

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- ஒழுங்கான எண்முகி, ஒழுங்கான பன்னிருமுகி, ஒழுங்கான இருபதுமுகி ஆகிய திண்மங்களின் மாதிரிகளைச் செய்யவும்
- அத்திண்மங்களின் விளிம்புகள், உச்சிகள், முகங்கள் ஆகியவற்றின் எண்ணிக்கைகளிலிற்கு ஒயிலரின் தொடர்பை வாய்ப்புப் பார்க்கவும்
- தரப்பட்டுள்ள திண்மங்களிலிருந்து பிளேற்றோவின் திண்மங்களை வேறுபடுத்தி அறியவும் அவற்றின் பண்புகளை விவரிக்கவும்

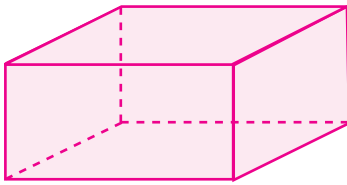
தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

6.1 திண்மங்கள்

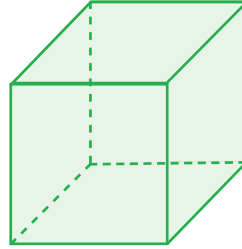
வெளியில் குறித்த இடத்தை எடுக்கும் நிலையான வடிவம் ஒன்றைக் கொண்டுள்ள பொருள்கள் திண்மங்கள் எனப்படும் என நீங்கள் கற்றுள்ளீர்கள்.

மேலும் திண்மங்களின் மேற்பரப்பானது தளமேற்பரப்புப் பகுதிகளினால் அல்லது வளைந்த மேற்பரப்புப் பகுதிகளினால் ஆனது எனவும் நீங்கள் கற்றுள்ளீர்கள்.

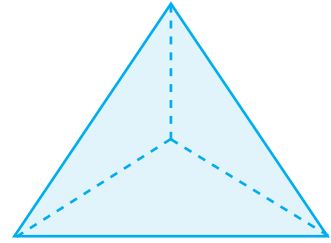
தரங்கள் 6, 7 ஆகியவற்றில் நீங்கள் கற்ற சில திண்மங்களின் உருக்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.



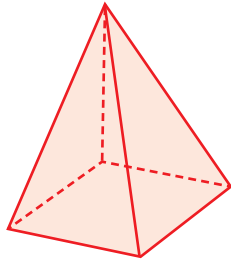
கனவுரு



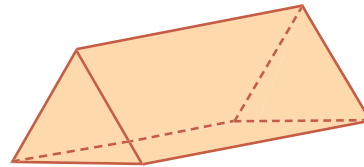
சதுரமுகி



ஒழுங்கான நான்முகி



சதுர அடிக்கூம்பகம்



முக்கோண அரியம்

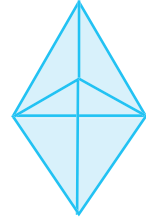
மீட்டற் பயிற்சி

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.

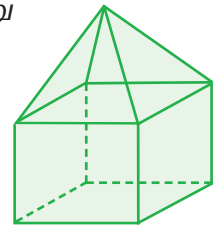
திண்மம்	விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை	முகங்களின் எண்ணிக்கை	உச்சிகளின் எண்ணிக்கை
கனவுரு	12	6	8
சதுரமுகி			
ஒழுங்கான நான்முகி			
சதுரக் கூம்பகம்			
முக்கோண அரியம்			

2. பின்வரும் ஒவ்வொரு திண்மத்தையும் அமைப்பதற்குப் பயன்படுத்தப்படும் வலையின் உருவை வரைக.
- சதுரக் கூம்பகம்
 - முக்கோண அரியம்

3. ஒன்றுக்கொன்று சமமான இரண்டு ஒழுங்கான நான்முகிகளின் இரு முக்கோண முகங்களை ஒன்றுடனொன்று ஒட்டி உருவாக்கப்பட்ட ஒரு திண்மப் பொருளின் உருவம் இங்கு காட்டப்பட்டுள்ளது. இத்திண்மப் பொருளின் விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை, உச்சிகளின் எண்ணிக்கை, முகங்களின் எண்ணிக்கை ஆகியவற்றைக் காண்க.

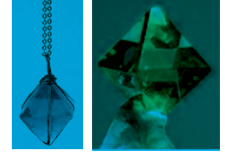


4. ஒரு சதுரமுகியையும் ஒரு சதுரக் கூம்பகத்தையும் ஒன்று சேர்த்து உருவாக்கப்பட்ட கூட்டுத் திண்மம் உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளது. இத்திண்மத்தின்
- விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை
 - முகங்களின் எண்ணிக்கை
 - உச்சிகளின் எண்ணிக்கை
- ஆகியவற்றைக் காண்க.

