3 கோணங்கள்

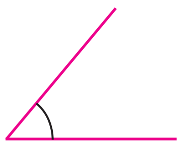
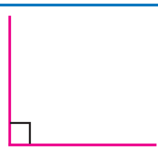
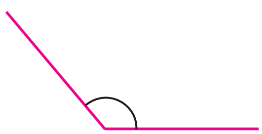
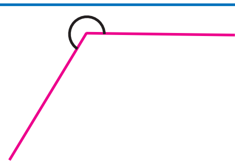
இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- நிரப்பு கோணங்கள், மிகைநிரப்பு கோணங்கள், அடுத்துள்ள கோணங்கள், குத்தெதிர்க் கோணங்கள் ஆகியவற்றை இனங்காண்பதற்கும்
- ஒரு நேர்கோட்டின் மீது உள்ள ஒரு புள்ளியைச் சுற்றி நேர்கோட்டின் ஒரு பக்கத்தில் இருக்கும் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° என இனங் காண்பதற்கும்
- ஒரு புள்ளியைச் சுற்றி உள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360° என இனங் காண்பதற்கும்
- இரு நேர்கோடுகள் இடைவெட்டும்போது உண்டாகும் குத்தெதிர்க் கோணங்கள் சமம் என இனங்காண்பதற்கும்
- கோணங்கள் தொடர்பான பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

3.1 கோணங்கள்

கோணம் அளக்கப்படும் நியம அலகு பாகை எனவும் 1 பாகையானது 1° என எழுதப்படும் எனவும் நீங்கள் தரம் 7 இற் கற்றுள்ளீர்கள்.

கோணம்	வடிவம்	குறிப்பு
கூர்ங்கோணம்		பருமன் 90° இலும் குறைவாகவுள்ள கோணம் கூர்ங்கோணம் ஆகும்.
செங்கோணம்		பருமன் 90° ஆகவுள்ள கோணம் செங்கோணம் ஆகும்.
விரிகோணம்		பருமன் 90° இலும் கூடியதும் 180° இலும் குறைந்ததும், அதாவது 90° இற்கும் 180° இற்குமிடையே உள்ள கோணம் விரிகோணம் ஆகும்.
நேர் கோணம்		பருமன் 180° ஆகவுள்ள கோணம் நேர் கோணம் ஆகும்.
பின்வளைகோணம்		பருமன் 180° இற்கும் 360° இற்குமிடையே உள்ள கோணம் பின்வளை கோணம் ஆகும்.

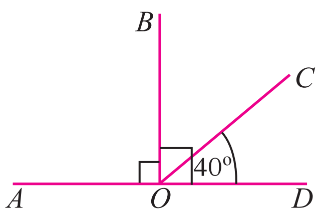
தரம் 7 இல் கோணங்கள் என்னும் பாடத்தின் கீழ் நீங்கள் கற்ற மேற்குறித்த விடயங்களை நினைவுகூர்வதற்குப் பின்வரும் மீட்டற் பயிற்சியில் ஈடுபடுக.

மீட்டற் பயிற்சி

1. பின்வரும் A, B ஆகிய இரு கூட்டங்களையும் பிரதிசெய்து பொருத்தமானவாறு தொடுக்க.

கூட்டம் A	கூட்டம் B
135^o	கூர்ங்கோணம்
90^o	செங்கோணம்
180^o	விரிகோணம்
35^o	நேர் கோணம்
245^o	பின்வளைகோணம்
190^o	
280^o	

2. உருவில் உள்ள கோணங்களிடையே பின்வரும் கோணங்கள் ஒவ்வொன்றினதும் பருமனையும் அதன் வகையையும் எழுதுக.



(i) $A\hat{O}B$ (ii) $C\hat{O}D$

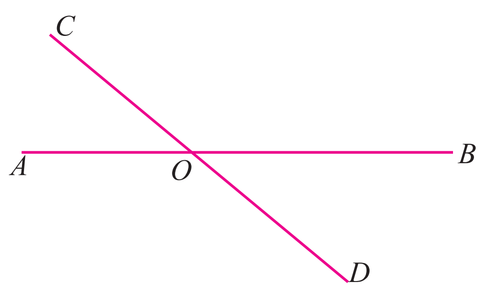
(iii) $B\hat{O}D$ (iv) $B\hat{O}C$

(v) $A\hat{O}C$ (vi) $A\hat{O}D$

3. பாகைமானியைப் பயன்படுத்திப் பின்வரும் கோணங்களை வரைந்து பெயரிடுக.

(i) $P\hat{Q}R = 60^o$ (ii) $A\hat{B}C = 90^o$ (iii) $X\hat{Y}Z = 130^o$ (iv) $K\hat{L}M = 48^o$

4. உருவில் உள்ளவாறு AB, CD என்னும் இரு நேர்கோட்டுத் துண்டங்களை O இல் ஒன்றையொன்று இடைவெட்டுமாறு வரைக.



(i) $A\hat{O}C$, $C\hat{O}B$, $B\hat{O}D$, $A\hat{O}D$ ஆகிய வற்றை அளந்து எழுதுக.

(ii) $A\hat{O}C + C\hat{O}B$ இன் பெறுமானம் யாது ?

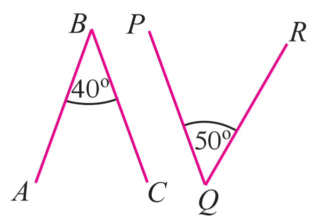
(iii) $A\hat{O}C$, $B\hat{O}D$ ஆகிய கோணச் சோடி சமமா?

3.2 நிரப்பு கோணங்களும் மிகைநிரப்பு கோணங்களும்

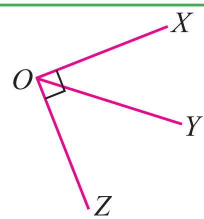
இப்போது நாம் நிரப்பு கோணங்களும் மிகைநிரப்பு கோணங்களும் யாவை என இனங்காண்போம்.

