து அவற்றின் பருமன்களைக் கூட்டும்போது அக்கூட்டுத்தொகை நாற்பக்கலின் புறக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை எனப்படும்.

ஒரு நாற்பக்கலின் புறக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்பதற்குப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுவோம்.



செயற்பாடு 4

படி 1 - ஒரு தாளில் யாதாயினும் ஒரு நாற்பக்கலை வரைந்து அதன் 4 உச்சிகளிலும் 4 புறக் கோணங்களை வரைக.



படி 2 - புறக் கோணங்களைக் கொண்ட அடர்களை உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு வெட்டி வேறாக்குக.



படி 3 - வெட்டி வேறுபடுத்திய நான்கு புறக் கோணங்களினதும் உச்சிகளை ஒரு புள்ளியைச் சுற்றி ஒன்றன் மீது ஒன்று படியாதவாறும் இடைவெளி இன்றியும் ஒட்டுவதன் மூலம் $a + b + c + d$ இற்கு ஒரு பெறுமானத்தைப் பெறுக.



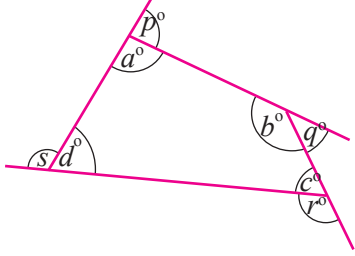


➤ அப்பியாசப் புத்தகத்தில் யாதாயினும் ஒரு நாற்பக்கலை வரைந்து அதன் புறக் கோணங்களை அளந்துபார்ப்பதன் மூலம் அவற்றின் கூட்டுத்தொகைக்கான ஒரு பெறுமானத்தைப் பெறுக.

மேற்குறித்த செயற்பாட்டிற்கேற்ப ஒரு நாற்பக்கலின் புறக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360° என்பது தெளிவாகும்.

∴ ஒரு நாற்பக்கலின் புறக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360° ஆகும்

இதனைப் பின்வருமாறும் காட்டலாம்.



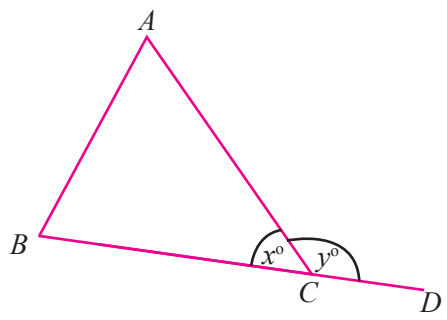
$$a + p + b + q + c + r + d + s = 180^\circ + 180^\circ + 180^\circ + 180^\circ$$

$(a + b + c + d) + (p + q + r + s) = 720^\circ$ (ஒரு நாற்பக்கலின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360° ஆகையால்)

$$\begin{aligned} \therefore p + q + r + s &= 720^\circ - 360^\circ \\ &= 360^\circ \end{aligned}$$

• ஒரு முக்கோணியின், ஒரு நாற்பக்கலின் ஓர் உச்சியில் உள்ள புறக் கோணத்தினதும் அகக் கோணத்தினதும் கூட்டுத்தொகை

ஒரு முக்கோணியின் ஓர் உச்சியில் அமைந்துள்ள அகக் கோணமும் புறக் கோணமும் உருவில் x, y எனக் காணப்படுகின்றன.



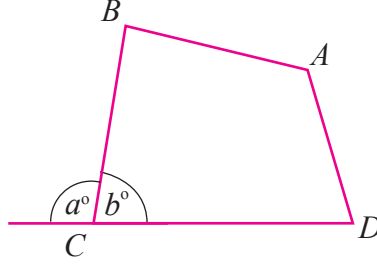
அக்கோணங்கள் இரண்டும் நேர்கோடு BD மீது புள்ளி C இல் உள்ளன.

ஒரு நேர்கோடு மீது உள்ள ஒரு புள்ளியில் நேர்கோட்டின் ஒரு பக்கத்தில் அமைந்திருக்கும் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகையால், $x + y = 180^\circ$.