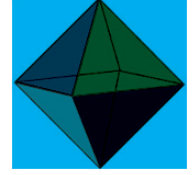


6.2 எண்முகி

ஆபரணங்களைத் தயாரிப்பதற்குப் பயன்படுத்தப்படும் வைரக் கற்களும் சில மாணிக்கக் கல் வகைகளும் இவ்வடிவத்தில் பட்டை தீட்டப்படுகின்றன. எட்டு முக்கோண வடிவ முகங்களால் அமைந்துள்ள ஒரு திண்மப் பொருளானது **எண்முகி** (Octahedron) எனப்படும்.



ஒரே அளவிலான எட்டு சமபக்க முக்கோண வடிவிலான முகங்களைக் கொண்டுள்ள திண்மம் **ஒழுங்கான எண்முகி** எனப்படும். உருவில் ஓர் ஒழுங்கான எண்முகி காட்டப்பட்டுள்ளது.

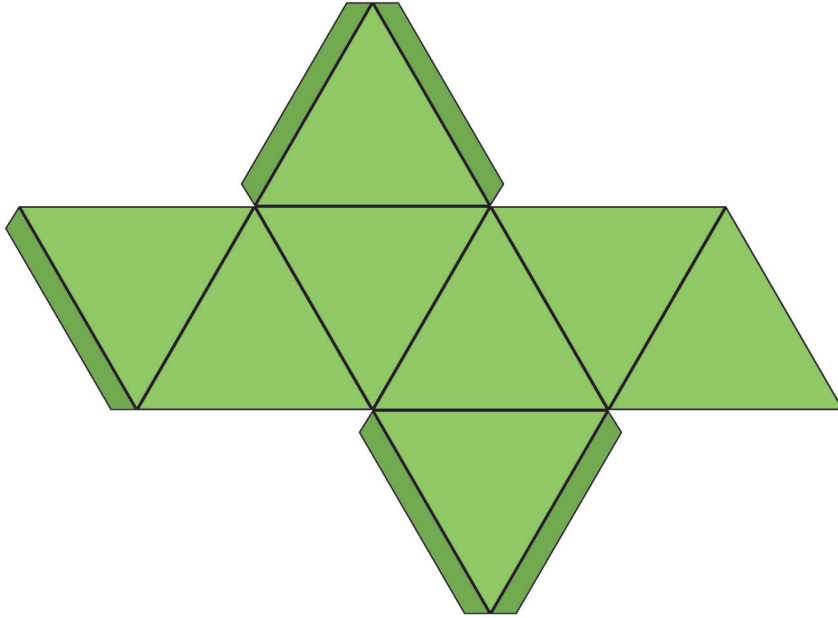


ஓர் ஒழுங்கான எண்முகியின் பண்புகளைச் செயற்பாடு 1 இனூடாக அறிந்து கொள்வோம்.



செயற்பாடு 1

படி 1 - இங்கு தரப்பட்டுள்ள உருவை பிரிஸ்டல் அட்டை போன்ற தடிப்பான ஒரு தாளில் பிரதிசெய்து கொள்க. அல்லது ஒரு நகலை எடுத்துத் (Photo copy) தடிப்பான ஒரு தாளில் ஒட்டிக் கொள்க.

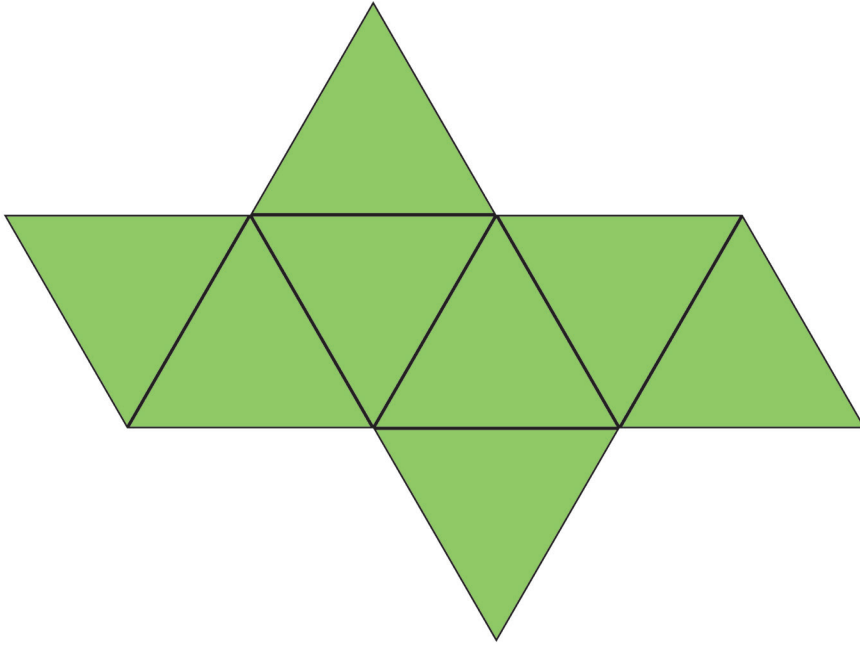


உரு (i)

படி 2 - பிரிஸ்டல் அட்டை மீது வரைந்த அல்லது ஒட்டிக் கொண்ட உருவை வெட்டியெடுத்து விளிம்பின் வழியே மடித்து ஓரப் பகுதிகளை ஒட்டுவதன் மூலம் ஓர் ஒழுங்கான எண்முகியின் மாதிரி ஒன்றை அமைத்துக் கொள்க.