- **நிரப்பு கோணங்கள்**

பின்வரும் உருக்களில் இரு கோணச் சோடிகள் காணப்படுகின்றன. ஒவ்வொரு சோடியினதும் இரு கோணங்களினதும் கூட்டுத்தொகை பற்றி ஆராய்வோம்.



$A\hat{B}C + P\hat{Q}R = 40^\circ + 50^\circ$
$= 90^\circ$



$X\hat{O}Y + Y\hat{O}Z = 90^\circ$

மேற்குறித்த ஒவ்வொரு கோணச் சோடியிலும் இரு கோணங்களினதும் கூட்டுத் தொகையாக 90° கிடைத்துள்ளது.

ஒரு கூர்ங்கோணச் சோடியின் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 90° எனின், அக்கோணச் சோடி **நிரப்புகோணச் சோடி** எனப்படும்.

இவ்விளக்கத்திற்கேற்ப மேற்குறித்த உருக்களில்

$A\hat{B}C$, $P\hat{Q}R$ ஆகியன ஒரு நிரப்பு கோணச் சோடியாகும்.

$X\hat{O}Y$, $Y\hat{O}Z$ ஆகியன ஒரு நிரப்பு கோணச் சோடியாகும்.

கூட்டுத்தொகை 90° ஆவதற்குத் தரப்பட்ட ஒரு கூர்ங்கோணத்துடன் கூட்டப்பட வேண்டிய கூர்ங்கோணம் தரப்பட்ட கோணத்தின் **நிரப்பு கோணம்** ஆகும்.

$30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$ ஆகவே கோணம் 30° இன் நிரப்பு கோணத்தின் பருமன் 60° ஆகும்.

உதாரணம் 1

கோணம் 38° இன் நிரப்பு கோணத்தின் பருமனைக் காண்க.

நிரப்பு கோணச் சோடியின் கூட்டுத்தொகை 90° ஆகையால், கோணம் 38° இன் நிரப்பு கோணத்தின் பருமன் $= 90^\circ - 38^\circ = 52^\circ$

உதாரணம் 2

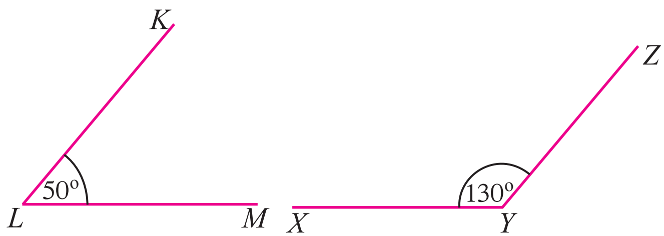
$A\hat{B}C = 48^\circ$, $P\hat{Q}R = 66^\circ$, $K\hat{L}M = 42^\circ$, $X\hat{Y}Z = 24^\circ$, இக்கோணங்களிடையே நிரப்பு கோணச் சோடிகளைப் பெயரிடுக.

$48^\circ + 42^\circ = 90^\circ$, $\therefore$ $A\hat{B}C$, $K\hat{L}M$ ஆகியன ஒரு நிரப்பு கோணச் சோடியாகும்.
$66^\circ + 24^\circ = 90^\circ$, $\therefore$ $P\hat{Q}R$, $X\hat{Y}Z$ ஆகியன ஒரு நிரப்பு கோணச் சோடியாகும்.

- **மிகைநிரப்பு கோணங்கள்**

உருவில் உள்ள இரு கோணங்களினதும் கூட்டுத்தொகை பற்றி ஆராய்வோம்.

$$K\hat{L}M + X\hat{Y}Z = 50^\circ + 130^\circ$$
$$= 180^\circ$$



ஒரு கோணச் சோடியின் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° எனின், அக்கோணச் சோடி **மிகை நிரப்பு கோணச் சோடி** எனப்படும்.

இவ்விளக்கத்திற்கேற்ப $K\hat{L}M$, $X\hat{Y}Z$ ஆகியன ஒரு மிகைநிரப்பு கோணச் சோடி ஆகும்.

கூட்டுத்தொகை 180°ஆவதற்குத் தரப்பட்ட 180° இலும் குறைந்த ஒரு கோணத்துடன் கூட்டப்படவேண்டிய கோணம் தரப்பட்ட கோணத்தின் **மிகைநிரப்பு கோணம்** ஆகும்.

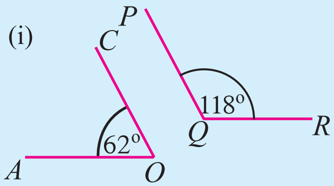
$60^\circ + 120^\circ = 180^\circ$

$\therefore$ கோணம் 60° இன் மிகைநிரப்பு கோணம் 120° ஆகும்.

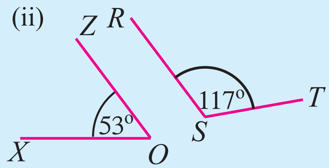
உதாரணம் 1

தரப்பட்டுள்ள இரு உருக்களிலும் உள்ள கோணச் சோடிகள் மிகைநிரப்பு கோணங்களா என விளக்குக.

(i)



(ii)



(i) $A\hat{O}C + P\hat{Q}R = 62° + 118°$

$= 180°$

$\therefore A\hat{O}C, P\hat{Q}R$ ஆகியன ஒரு மிகைநிரப்பு கோணச் சோடியாகும்.

(ii) $X\hat{O}Z + R\hat{S}T = 53° + 117°$

$= 170°$

இரு கோணங்களினதும் பருமன்களின் கூட்டுத்தொகை 180° அன்று ஆகையால், $X\hat{O}Z$, $R\hat{S}T$ ஆகியன ஒரு மிகைநிரப்பு கோணச் சோடியன்று.

