

2

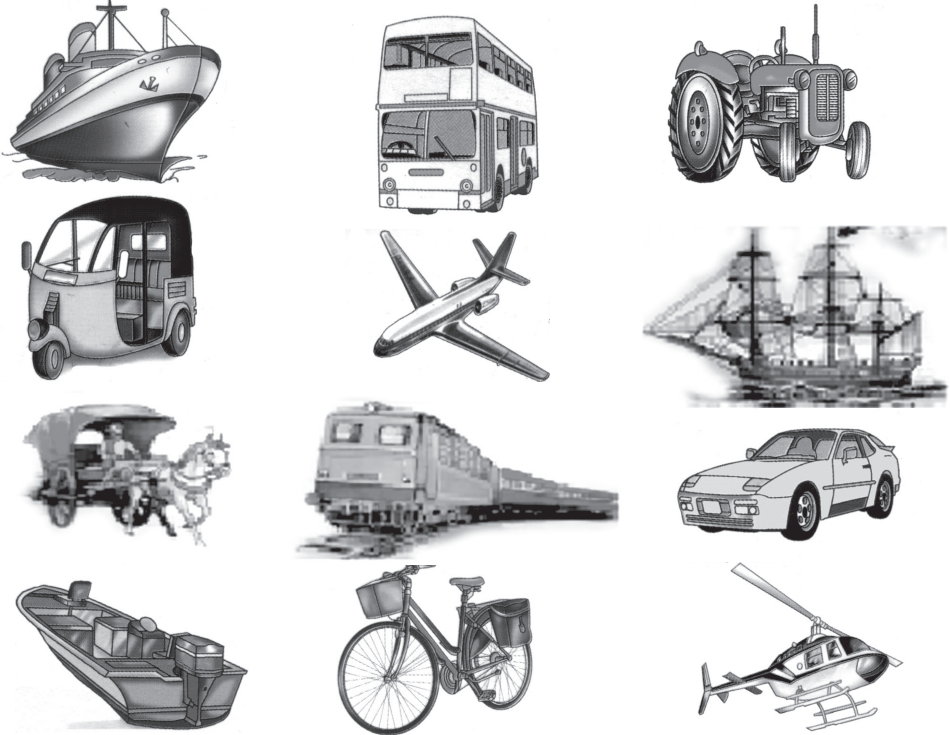
தொடைகள்

இவ்வலகைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்,

- ஒரே பண்பையுடைய பொருட்களைக் கூட்டங்களாக்குதல்
- நிச்சயமானதும் நிச்சயமற்றதுமான கூட்டங்களை அறிந்து கொள்ளல்
- தொடைகளை அறிந்து கொள்ளுதல்
- ஒரு தொடையின் மூலகங்களை எழுதுதல்
- வென் உருவின் மூலம் தொடைகளை வகை குறித்தல்
- நாளாந்த வாழ்வின் தேவைகளுக்காக தொடை பற்றிய அறிவைப் பிரயோகித்தல்

ஆகிய திறன்களைப் பெற்றுக் கொள்வீர்கள்.

2.1 பொருட்களைக் கூட்டங்களாக்குதல்



நீங்கள் நன்கு பார்த்துப் பழகிய சில வாகனங்கள் மேலேயுள்ள உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளன. அதிலுள்ள வாகனங்களின் பெயர்களை விரும்பிய வகையில் மூன்று கூட்டங்களாக வேறுபடுத்தி எழுதுக.

பொருட்களைத் தெரிதலில் அவற்றின்

- வடிவம்
- நிறம்
- வகை
- தன்மை (பளிச்சிடும், மென்மையான)
- திண்மம், திரவம், வாயு

போன்ற பண்புகளை அடிப்படையாகக் கொள்ளலாம்.

மேலேயுள்ள வாகனங்களை தரையில் செல்லும் வாகனங்கள், ஆகாயத்தில் செல்லும் விமானங்கள், நீரில் செல்பவை என நிச்சயமான தெளிவான மூன்று கூட்டங்களாக வேறுபடுத்தலாம்.

செயற்பாடு 2.1

ஐந்து நண்பர்களிடம் பின்வரும் இரண்டு வினாக்களையும் வினவுக. கிடைக்கும் விடைகளை குறித்துக் கொள்க.

(1) 5 இற்கும் 15 இற்கும் இடையில் அமையும் இரட்டை எண்கள் எவை?