படி 3 - அமைத்துக் கொண்ட மாதிரியிலிருந்து ஓர் ஒழுங்கான எண்முகியின் முகங்களின் எண்ணிக்கை, விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை, உச்சிகளின் எண்ணிக்கை ஆகியவற்றைக் காண்க. அதிலுள்ள வேறு சிறப்புப் பண்புகளைப் பரிட்சித்துப் பார்க்க.

படி 4 - நீங்கள் பரிட்சித்து அறிந்து கொண்ட பண்புகளை உங்கள் அப்பியாசப் புத்தகத்தில் எழுதுக.



உரு (ii)

ஓர் ஒழுங்கான எண்முகியின் ஒரு மாதிரியைத் தயாரித்துக் கொள்வதற்குப் பயன்படுத்திய உரு (i) இன் ஒட்டும் ஓரப் பகுதிகளை நீக்கும்போது பெறப்படும் உருவானது ஓர் ஒழுங்கான எண்முகியின் வலை (உரு (ii)) எனப்படும்.

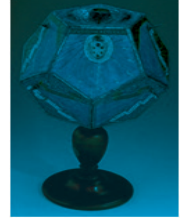
மேற்குறித்த செயற்பாட்டில், நீங்கள் தயாரித்த பொருளானது ஓர் ஒழுங்கான எண்முகியின் ஒரு மாதிரி ஆகும்.

ஒழுங்கான எண்முகியின் பண்புகள்

- ஒழுங்கான எண்முகியில் 8 முகங்கள் உள்ளன.
- அதிலுள்ள எல்லா முகங்களும் ஒன்றுக்கொன்று சமமான சமபக்க முக்கோண வடிவத்தைக் கொண்டுள்ளன.
- ஒழுங்கான எண்முகியில் 6 உச்சிகள் உள்ளன.
- ஒழுங்கான எண்முகியில் 12 விளிம்புகள் உள்ளன. அதிலுள்ள எல்லா விளிம்புகளும் நேர் விளிம்புகள் ஆகும்.

6.3 பன்னிருமுகி

இவ்வருவின் மாதிரி பல அலங்காரங்களைச் செய்வதற்குப் பயன்படுத்தப்படும்.



பன்னிரண்டு ஒழுங்கான ஐங்கோணி வடிவ முகங்களினால் உருவாக்கப்பட்டுள்ள ஒரு திண்மம் ஒழுங்கான பன்னிருமுகி (Regular Dodecahedron) என அழைக்கப்படும். உருவில் ஒழுங்கான பன்னிருமுகி காட்டப்பட்டுள்ளது.

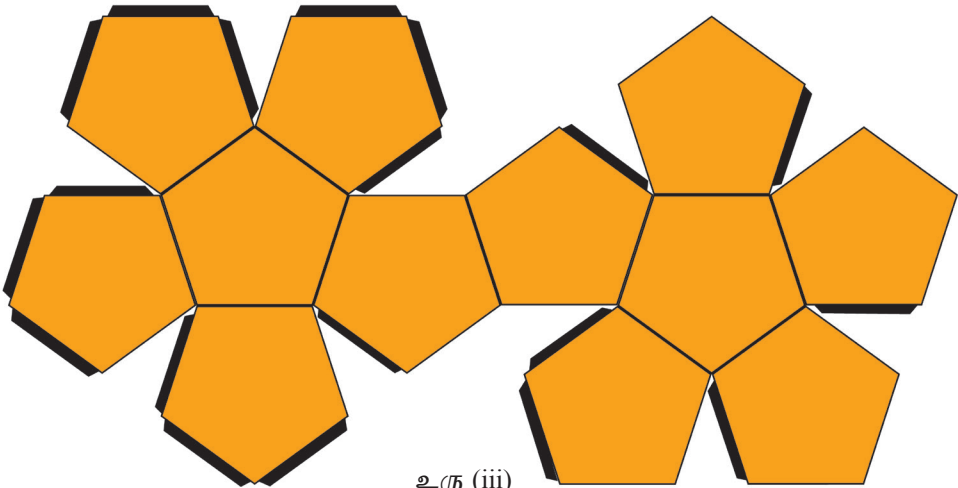


ஒழுங்கான பன்னிருமுகியின் பண்புகளைச் செயற்பாடு 2 இன் மூலம் அறிந்து கொள்வோம்.



செயற்பாடு 2

படி 1 - இங்கு தரப்பட்டுள்ள உருவை பிரிஸ்டல் அட்டை போன்ற தடிப்பான ஒரு தாளில் பிரதிசெய்து கொள்க. அல்லது ஒரு நகற் பிரதியை எடுத்து தடிப்பான ஒரு தாளில் ஒட்டிக் கொள்க.