பயிற்சி 3.1

1. பிரதிசெய்து பூரணப்படுத்துக.

(i) பருமன் 60° ஆகவுள்ள கோணத்தின் நிரப்பு கோணத்தின் பருமன் ..... ஆகும்.
பருமன் 60° ஆகவுள்ள கோணத்தின் மிகைநிரப்பு கோணத்தின் பருமன் ..... ஆகும்.

(ii) பருமன் 75° ஆகவுள்ள கோணத்தின் நிரப்பு கோணத்தின் பருமன் ...... ஆகும்.
பருமன் 75° ஆகவுள்ள கோணத்தின் மிகைநிரப்பு கோணத்தின் பருமன் ..... ஆகும்.

(iii) பருமன் 25° ஆகவுள்ள கோணத்தின் நிரப்பு கோணத்தின் பருமன் ..... ஆகும்.
பருமன் 25° ஆகவுள்ள கோணத்தின் மிகைநிரப்பு கோணத்தின் பருமன் ..... ஆகும்.

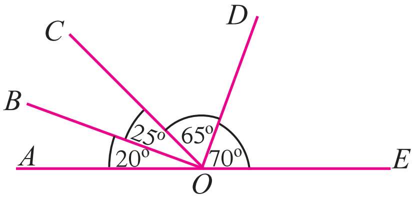
(iv) பருமன் 1° ஆகவுள்ள கோணத்தின் நிரப்பு கோணத்தின் பருமன் ..... ஆகும்.
பருமன் 1° ஆகவுள்ள கோணத்தின் மிகைநிரப்பு கோணத்தின் பருமன் ..... ஆகும்.

2. $A\hat{B}C = 72^{\circ}$, $P\hat{Q}R = 15^{\circ}$, $X\hat{Y}Z = 28^{\circ}$, $K\hat{L}M = 165^{\circ}$, $B\hat{O}C = 18^{\circ}$, $M\hat{N}L = 108^{\circ}$, $D\hat{E}F = 75^{\circ}$
மேற்குறித்த கோணங்களிடையே

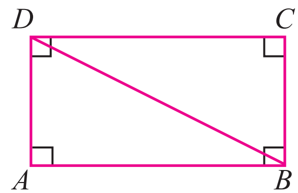
(i) இரு நிரப்பு கோணச் சோடிகளை எழுதுக.
(ii) இரு மிகைநிரப்பு கோணச் சோடிகளை எழுதுக.

3. தரப்பட்டுள்ள உருவில்

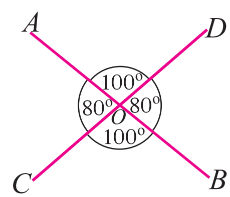
(i) $B\hat{O}C$, $C\hat{O}D$ ஆகியவற்றின் கூட்டுத்தொகை யாது?
(ii) $B\hat{O}C$ இன் நிரப்பு கோணம் யாது?
(iii) $A\hat{O}D$ இன் பெறுமானம் யாது?
(iv) $A\hat{O}D$, $D\hat{O}E$ ஆகியவற்றின் கூட்டுத்தொகை யாது?
(v) $D\hat{O}E$ இன் மிகைநிரப்பு கோணம் யாது?
(vi) $D\hat{O}E$ இன் நிரப்பு கோணம் யாது?



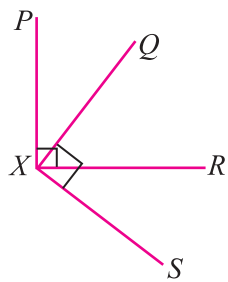
4. (i) இங்கு தரப்பட்டுள்ள உருவில் இரு நிரப்பு கோணச் சோடிகளை எழுதுக.



(ii) AB, CD என்னும் நேர்கோட்டுத் துண்டங்கள் O இல் இடைவெட்டுகின்றன. இங்கு உள்ள உருவில் 4 மிகைநிரப்பு கோணச் சோடிகளை எழுதுக.



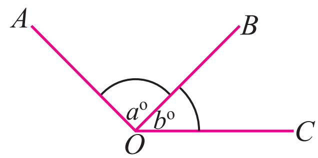
5. தரப்பட்டுள்ள உருவில் குறிக்கப்பட்டுள்ள தகவல்களுக் கேற்ப இரு நிரப்பு கோணச் சோடிகளைப் பெயரிட்டு எழுதுக.



6. பின்வரும் கூற்றுகளைப் பயிற்சிப் புத்தகத்தில் பிரதிசெய்து சரியானவற்றுக்கு எதிரே ✓ஐயும் பிழையானவற்றுக்கு எதிரே × ஐயும் இடுக.

(i) ஒரு கூர்ங்கோணத்தின் நிரப்பு கோணம் ஒரு கூர்ங்கோணம் ஆகும்.
(ii) ஒரு கூர்ங்கோணத்தின் நிரப்பு கோணம் ஒரு விரிகோணம் ஆகும்.
(iii) ஒரு விரிகோணத்தின் மிகைநிரப்பு கோணம் ஒரு விரிகோணம் ஆகும்.
(iv) ஒரு கூர்ங்கோணத்தின் மிகைநிரப்பு கோணம் ஒரு விரிகோணம் ஆகும்.

3.3 அடுத்துள்ள கோணங்கள்



உருவில் $A\hat{O}B$, $B\hat{O}C$ எனக் காட்டப்பட்டுள்ள இரு கோணங்களின் புயங்களையும் உச்சிகளையும் கருதுவோம்.

$A\hat{O}B$ இன் புயங்கள் AO, BO ஆகியனவாகும். O உச்சி ஆகும்.

$B\hat{O}C$ இன் புயங்கள் BO, CO ஆகியனவாகும். O உச்சி ஆகும்.