∴ ஒரு முக்கோணியின் ஓர் உச்சியில், அகக் கோணம் + புறக் கோணம் = 180° ஆகும்.

ஒரு நாற்பக்கலிற்கும் முக்கோணியைப் போன்றே ஒவ்வொரு உச்சியிலும் உள்ள அகக் கோணத்தினதும் புறக் கோணத்தினதும் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகும்.

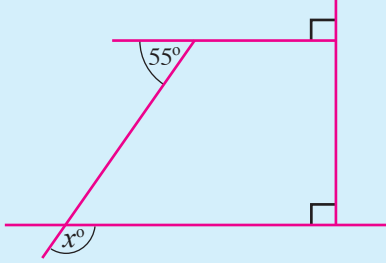
$$\therefore a + b = 180^\circ$$



ஒரு நாற்பக்கலின் ஒவ்வொரு உச்சியிலும் உள்ள அகக் கோணத்தினதும் புறக் கோணத்தினதும் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகும்.

உதாரணம் 1

உருவில் தரப்பட்டுள்ள தகவல்களுக்கேற்ப x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



$$x + 55 + 90 + 90 = 360$$

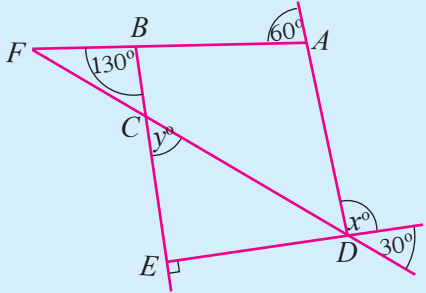
$$x + 235 = 360$$

$$x = 360 - 235$$

$$x = 125$$

உதாரணம் 2

உருவியற் குறித்துள்ள தகவல்களுக்கேற்ப x , y ஆகியவற்றின் பெறுமானத்தைக் காண்க.



நாற்பக்கல் $ABED$ இல் புறக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360° ஆகையால்

$$60 + 130 + 90 + x = 360$$

$$x + 280 = 360$$

$$x + 280 - 280 = 360 - 280$$

$$x = 80$$

நாற்பக்கல் $ABCD$ இன் புறக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகையை எடுக்கும்போது

$$60 + 130 + y + (30 + x) = 360$$

$$190 + y + 30 + 80 = 360$$

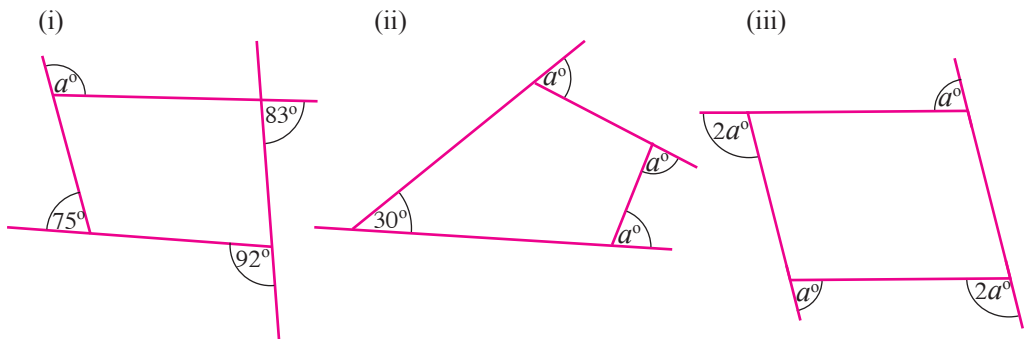
$$y + 300 = 360$$

$$y = 360 - 300$$

$$y = 60$$

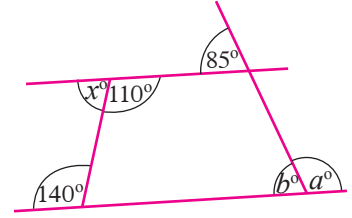
பயிற்சி 12.4

1. ஒவ்வொரு உருவிலும் காட்டப்பட்டுள்ள a இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