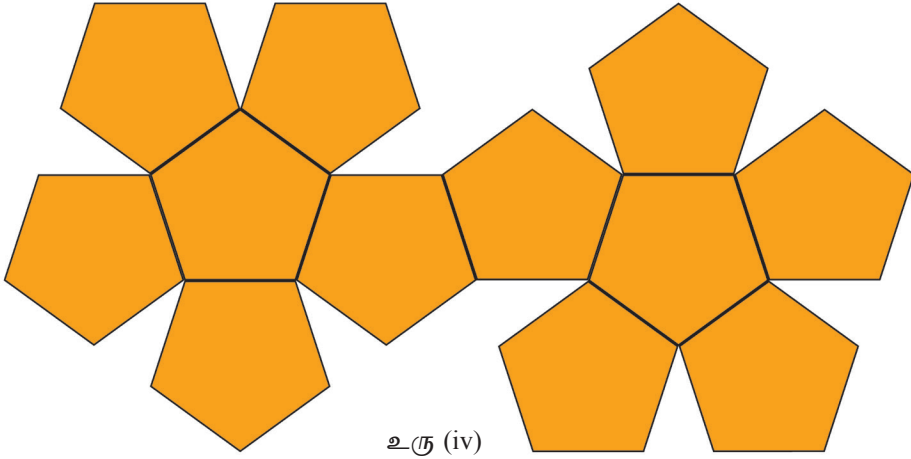


உரு (iii)

படி 2 - பிரிஸ்டல் அட்டை மீது வரைந்த அல்லது ஒட்டிக் கொண்ட உருவை வெட்டியெடுத்து விளிம்பின் வழியே மடித்து ஓரப் பகுதிகளை ஒட்டுவதன் மூலம் ஒரு பன்னிருமுகியின் மாதிரியை அமைத்துக் கொள்க.

படி 3 - அமைத்துக் கொண்ட மாதிரியிலிருந்து ஒரு பன்னிருமுகியின் முகங்களின் எண்ணிக்கை, விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை, உச்சிகளின் எண்ணிக்கை ஆகியவற்றைக் காண்க. அதிலுள்ள வேறு சிறப்புப் பண்புகளைப் பரீட்சித்துப் பார்க்க.

படி 4 - பரீட்சித்து அறிந்து கொண்ட பண்புகளை உங்கள் அப்பியாசப் புத்தகத்தில் எழுதுக.



உரு (iv)

ஓர் ஒழுங்கான பன்னிருமுகியின் ஒரு மாதிரியைத் தயாரித்துக்கொள்ளப் பயன்படுத்திய மேற்குறித்த உருவில் ஒட்டும் ஓரப் பகுதிகளை நீக்கும்போது பெறப்படும் உருவானது ஒழுங்கான பன்னிருமுகியின் வலை (உரு (iv)) எனப்படும்.

மேற்குறித்த செயற்பாட்டில் நீங்கள் தயாரித்த பொருளானது ஓர் ஒழுங்கான பன்னிருமுகியின் மாதிரி ஆகும்.

ஓர் ஒழுங்கான பன்னிருமுகியின் பண்புகள்

- ஒழுங்கான பன்னிருமுகியில் 12 முகங்கள் உள்ளன.
- அதிலுள்ள எல்லா முகங்களும் ஒழுங்கான ஐங்கோணி வடிவத்தைக் கொண்டுள்ளன.
- ஒழுங்கான பன்னிருமுகியில் 20 உச்சிகள் உள்ளன.
- ஒழுங்கான பன்னிருமுகியில் 30 விளிம்புகள் உள்ளன. அதிலுள்ள எல்லா விளிம்புகளும் நேர் விளிம்புகள் ஆகும்.

6.4 இருபதுமுகி

விசாகப் (வெசாக்) பண்டிகைக் கூடுகள் அமைத்தல் போன்ற அலங்காரங்களுக்குப் பயன்படுத்தப்படும் மேலுமொரு வடிவத்தின் ஓர் உரு இங்கு தரப்பட்டுள்ளது. இவ்வடிவமானது இருபதுமுகி (Icosahedron) என அழைக்கப்படும்.



இருபது சமபக்க முக்கோண வடிவ முகங்களால் அமைந்துள்ள இத்திண்மம் ஒழுங்கான இருபதுமுகி எனப்படும். உருவில் ஓர் ஒழுங்கான இருபதுமுகி காட்டப்பட்டுள்ளது.