இவ்விரு கோணங்களுக்கும் புயம் BO உரியதாகும். அதாவது BO ஒரு **பொதுப் புயம்** ஆகும். இரு கோணங்களினதும் உச்சி O ஆகும். அதாவது O **ஒரு பொது உச்சி** ஆகும். மேலும் இரு கோணங்களும் பொதுப் புயம் OB இன் இரு பக்கங்களிலும் உள்ளன.

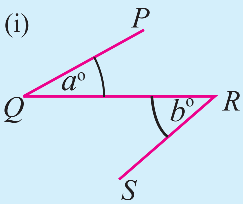
ஒரு பொதுப் புயமும் ஒரு பொது உச்சியும் உள்ளதுவும் பொதுப் புயத்தின் இரு பக்கங்களிலும் அமைந்திருக்கும் கோணச் சோடி அடுத்துள்ள கோணச் சோடி எனப்படும்.

இவ்விளக்கத்திற்கேற்ப மேற்குறித்த உருவில் $A\hat{O}B$, $B\hat{O}C$ ஆகியன அடுத்துள்ள கோணச் சோடியாகும்.

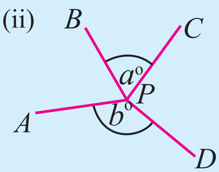
உதாரணம் 1

பின்வரும் உருக்களில் a, b ஆகியவற்றின் மூலம் காட்டப்படும் கோணச் சோடிகள் அடுத்துள்ள கோணங்களா என விளக்குக.

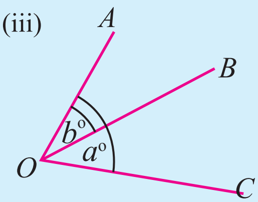
(i)



(ii)



(iii)



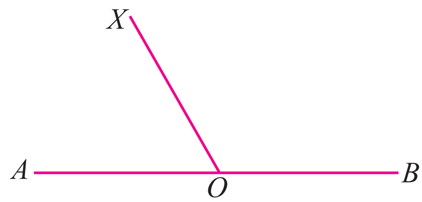
(i) இரு கோணங்களுக்கும் பொதுப் புயம் QR ஆகும். QR இன் இரு பக்கங்களிலும் கோணங்கள் உள்ளன. எனினும் ஒரு பொது உச்சி இல்லை. ஆகவே $P\hat{Q}R$, $Q\hat{R}S$ ஆகியன அடுத்துள்ள கோணங்களல்ல.

(ii) இரு கோணங்களுக்கும் ஒரு பொது உச்சி உள்ளது; எனினும் ஒரு பொதுப் புயம் இல்லை. ஆகவே $B\hat{P}C$, $A\hat{P}D$ ஆகியன அடுத்துள்ள கோணங்களல்ல.

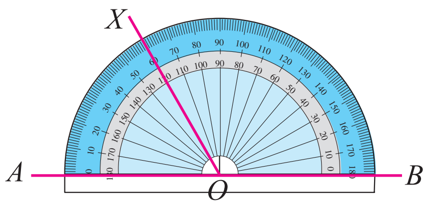
(iii) $A\hat{O}B$, $A\hat{O}C$ ஆகிய இரு கோணங்களுக்கும் ஒரு பொதுப் புயமும் ஒரு பொது உச்சியும் உள்ளன. பொதுப் புயம் AO ஆகும். பொதுப் புயத்தின் இரு பக்கங்களிலும் இரு கோணங்களும் அமையவில்லை.
$\therefore$ $A\hat{O}B$, $A\hat{O}C$ ஆகியன அடுத்துள்ள கோணங்களல்ல.

• நேர்கோடு மீது அடுத்துள்ள கோணங்கள்

நேர்கோடு AB ஐ நேர்கோடு XO ஆனது O இற் சந்திக்கும்போது $A\hat{O}X$, $B\hat{O}X$ என ஓர் அடுத்துள்ள கோணச் சோடி உண்டாகின்றது. பாகைமானியைப் பயன்படுத்தி இவ்விரு கோணங்களையும் அளந்து பார்ப்போம்.



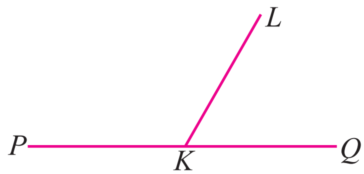
$A\hat{O}X = 60^{o}$, $B\hat{O}X = 120^{o}$ என்பது உருவிலிருந்து தெளிவாகின்றது. (இங்கு பாகைமானியைக் கோடு AOB மீது வைத்து இரு கோணங்களையும் ஒரே தடவையில் வாசிக்கலாம்.)



செயற்பாடு 1

படி 1 - பயிற்சிப் புத்தகத்தில் ஒரு நேர்கோட்டுத் துண்டத்தை வரைந்து அதனை PQ எனப் பெயரிடுக.

படி 2 - PQ மீது புள்ளி K இருக்குமாறு நேர் கோட்டுத் துண்டம் KL ஐ வரைக.



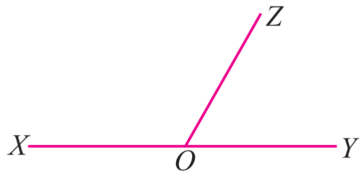
படி 3 - பாகைமானியைப் பயன்படுத்தி $P\hat{K}L$, $Q\hat{K}L$ ஆகியவற்றை அளந்து பெறுமானங்களை எழுதுக.

படி 4 - கீழேயுள்ள வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

$$P\hat{K}L + Q\hat{K}L = \text{.........} + \text{.........}$$
$$= \text{.........}$$

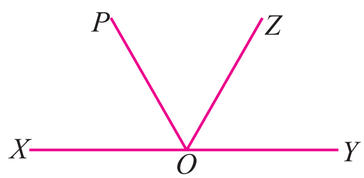
படி 5 - மேற்குறித்தவாறு மேலும் இரு உருக்களுக்குச் செயற்பாட்டில் ஈடுபட்டுப் பெறத்தக்க முடிபு பற்றி ஆராய்ந்து பார்க்க.