(2) நீங்கள் மிக விரும்பும் மூன்று வகைப் பழங்கள் எவை?

- நண்பர்கள் வழங்கியுள்ள விடைகளைக் கவனியுங்கள்
- நிச்சயமான ஒரே விடை எவ்வினாவிற்கு கிடைத்துள்ளது
- இரண்டாம் வினாவிற்கு கிடைத்துள்ள விடை பற்றி யாது கூறலாம்.

உமது வகுப்பறையிலுள்ள உயரமான மாணவர்களின் எண்ணிக்கை என்ன?

உயரமான மாணவர்கள் என்று நீர் கூறும்போது நிச்சயமானதாகத் தெரிவு செய்யமுடியாது. வகுப்பிலுள்ள 100 சென்ரிமீற்றரிலும் கூடிய உயரமான மாணவர்கள் என்று கூறினால் எண்ணிக்கையை கூறலாம்.

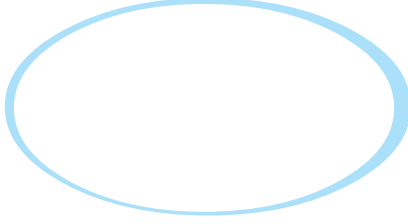


திட்டவட்டமாக வேறுபடுத்தக் கூடிய கூட்டங்களும் திட்டவட்டமாக வேறுபடுத்த முடியாத கூட்டங்களும் உள்ளன.

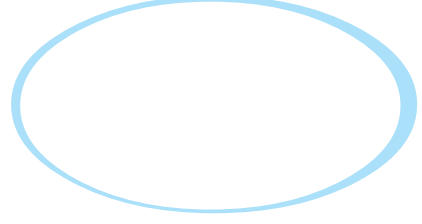
பயிற்சி 2.1

- (1) பொன், வெள்ளி, முத்து, மாணிக்கம், வைரம், மணல், தார், இரும்பு, கண்ணாடி, இரசம் ஆகியவற்றை உலோகம், அல்லலுலோகம் என இரண்டு பிரிவுகளாக பிரித்து உரிய வட்டத்தினுள் எழுதுக.