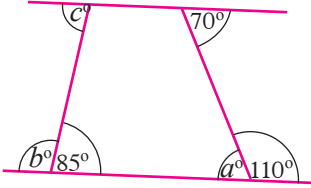


2. உருவைக் கொண்டு கோணங்களின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

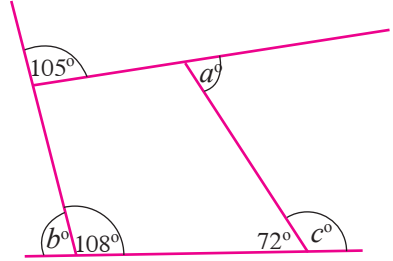
- (i) x இன் பெறுமானம் யாது?
- (ii) a இன் பெறுமானம் யாது?
- (iii) b இன் பெறுமானம் யாது?



3. உருவில் a, b, c ஆகியவற்றினால் காட்டப்பட்டுள்ள கோணங்களின் பருமன்களைக் காண்க.

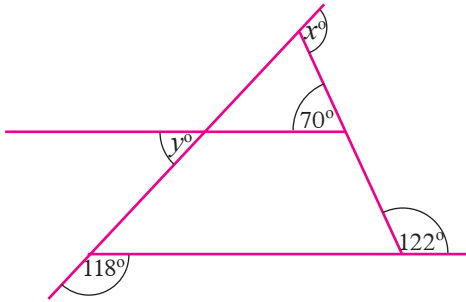


(ii)

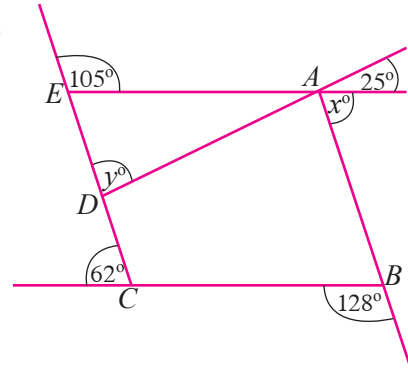


4. ஒவ்வொரு உருவிலும் x, y ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

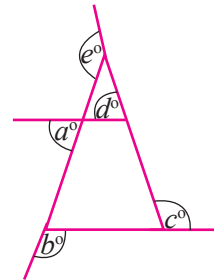
(i)



(ii)








- 5. (i) $a + b + c + d$ இன் பெறுமானம் யாது?
- (ii) $b + c + e$ இன் பெறுமானம் யாது?
- (iii) (i) இனதும் (ii) இனதும் விடைகளுக்கேற்ப $e = a + d$ எனக் காட்டுக.





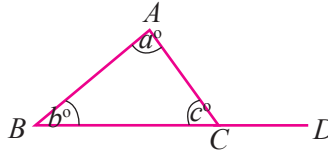
பொழிப்பு

-  ஒரு முக்கோணியின் மூன்று அகக் கோணங்களினதும் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகும்.
-  ஒரு நாற்பக்கலின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360° ஆகும்.
-  ஒரு முக்கோணியின் புறக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360° ஆகும்.
-  ஒரு நாற்பக்கலின் புறக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360° ஆகும்.
-  ஒரு நாற்பக்கலினதும் ஒரு முக்கோணியினதும் ஒவ்வொரு உச்சியிலும் உள்ள அகக் கோணத்தினதும் புறக் கோணத்தினதும் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகும்.



சிந்தனைக்கு

1. $\hat{ACD} = a + b$ எனக் காட்டுக.



2. (i) ஒரு ABCD ஒரு பல்கோணி ஆகாதெனக் காரணம் தந்து விளக்குக.
 (ii) $a + b = c + d$ எனக் காரணம் தந்து விளக்குக.
 (iii) $a + b + c + d$ இன் பெறுமானம் எப்போதும் 360° இலும் குறைவானது எனக் காட்டுக.