நேர்கோட்டுத் துண்டம் XY மீது உள்ள புள்ளி O இலிருந்து கோட்டுத் துண்டம் XY ஆனது OX, OY என்னும் இரு கோட்டுத் துண்டங்களாகப் பிரிந்துள்ளது. XOY ஒரு நேர்க் கோணம் ஆகையால் OZ ஆனது பொதுப் புயமாகவும் O பொது உச்சியாகவும் உள்ள $X\hat{O}Z$, $Z\hat{O}Y$ ஆகிய இரு அடுத்துள்ள கோணங் களின் கூட்டுத்தொகை 180° என அவ்விரு கோணங்களையும் வேறுவேறாக அளப்பதன் மூலம் காணலாம்.



ஒரு நேர்கோட்டின் இவ்விதமாக இருக்கும் ஓர் அடுத்துள்ள கோணச் சோடி ஒரு மிகைநிரப்பு கோணச் சோடி என இதன் மூலம் உறுதிப்படுத்தப்படுகின்றது.

இவ்வுருவில் கோடு OP இன் மூலம் $X\hat{O}Z$ ஐ இரு கோணங்களாகப் பிரித்து வேறுபடுத்துவோம்.



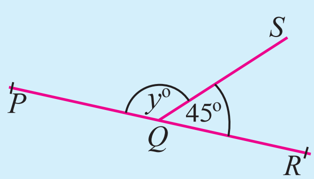
அப்போது $X\hat{O}Z = X\hat{O}P + P\hat{O}Z$ ஆகும்.

$\therefore\ X\hat{O}P + P\hat{O}Z + Z\hat{O}Y = X\hat{O}Z + Z\hat{O}Y = 180^{\circ}$.

ஒரு நேர்கோட்டின் மீது உள்ள ஒரு புள்ளியைச் சுற்றி நேர்கோட்டின் ஒரு பக்கத்தில் இருக்கும் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகும்.

உதாரணம் 2

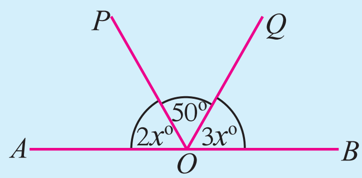
தரப்பட்டுள்ள உருவில் PR ஒரு நேர்கோட்டுத் துண்டம் ஆகும். y இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



$$y + 45 = 180$$
$$y + 45 - 45 = 180 - 45$$
$$y = 135$$

உதாரணம் 3

AB ஒரு நேர்க்கோட்டுத் துண்டமாகும். உருவில் குறிக்கப்பட்டுள்ள தகவல்களுக்கேற்ப $A\hat{O}P$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



$2x + 50 + 3x = 180$ (நேர்கோடு மீது உள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகையால்)

$$5x + 50 = 180$$

$$5x = 180 - 50$$

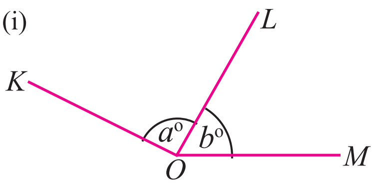
$$x = \frac{130}{5} = 26$$

$$\therefore\ A\hat{O}P = 2x^\circ = 2 \times 26^\circ = 52^\circ$$

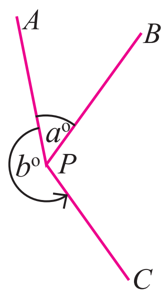
பயிற்சி 3.2

1. பின்வரும் உருக்கள் ஒவ்வொன்றிலும் a, b எனக் குறிக்கப்பட்டுள்ள கோணச் சோடிகள் அடுத்துள்ள கோணங்களா என எழுதுக.

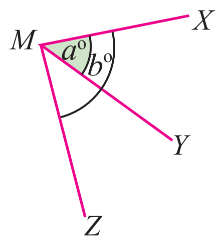
(i)



(ii)

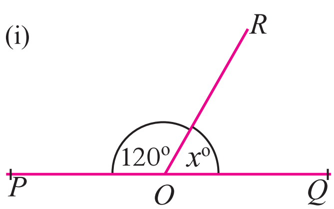


(iii)

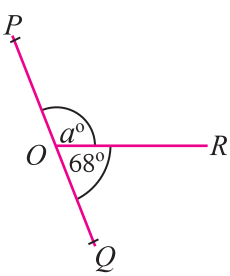


2. பின்வரும் உருக்கள் ஒவ்வொன்றிலும் PQ ஒரு நேர்கோட்டுத் துண்டமெனின், ஆங்கில எழுத்தினால் காட்டப்பட்டுள்ள கோணத்தின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

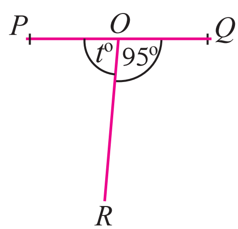
(i)



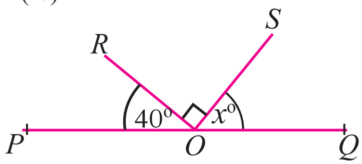
(ii)



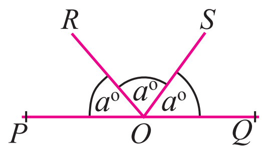
(iii)



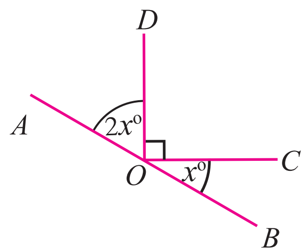
(iv)



(v)