உலோகம்



அல்லலுலோகம்

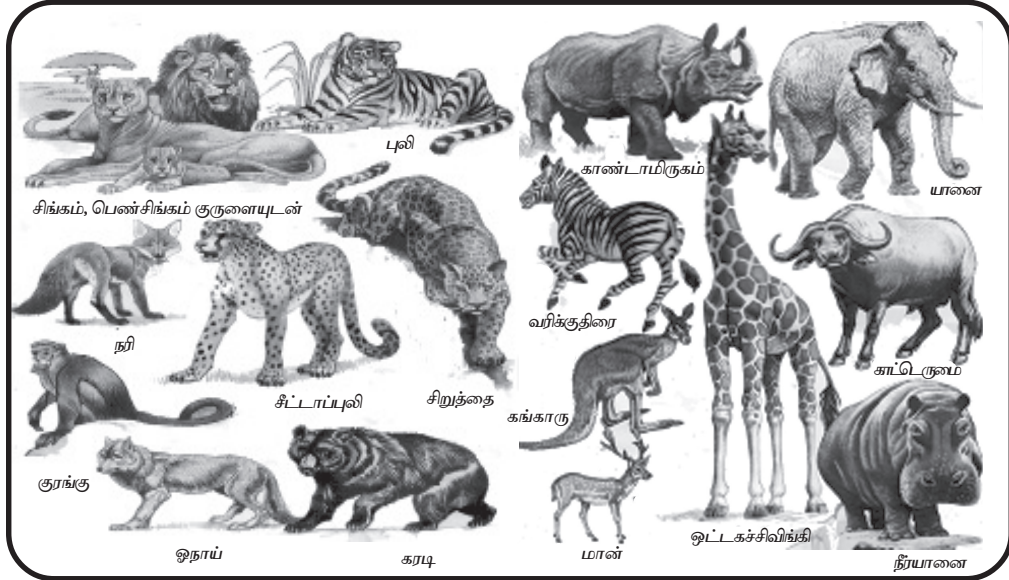


- (2) அப்பிள், திராட்சை, ரம்புட்டான், ஜம்பு, வல்லாரை, தோடை, முருங்கை, போஞ்சி ஆகிய உணவுப் பொருட்களை இரண்டு கூட்டங்களாக வேறுபடுத்தி அவற்றுக்குப் பொருத்தமான இரண்டு பெயர்களைத் தருக.
- (3) (i) 11 இலிருந்து 22 வரையுள்ள எண்களை எழுதுக
(ii) நீர் எழுதிய எண்களிலிருந்து,
(a) மூன்றால் மிகுதியின்றி வகுபடக் கூடிய எண்களின் கூட்டத்தை வேறுபடுத்தி எழுதுக.
(b) மூன்றால் வகுபடாத எண்கூட்டத்தை வேறுபடுத்தி எழுதுக.
- (4) 7, 15, 8, 4, 5, 12, 9, 20, 13 ஆகிய எண்களை
(i) 11 இலும் குறைந்த எண்கள்
(ii) முதன்மை எண்கள்
(iii) இரட்டை எண்கள்
(iv) 5 ஆல் மீதியின்றி வகுக்கப்படும் எண்கள் என கூட்டங்களாக வேறுபடுத்தி எழுதுக.

(5) கீழே தரப்பட்டுள்ள அட்டவணையில் வெற்றிடங்களை நிரப்புக

| கூட்டம் | நிச்சயமாக கூறலாம் / கூறமுடியாது |
|--|---------------------------------|
| (i) வகுப்பிலுள்ள திறமையான மாணவர்கள் | |
| (ii) கிராமத்திலுள்ள முக்கியமான மனிதர்கள் | கூறமுடியாது |
| (iii) வகுப்பிலுள்ள பெண் பிள்ளைகள். | |
| (iv) நிறை குறைவான குழந்தைகள் | |
| (v) ஆங்கில எழுத்துக்கள் | |
| (vi) | கூறலாம் |
| (vii) | கூறமுடியாது |

(6)



உருவிலுள்ள மிருகங்களை நீர் விரும்பியவாறு நிச்சயமான கூட்டங்களாக வேறுபடுத்தி எழுதுக.

(7) 1 இலிருந்து 10 வரையுள்ள எண்களை எழுதுக. நீர் எழுதிய எண்களிலிருந்து நிச்சயமான நான்கு கூட்டங்களைத் தெரிந்தெழுதுக.

2.2 தொடைகள் (Sets)

யாதேனும் பண்புகளின் அடிப்படையில் வரையறை செய்யப்பட்ட கூட்டம் **தொடை** எனப்படும்.

“சிவப்பு நிறப் பந்துகள்” என்பது ஒரு தொடை ஆகும்போது “அழகிய பந்துகள்” என்பது ஒரு தொடை அல்லாதிருப்பது ஏன்?

தொடையை காட்டக்கூடிய முறைகள்

1. விபரித்து எழுதும் முறை.
2. பட்டியல்படுத்திக் காட்டுதல்.
3. வென்னுருவில் காட்டுதல்.

• தொடையை விபரித்து எழுதுதல்.

1 இற்கும் 10 இற்கும் இடையிலுள்ள முதன்மை எண்களின் தொடை இதை {1 இற்கும் 10 இற்கும் இடையிலுள்ள முதன்மை எண்கள்} என்று விபரித்து எழுத வேண்டும்.

• தொடையை பட்டியல்படுத்திக் காட்டுதல்

{1 இற்கும் 10 இற்கும் இடைப்பட்ட முதன்மை எண்கள்}

2, 3, 5, 7 மூலகங்களாகும்.

இதனை {2, 3, 5, 7} என்றவாறு பட்டியல்படுத்திக் காட்டப்படலாம்.

★ தொடையில் உள்ள உறுப்புக்கள் **மூலகங்கள்** (elements) என அழைக்கப்படும்.

★ $P = \{2, 3, 5, 7\}$
ஆங்கில பெரிய எழுத்துக்களால் தொடை பெயரிடப்படும்.

மூலகங்களை பட்டியல்படுத்துவதுவதன் மூலம் தொடைகளை எழுதும் முறை பற்றி அறிந்துகொள்வதற்கு பின்வரும் உதாரணங்களை அவதானிக்கவும்.

உதாரணம் 1

$D = \text{“ஐந்தால் வகுபடும் எண்ணும் எண்கள்”}$ என்ற வாக்கியத்தினால் கூறப்படும் தொடையை மூலகங்களாக எழுதுக.

$D = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, \dots\}$ ஆகும்.