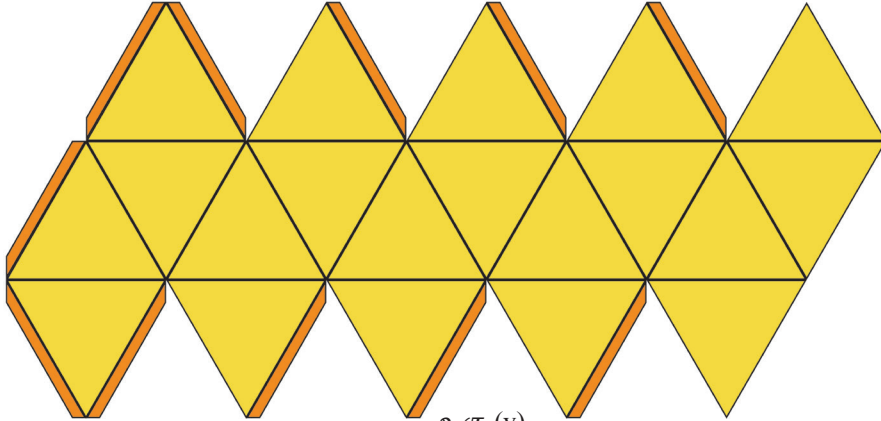


ஓர் ஒழுங்கான இருபதுமுகியின் பண்புகளைச் செயற்பாடு 3 இன் மூலம் அறிந்து கொள்வோம்.



செயற்பாடு 3

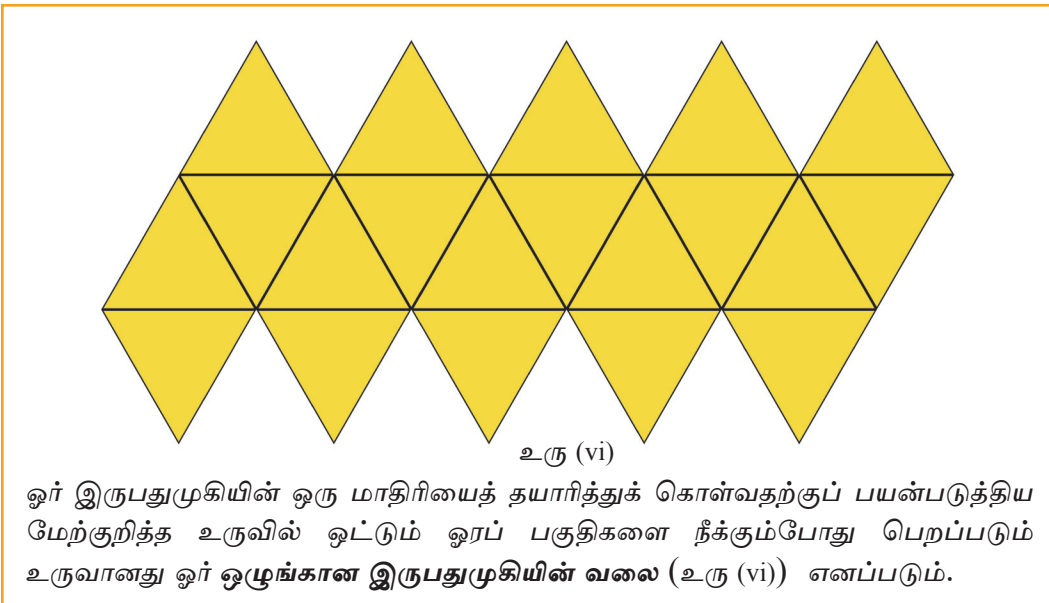
படி 1 - இங்கு தரப்பட்டுள்ள உருவை பிரிஸ்டல் அட்டை போன்ற தடிப்பான ஒரு தாளில் பிரதிசெய்து கொள்க. அல்லது ஒரு நகலை எடுத்து தடிப்பான ஒரு தாளில் ஒட்டிக் கொள்க.



படி 2 - பிரிஸ்டல் அட்டை மீது வரைந்த அல்லது ஒட்டிக் கொண்ட உருவை வெட்டியெடுத்து விளிம்பின் வழியே மடித்து ஓரப் பகுதிகளை ஒட்டுவதன் மூலம் ஓர் இருபதுமுகியின் ஒரு மாதிரியை அமைத்துக் கொள்க.

படி 3 - அமைத்துக் கொண்ட மாதிரியிலிருந்து இருபதுமுகியின் முகங்களின் எண்ணிக்கை, விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை, உச்சிகளின் எண்ணிக்கை ஆகியவற்றைக் காண்க. அதிலுள்ள வேறு சிறப்புப் பண்புகளைப் பரீட்சித்துப் பார்க்க.

படி 4 - பரீட்சித்து அறிந்து கொண்ட பண்புகளை உங்களது அப்பியாசப் புத்தகத்தில் எழுதுக.



மேற்குறித்த செயற்பாட்டில் நீங்கள் தயாரித்த பொருளானது ஓர் ஒழுங்கான இருபதுமுகியின் ஒரு மாதிரி ஆகும்.

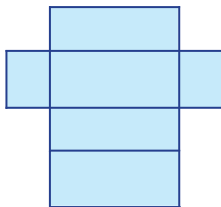
ஓர் ஒழுங்கான இருபதுமுகியின் பண்புகள்

- ஒழுங்கான இருபதுமுகியில் 20 முகங்கள் உள்ளன.
- அதிலுள்ள எல்லா முகங்களும் சமபக்க முக்கோண வடிவத்தைக் கொண்டுள்ளன.
- ஒழுங்கான இருபதுமுகியில் 12 உச்சிகள் உள்ளன.
- ஒழுங்கான இருபதுமுகியில் 30 விளிம்புகள் உள்ளன. அதிலுள்ள எல்லா விளிம்புகளும் நேர் விளிம்புகள் ஆகும்.