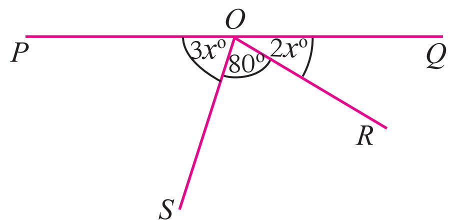
3. உருவில் AB ஒரு நேர்கோட்டுத் துண்டமெனின், $A\hat{O}D$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



4. PQ ஒரு நேர்கோட்டுத் துண்டம் ஆகும். உருவில் குறிக்கப்பட்டுள்ள தகவல்களுக்கேற்ப

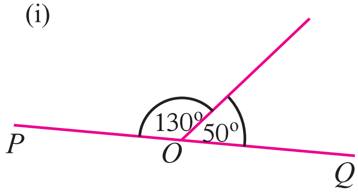
(i) $P\hat{O}S$

(ii) $S\hat{O}Q$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

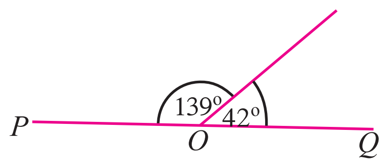


5. பின்வரும் உருக்கள் ஒவ்வொன்றிலும் POQ ஒரு நேர்கோடா என முடிபுசெய்க.

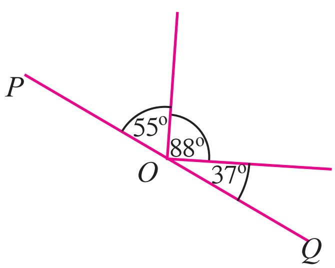
(i)



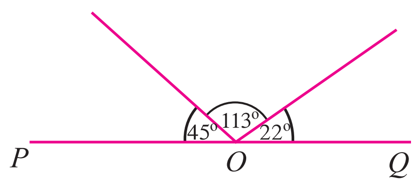
(ii)



(iii)

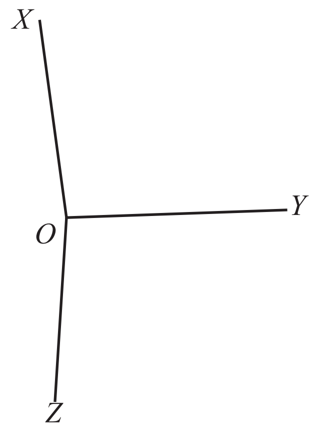


(iv)

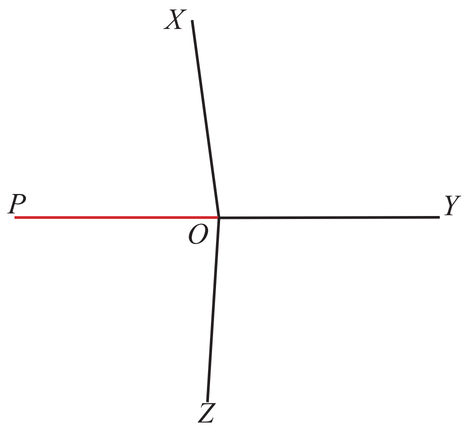


3.4 ஒரு புள்ளியைச் சுற்றி ஒரு தளத்தில் இருக்கும் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை

உருவில் புள்ளி O ஐச் சுற்றி உள்ள $X\hat{O}Y$, $Y\hat{O}Z$, $Z\hat{O}X$ என்னும் கோணங்களைக் கருதுக. $X\hat{O}Y + Y\hat{O}Z + Z\hat{O}X$ இன் பெறுமானம் எவ்வளவெனக் காண்போம்.



அதற்காக உருவில் காணப்படுகின்றவாறு நேர்கோடு YO ஐ P வரைக்கும் நீட்டுக.



முறை I

POY ஒரு நேர்கோடு ஆகையால்

$$P\hat{O}X + X\hat{O}Y = 180^{\circ}$$

$$P\hat{O}Z + Z\hat{O}Y = 180^{\circ}$$

$$\therefore\ P\hat{O}X + X\hat{O}Y + P\hat{O}Z + Z\hat{O}Y = 360^{\circ}$$

முறை II

$$Z\hat{O}X = Z\hat{O}P + P\hat{O}X$$

$$\therefore\ X\hat{O}Y + Y\hat{O}Z + Z\hat{O}X = X\hat{O}Y + Y\hat{O}Z + Z\hat{O}P + P\hat{O}X$$

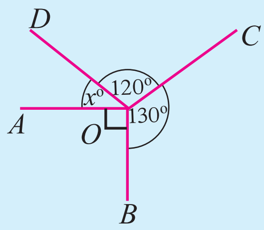
$$= \underbrace{X\hat{O}Y + P\hat{O}X}_{\text{மிகைநிரப்பு கோணங்கள்}} + \underbrace{Y\hat{O}Z + Z\hat{O}P}_{\text{மிகைநிரப்பு கோணங்கள்}}$$

$$= 180^{\circ} + 180^{\circ} = 360^{\circ}$$

ஒரு புள்ளியைச் சுற்றி ஒரு தளத்தில் இருக்கும் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360° ஆகும்.

உதாரணம் 1

தரப்பட்டுள்ள உருவில் $A\hat{O}D$ எனக் காட்டப்பட்டுள்ள கோணத்தின் பருமனைக் காண்க.