எழுதப்பட்டுள்ள இம் மூலகங்களின் முடிவில் புள்ளிகள் வைக்கப்பட்டிருப்பதன் காரணத்தை உம்மால் கூற முடியுமா?

உதாரணம் 2

$L = \{\text{“மகரகம்” என்ற சொல்லின் எழுத்துக்கள்}\}$ என்பதால் விபரிக்கப்படும் தொடையை பட்டியல்படுத்தி எழுதினால்

$L = \{\text{ம, க, ர}\}$ ஆகும்.

தொடை ஒன்றில் ஒரு மூலகம் ஒரு தடவை மாத்திரம் எழுதப்படும்

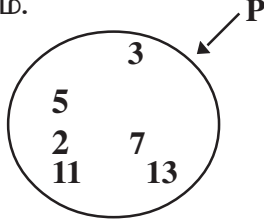
இதற்கேற்ப ஒரு தொடையை எழுதும்போது

- இரட்டை அடைப்பு உபயோகப்படுத்தப்படும்.
- தொடைக்கு உரித்தானவை விபரக்குறிப்பாக அல்லது மூலகங்களாக காட்டப்படும்.
- மூலகங்களை வேறுபடுத்திக் காட்டுவதற்கு (,) குறியீடு இடப்படும்.
- ஒரு தொடை ஆங்கில அட்சரமொன்றினால் பெயரிடப்படும்.
- ஒரு மூலகம் ஒரு தடவை மாத்திரம் எழுதப்படும்.

2.3 தொடைகளை வென் உருவங்கள் (Venn Diagrams) மூலம்

$P = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ என்ற தொடையைக் கருதுவோம்.

15 இற்கு குறைந்த முதன்மை எண்கள் எனவும் இத்தொடையை எழுதிக் காட்டலாம்.



இவ்வாறு மூடிய உருவினால் காட்டப்படலாம்.

ஒரு தொடையை மூடிய உருவம் ஒன்றினுள் காட்டுவதற்கு முதலில் பயன்படுத்தியவர் கேம்பிரிஜ் பல்கலைக்கழகத்தில் பணிபுரிந்த ஆங்கிலேயரான ஜோன் வென் எனும் பெயருடைய தத்துவஞானி ஆவார். எனவே அவ்வுருக்கள் அவரது பெயரில் வென் உருக்கள் என அழைக்கப்படுகின்றன.



ஜோன் வென்
(John Venn)
1834 - 1923

உதாரணம் 3

$S = \{1 \text{ இலிருந்து } 9 \text{ வரையுள்ள முழு எண்கள்}\}$

$A = \{1 \text{ இலிருந்து } 9 \text{ வரையுள்ள இரட்டை எண்கள்}\}$

$B = \{1 \text{ இலிருந்து } 9 \text{ வரையுள்ள ஒற்றை எண்கள்}\}$

ஆகிய தொடைகளை

(i) பட்டியல்படுத்திக் காட்டுக.

(ii) வென்உருக்களில் காட்டுக.

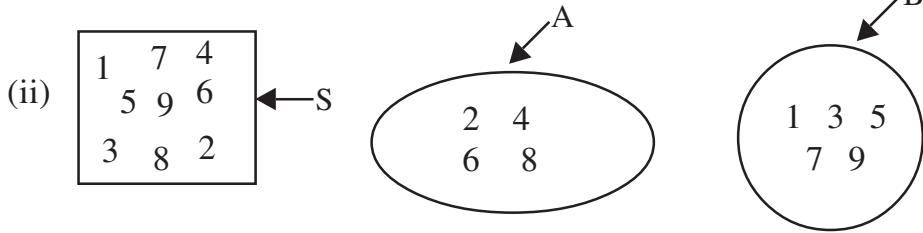
(iii) A, B தொடைகளையும் தொடை S ஐயும் பற்றி நீர் யாது கூறுவீர்?

விடைகள்

(i) $S = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$

$A = \{ 2, 4, 6, 8 \}$

$B = \{ 1, 3, 5, 7, 9 \}$



(iii) தொடை S இல் தொடை A, B அடங்குகின்றன

பயிற்சி 2.2

(1) கீழ்வரும் வினாவைப் பிரதி செய்து வாக்கியத்தினால் விபரிக்கப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு தொடையையும் உரிய மூலகங்களாக காட்டப்பட்டுள்ள தொடைகளுடன் தொடர்புபடுத்துக.