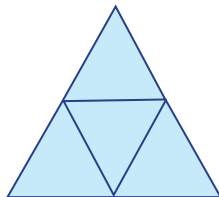
பயிற்சி 6.1

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு வலையையும் பயன்படுத்திச் செய்யத்தக்க திண்மங்களைப் பெயரிடுக.

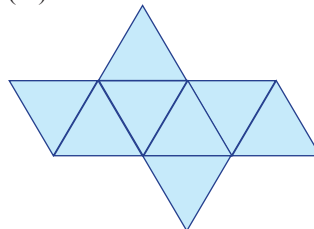
(i)



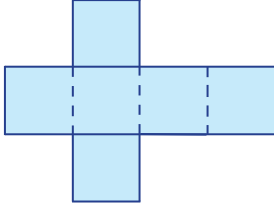
(ii)



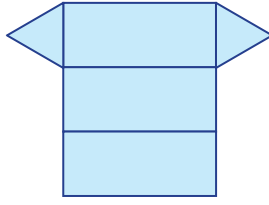
(iii)



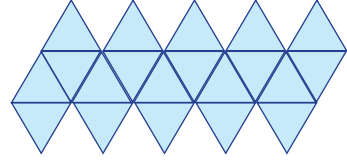
(iv)



(v)



(vi)



6.5 திண்மங்களுக்கு ஒயிலரின் தொடர்பை வாய்ப்புப் பார்த்தல்

நீங்கள் தரம் 7 இல் கற்ற சுவில் இனத்தவரான ஒயிலர் என்னும் கணிதவியலாளரினால் முன்வைக்கப்பட்ட ஒரு திண்மத்தின் விளிம்புகள், உச்சிகள், மேற்பரப்புகள் ஆகியவற்றுக்கிடையிலான தொடர்பை மீண்டும் நினைவுகூர்வோம்.

ஒயிலரின் தொடர்பு

நேர் விளிம்புகளைக் கொண்ட ஒரு திண்மத்தின் முகங்களின் எண்ணிக்கை, உச்சிகளின் எண்ணிக்கை ஆகியவற்றின் கூட்டுத்தொகையானது விளிம்புகளின் எண்ணிக்கையிலும் இரண்டு கூடியதாகும்.

இத்தொடர்பை இவ்வாறும் எழுதலாம்.

$$\begin{array}{ccccc}
 \text{உச்சிகளின் } (V) & + & \text{முகங்களின் } (F) & = & \text{விளிம்புகளின் } (E) + 2 \\
 \text{எண்ணிக்கை} & & \text{எண்ணிக்கை} & & \text{எண்ணிக்கை} \\
 V & + & F & = & E + 2
 \end{array}$$

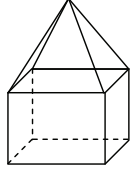
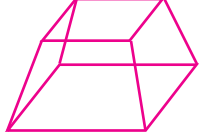


செயற்பாடு 4

நீங்கள் செயற்பாடுகள் 1, 2, 3 ஆகியவற்றில் அமைத்த திண்மங்களை அவதானித்து கீழே தரப்பட்டுள்ள அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.

திண்மம்	உச்சிகளின் எண்ணிக்கை (V)	முகங்களின் எண்ணிக்கை (F)	விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை (E)	ஒயிலரின் தொடர்பு உண்மையா? இல்லையா?
ஒழுங்கான எண்முகி				
ஒழுங்கான பன்னிருமுகி				
ஒழுங்கான இருபதுமுகி				