$x + 120 + 130 + 90 = 360$ (ஒரு புள்ளியைச் சுற்றி உள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360^o ஆகையால்)

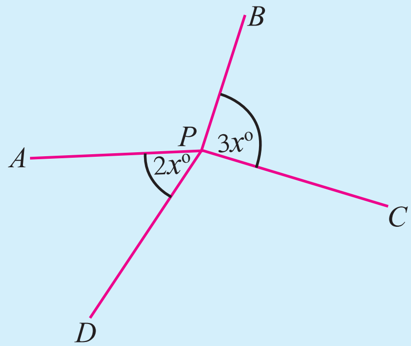
$x + 340 = 360$

$x = 360 - 340 = 20$

$\therefore\ A\hat{O}D = 20^o$

உதாரணம் 2

உருவில் $A\hat{P}B = 150^o$, $D\hat{P}C = 100^o$ எனின், $B\hat{P}C$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

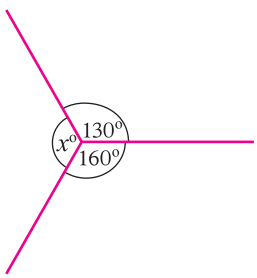


ஒரு புள்ளி P ஐச் சுற்றி உள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360^o ஆகையால்

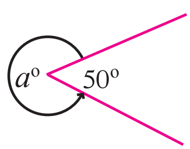
$$2x + 150 + 3x + 100 = 360$$
$$5x + 250 = 360$$
$$5x + 250 - 250 = 360 - 250 = 110$$
$$\frac{5x}{5} = \frac{110}{5}$$
$$x = 22$$
$$\therefore B\hat{P}C = 3 \times 22^o = 66^o$$

பயிற்சி 3.3

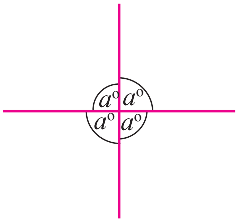
1. x^o இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



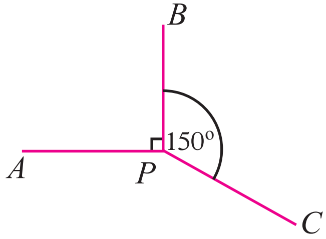
2. a^o இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



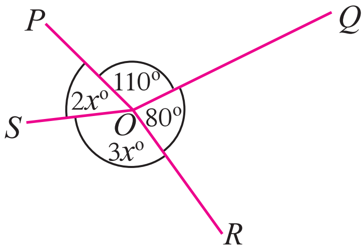
3. a இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



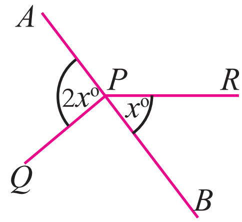
4. $A\hat{P}C$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



5. $S\hat{O}R$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

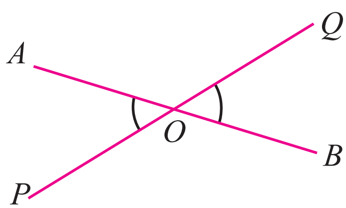


6. AB நேர்கோடு $A\hat{P}R = 150^o$ எனின், $Q\hat{P}B$ ஐக் காண்க.



3.5 குத்தெதிர்க் கோணங்கள்

உருவில் உள்ள AB, PQ ஆகிய நேர்கோடுகள் இரண்டும் புள்ளி O இல் இடைவெட்டுகின்றன. அதில் காணப்படுகின்றவாறு ஒன்றுக்கொன்று குத்தெதிராக இருக்கும் AOP, BOQ ஆகிய இரு கோணங்களும் **குத்தெதிர்க் கோணங்கள்** எனப்படும்.

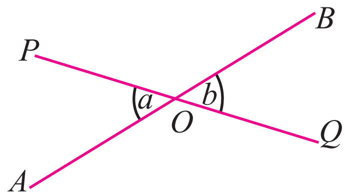


அவ்வுருவில் $A\hat{O}Q$, $B\hat{O}P$ ஆகியனவும் ஒரு குத்தெதிர்க் கோணச் சோடி ஆகும்.

ஒரு குத்தெதிர்க் கோணச் சோடி எப்போதும் இரு நேர்கோடுகள் ஒன்றையொன்று இடைவெட்டுவதால் உண்டாகின்றது. அவற்றுக்கு ஒரு பொது உச்சி உள்ளது. பொது உச்சியினுடாக ஒன்றுக்கொன்று குத்தெதிராக அவ்விரு கோணங்களும் இருக்கும்.

செயற்பாடு 2

படி 1 - உருவில் உள்ளவாறு ஒன்றையொன்று இடைவெட்டுமாறு ஒரு நேர்கோட்டுச் சோடியைப் பயிற்சிப் புத்தகத்தில் வரைந்து, உருவில் உள்ளவாறு பெயரிடுக.



படி 2 - ஒரு திசுத் தாளை எடுத்து மேலே வரைந்த உருவைப் பிரதிசெய்து அதனையும் மேற்குறித்த உருவில் உள்ளவாறே பெயரிடுக.

படி 3 - வரைந்த இரு உருக்களையும் பொருந்துமாறு வைத்துப் புள்ளி O இல் குண்டூசிக் கூரை வைத்து ஊன்றுக.

படி 4 - திசுத் தாளைப் புள்ளி O பற்றி ஓர் அரைச் சுற்று சுழற்றி இரு உருக்களினதும் கோணம் a உம் கோணம் b உம் பொருந்துகின்றனவா எனச் சோதிக்க.

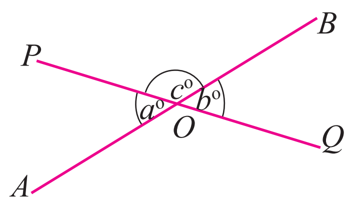
படி 5 - மேற்குறித்தவாறு மேலும் 2 சந்தர்ப்பங்களுக்கான செயற்பாடுகளில் ஈடுபட்டு குத்தெதிர்க் கோணங்கள் பொருந்துகின்றனவா எனச் சோதிக்க.

இச்செயற்பாட்டைச் செய்வதன் மூலம் நீங்கள் பெறத்தக்க முடிபுபற்றி ஆராய்ந்து பார்க்க.