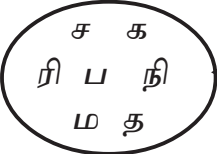
- | | |
|---|---|
| (i) {நியம அளத்தல் அளவைகள்} | {ஏர், மண்வெட்டி, கலப்பை} |
| (ii) {சங்கீத உபகரணங்கள்} | {a, e, i, o, u} |
| (iii) {விவசாய உபகரணங்கள்} | {மீற்றர், கிலோகிராம், செக்கன்} |
| (iv) {இலங்கையின் புராதன இராசதானிகள்} | {ரபான், உடுக்கை, வயலின், கிட்டார்} |
| (v) {ஆங்கில அரிச்சுவடிகளின் உயிர் எழுத்துக்கள்} | {அனுராதபுரம், பொலன்னறுவை, தம்பதெனிய, யாப்பகுவ, கண்டி} |
| (vi) {பத்திலும் குறைந்த சதுர எண்கள்} | {1, 4, 9} |

(2) கீழே தரப்பட்டுள்ள கூற்றுகளில் ஒரு தொடையாகக் கருதப்பட முடியாதவற்றின் எண்களை எழுதுக.

- | | |
|---------------------------------|--------------------------------|
| (i) எட்டுத்திசைகள் | (ii) முக்கோணிகள் |
| (iii) இலங்கையின் பெரிய நகரங்கள் | (iv) வானவில்லில் உள்ள நிறங்கள் |
| (v) வார நாட்கள் | (vi) வீட்டிலுள்ள தளபாடங்கள் |
| (vii) பிரபல பாடகர்கள் | (viii) பறவைகள் |
| (ix) ஏழைகள் | (x) இந்தியாவின் நீளமான நதிகள் |
| (xi) வளர்ந்தோர் | |

- (3) கீழே தரப்பட்டுள்ள தொடைகளின் மூலகங்களை எழுதுக.
- (i) $A = \{ 0 \text{ இற்கும் } 6 \text{ இற்கும் இடையிலுள்ள முழு எண்கள்} \}$
- (ii) $B = \{ \text{கேத்திர கணித தள உருக்கள்} \}$
- (iii) $C = \{ \text{“கர்க்கடகம்” என்ற சொல்லிலுள்ள எழுத்துக்கள்} \}$
- (iv) $D = \{ \text{KAHATAGASDIGILIYA என்ற சொல்லிலுள்ள எழுத்துக்கள்.} \}$

- (4) (i) ‘mathematics’ என்ற சொல்லிலுள்ள ஆங்கில எழுத்துக்களின் தொடையை எழுதி அதனை L எனப் பெயரிடுக.
- (ii) தொடை L ஐ வென் உருவில் காட்டுக.

- (5)  M இத்தொடை M ஐ
- (i) விபரித்துக் காட்டுக
- (ii) பட்டியல்படுத்தி எழுதுக.

- (6) 50250 என்ற எண்ணில் உள்ள இலக்கங்களின் தொடையை
- (i) மூலகங்களாக எழுதுக.
- (ii) வென் உருவில் காட்டுக.
- (7) உமது வகுப்பில் அல்லது நீர் அமர்ந்துள்ள வரிசையில் அல்லது குழுவில் உள்ள பிள்ளைகளின் பெயர்களைக் குறிக்கும் வென் உரு ஒன்றை வரைக.
- (8) “extraordinary” இச்சொல்லில் உள்ள உயிரெழுத்துக்களின் தொடையை காட்டுக. இச்சொல்லிலுள்ள எழுத்துக்களை தொடையில் காட்டுக. இவ்விரண்டு தொடைகளுக்கிடையிலான தொடர்பைக் கலந்துரையாடுக. இவ்விரு தொடைகளையும் ஒரே வென்னுருவில் காட்ட முடியுமா?

சாராம்சம்

- தெளிவாக வேறுபடத்தக்கதாக வரையறுக்கப்பட்ட ஒரு கூட்டத்தை தொடை என அழைப்போம்.
- ஒரு தொடையானது **விபரித்தலாக பட்டியல்படுத்துவதன் மூலம்** அல்லது **வென் உரு வடிவில்** காட்டப்படும்.
- தொடை ஒன்றில் **ஒரு மூலகம் ஒரு தடவை** மாத்திரம் எழுதப்படும்.