பயிற்சி 6.2

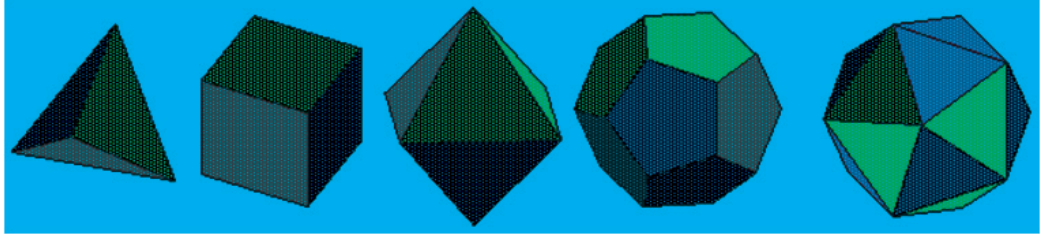
1. ஓர் ஒழுங்கான நான்முகியின் முகங்களின் எண்ணிக்கை, உச்சிகளின் எண்ணிக்கை, விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை ஆகியவற்றிலிருந்து ஒயிலரின் தொடர்பை வாய்ப்புப் பார்க்க.
2. ஒரு சதுர அடியை உடைய ஒரு கூம்பகத்தில்
 - (i) விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை, முகங்களின் எண்ணிக்கை, உச்சிகளின் எண்ணிக்கை ஆகியவற்றை எழுதுக.
 - (ii) இப்பெறுமானங்கள் ஒயிலரின் தொடர்புடன் ஒத்துப் போகின்றன எனக் காட்டுக.
3. குறித்த ஒரு திண்மத்தில் 9 விளிம்புகளும் 6 உச்சிகளும் உண்டெனின் ஒயிலரின் தொடர்பிலிருந்து அதன் முகங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
4. குறித்த ஒரு திண்மத்தின் உரு இங்கே தரப்பட்டுள்ளது. இத்திண்மத் திற்கு ஒயிலரின் தொடர்பு உண்மையாகுமா, இல்லையா என்பதைக் காரணங்களுடன் காட்டுக.
5. 10 விளிம்புகளையும் 6 முகங்களையும் கொண்ட ஒரு திண்மத்திற்கு ஒயிலரின் தொடர்பு பொருந்துமெனின், அத்திண்மத்தின் உச்சிகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
6. ஒரு சதுரக் கூம்பக வடிவிலான ஒரு திண்மத்தின் மேற்பகுதியை வெட்டி அகற்றி உருவாக்கப்பட்ட ஒரு திண்மத்தின் மாதிரி உருவில் தரப்பட்டுள்ளது. இத்திண்மத்திற்கு ஒயிலரின் தொடர்பை வாய்ப்புப் பார்க்க.

6.6 பிளேற்றோவின் திண்மங்கள்

திண்மங்களின் எல்லா முகங்களும் சமனானவை ஆகவும் அவை ஒரே வகையிலான ஒழுங்கான பல்கோணிகள் ஆகவும் ஒவ்வொரு உச்சியிலும் சந்திக்கும் முகங்களின் எண்ணிக்கை சமமாக உள்ளதுமான திண்மங்கள் பிளேற்றோவின் திண்மங்கள் எனப்படும்.

இவ்வாறான 5 திண்மங்களைப் பற்றி இதுவரை நீங்கள் கற்றுள்ளீர்கள். அவை ஒழுங்கான நான்முகி, சதுரமுகி, ஒழுங்கான எண்முகி, ஒழுங்கான பன்னிருமுகி, ஒழுங்கான இருபதுமுகி ஆகியவை ஆகும். இவையே இதுவரை அறியப்பட்டுள்ள பிளேற்றோவின் திண்மங்கள் ஆகும்.

இத்திண்மங்கள் பிளேற்றோவின் திண்மங்கள் (Platonic solids) என அழைக்கப்படுகின்றன.



ஒழுங்கான
நான்முகி

சதுரமுகி

ஒழுங்கான
எண்முகி

ஒழுங்கான
பன்னிருமுகி

ஒழுங்கான
இருபதுமுகி

பயிற்சி 6.3

1. பின்வரும் அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.

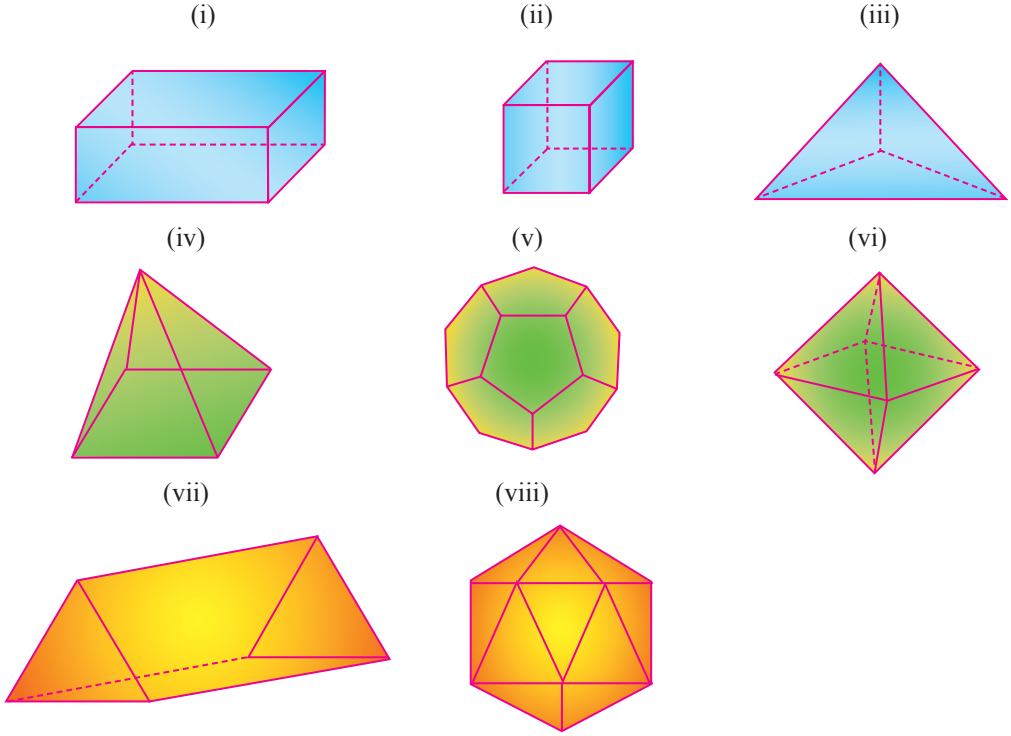
திண்மம்	திண்மத்தில் உள்ள முகங்களின் வடிவம்	எல்லா முகங்களும் ஒழுங்கானவையா? இல்லையா?	ஒவ்வொரு உச்சியிலும் சந்திக்கும் முகங்களின் எண்ணிக்கைகள் சமனானவையா? சமனற்றவையா?	ஒர் உச்சியில் சந்திக்கும் விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை	இதற்கேற்பத் திண்மம் பிளேற்றேவின் திண்மமா? இல்லையா? என்பது பற்றி ஆம்/இல்லை
<p>சதுரமுகி</p>	சதுரம்	ஒழுங்கானது	சமனானது	3	ஆம்
<p>கனவுரு</p>					
<p>ஒழுங்கான நான்முகி</p>					
<p>ஒழுங்கான எண்முகி</p>					