மேற்குறித்த செயற்பாட்டிற்கேற்ப இரு நேர்கோடுகள் இடைவெட்டும்போது உண்டாகும் குத்தெதிர்க் கோணங்கள் சமம் என முடிபுசெய்யலாம்.

இரு நேர்கோடுகள் இடைவெட்டும்போது உண்டாகும் குத்தெதிர்க் கோணங்கள் சமம் ஆகும்.

இது உண்மையாவென வேறொரு முறையில் ஆராய்வோம்.



$a + c = 180^\circ$ (AB ஒரு நேர்கோடு ஆகையால்)

$b + c = 180^\circ$ (PQ ஒரு நேர்கோடு ஆகையால்)

$\therefore a + c = b + c$

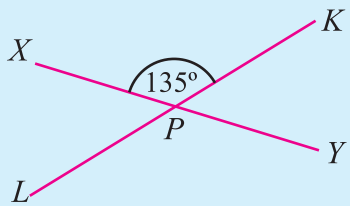
$a + c - c = b + c - c$ (இரு பக்கங்களிலிருந்தும் c ஐக் கழிக்கும்போது)

$\therefore a = b$

$\therefore A\hat{O}P$, $B\hat{O}Q$ ஆகிய குத்தெதிர்க் கோணங்கள் சமம் ஆகும்.

உதாரணம் 1

தரப்பட்டுள்ள உருவில் புள்ளி P ஐச் சுற்றி உள்ள ஒவ்வொரு கோணத்தினதும் பருமனைக் காண்க.



$L\hat{P}Y = X\hat{P}K$ (குத்தெதிர்க் கோணங்கள் சமம் ஆகையால்)

$\therefore L\hat{P}Y = 135^\circ$

$X\hat{P}L + 135^\circ = 180^\circ$ (நேர்கோடு LK மீது உள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகையால்)

$\therefore X\hat{P}L = 180^\circ - 135^\circ$

$= 45^\circ$

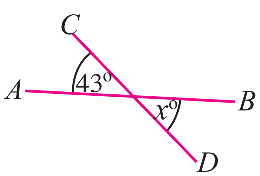
$K\hat{P}Y = X\hat{P}L$ (குத்தெதிர்க் கோணங்கள் சமம் ஆகையால்)

$\therefore K\hat{P}Y = 45^\circ$

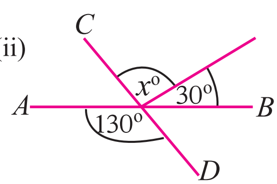
பயிற்சி 3.4

1. பின்வரும் உருக்களில் ஆங்கில எழுத்துகளினால் காட்டப்படும் கோணங்களின் பருமன்களைக் காண்க.

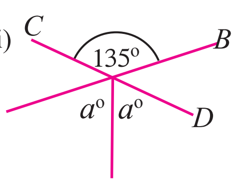
(i)



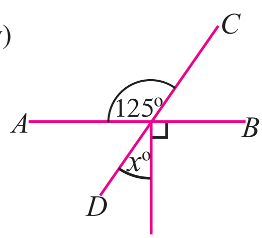
(ii)



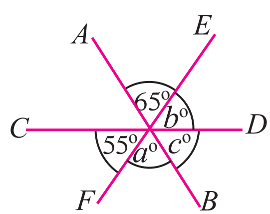
(iii)



(iv)

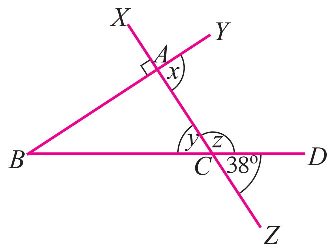


(v)



2. (i) தரப்பட்டுள்ள உருவில் x, y, z எனக் காட்டப் பட்டுள்ள கோணங்களின் பெறுமானங்களைக் காண்க. (BY, BD, XZ என்பன நேர்கோட்டுத் துண்டங்களாகும்.)

(ii) $A\hat{B}C$, $A\hat{C}B$ ஆகியன ஒரு நிரப்பு கோணச் சோடி ஆகும். $A\hat{B}C$ இன் பெறுமானம் யாது ?



பொழிப்பு

- ஒரு கூர்ங்கோணச் சோடியின் கூட்டுத்தொகை 90° எனின், அக்கோணச் சோடி நிரப்பு கோணச் சோடி எனப்படும்.
- கூட்டுத்தொகை 90° ஆவதற்குத் தரப்பட்ட ஒரு கூர்ங்கோணத்துடன் கூட்டப்பட வேண்டிய கூர்ங்கோணம் தரப்பட்ட கோணத்தின் நிரப்பு கோணம் எனப்படும்.
- ஒரு கோணச் சோடியின் கூட்டுத்தொகை 180° எனின், இக்கோணச் சோடி மிகைநிரப்பு கோணச் சோடி எனப்படும்.
- கூட்டுத்தொகை 180° ஆவதற்குத் தரப்பட்ட ஒரு கோணத்துடன் கூட் டப்பட வேண்டிய கோணம் தரப்பட்ட கோணத்தின் மிகைநிரப்பு கோணம் எனப்படும்.
- ஒரு பொதுப் புயமும் ஒரு பொது உச்சியும் உள்ள, பொதுப் புயத்தின் இரு பக்கங்களிலும் இருக்கும் ஒரு கோணச் சோடி ஓர் அடுத்துள்ள கோணச் சோடி எனப்படும்.
- ஒரு நேர்கோட்டின் மீது உள்ள ஒரு புள்ளியைச் சுற்றி நேர்கோட்டின் ஒரு பக்கத்தில் இருக்கும் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகும்.
- ஒரு புள்ளியைச் சுற்றி ஒரு தளத்தில் இருக்கும் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360° ஆகும்.
- இரு நேர்கோடுகள் இடைவெட்டும்போது உண்டாகும் குத்தெதிர்க் கோணங்கள் சமம் ஆகும்.