<p>ஒழுங்கான பன்னிருமுகி</p>					
<p>ஒழுங்கான இருபதுமுகி</p>					
<p>கனவுரு மற்றும் கூம்பகம் ஆகியவற்றை இணைத்த கூட்டுத் திண்மம்</p>					

2. விளிம்புகளின் நீளங்கள் சமனாகவுள்ள ஒரு ஒழுங்கான இருபதுமுகியையும் 20 ஒழுங்கான நான்முகியையும் அமைத்துக் கொள்க. இருபதுமுகியின் ஒவ்வொரு முகத்தையும் தொடுமாறு 20 நான்முகிகளையும் ஒட்டுவதன் மூலம் கூட்டுத் திண்மத்தை அமைத்துக் கொள்க. இக்கூட்டுத் திண்மத்தின்
- விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை
 - முகங்களின் எண்ணிக்கை
 - உச்சிகளின் எண்ணிக்கை
- ஆகியவற்றைக் காண்க.

3. கீழே தரப்பட்டுள்ள திண்மங்களில் பிளேற்றோவின் திண்மங்களைத் தெரிந்து அவற்றின் இலக்கங்களை எழுதுக.



பொழிப்பு

- 📖 நேர் விளிம்புகளுடனான ஒரு திண்மத்தின் முகங்களின் எண்ணிக்கையினதும் உச்சிகளின் எண்ணிக்கையினதும் கூட்டுத்தொகையானது விளிம்புகளின் எண்ணிக்கையிலும் இரண்டால் கூடியதாகும்.
- 📖 திண்மங்களின் எல்லா முகங்களும் சமனானவை ஆகவும் அவை ஒரே வகையிலான ஒழுங்கான பல்கோணிகள் ஆகவும் ஒவ்வொரு உச்சியிலும் சந்திக்கும் முகங்களின் எண்ணிக்கை சமமாக உள்ளதுமான திண்மங்கள் பிளேற்றோவின் திண்மங்கள் எனப்படும்.
- 📖 ஒழுங்கான நான்முகி, சதுரமுகி, ஒழுங்கான எண்முகி, ஒழுங்கான பன்னிருமுகி, ஒழுங்கான இருபதுமுகி ஆகிய ஐந்து திண்மங்கள் இதுவரை கண்டறியப்பட்ட பிளேற்றோவின் திண்மங்கள் என அழைக்கப்படும்.

பண்புகள் திண்மப் பொருள்	ஒரு முகத்தின் வடிவம்	முகங்களின் எண்ணிக்கை	விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை	உச்சிகளின் எண்ணிக்கை
சதுரமுகி	சதுர வடிவம்	6	12	8
கனவுரு	செவ்வக வடிவம், சதுரம்	6	12	8
ஒழுங்கான நான்முகி	சமபக்க முக்கோண வடிவம்	4	6	4
சதுரக் கூம்பகம்	ஒரு முகம் சதுர வடிவானது. மற்றைய நான்கு முகங்களும் ஒரே அளவான முக்கோண வடிவங்கள்	5	8	5
முக்கோண அரியம்	2 முக்கோண வடிவ முகங்கள் 3 செவ்வக வடிவ முகங்கள்	5	9	6
ஒழுங்கான எண்முகி	ஒன்றுக்கொன்று சமனான சமபக்க முக்கோண வடிவங்கள்	8	12	6
ஒழுங்கான பன்னிருமுகி	ஒழுங்கான ஐங்கோணி வடிவம்	12	30	20
ஒழுங்கான இருபதுமுகி	சமபக்க முக்கோண வடிவம்	20	30	12