

04 திண்மங்களின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு

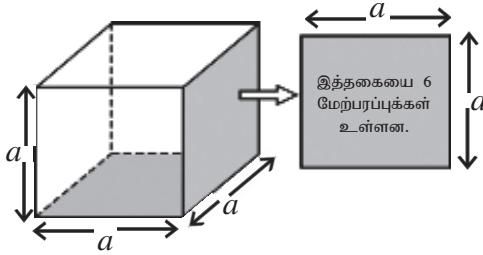
இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம்

- சதுர அடியுள்ள செங்கும்பகத்தின்
- கூம்பின்
- கோளத்தின்

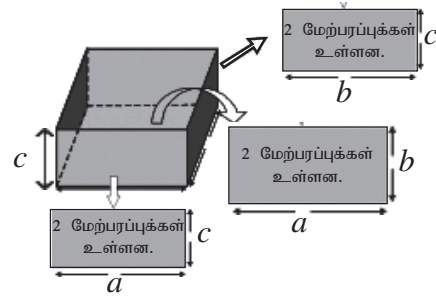
மேற்பரப்பின் பரப்பளவு பற்றிய விளக்கத்தைப் பெற்றுக்கொள்வீர்கள்.

கீழே காணப்படும் திண்மங்களின் வரிப் படங்களை பார்க்க. இத் திண்மங்களைப் பற்றி நீங்கள் ஏற்கனவே கற்றுள்ளீர்கள். அவற்றின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காணும் விதத்தை நினைவுகூர்வோம். இங்கு இவற்றின் மேற்பரப்புக்களின் வடிவங்கள் வேறுபடுத்தி வரையப்பட்டுள்ளன.

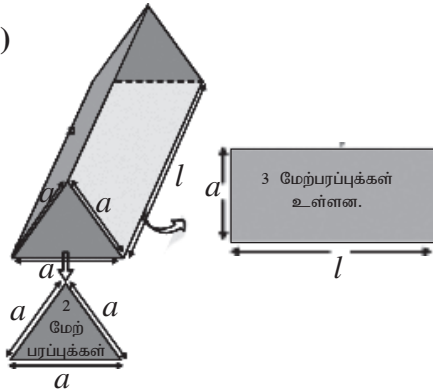
(i)



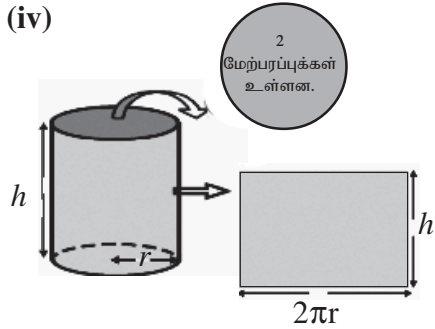
(ii)



(iii)



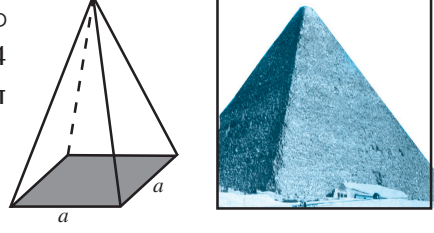
(iv)



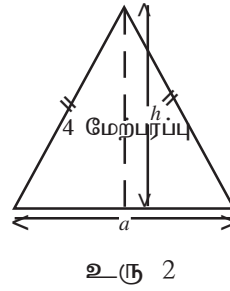
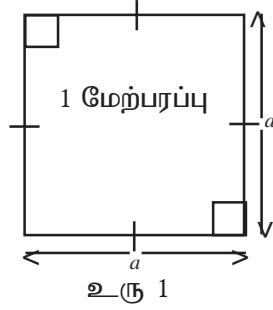
திண்மத்தின் மேற்பரப்புக்கள் ஒவ்வொன்றின் பரப்பளவையும் தனித்தனியாகக் கண்டு அத்திண்மத்தின் மொத்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க.

4.1 சதுர அடியுள்ள செங்கும்பகத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு

உருவில் சதுர அடியை உடைய செங்கும்பகம் காணப்படுகிறது. இங்கு அடியைத் தவிர 4 மேற்பரப்புக்கள் உள்ளன. இம்மேற்பரப்புக்கள் முக்கோணிகளாகும்.



செங்கும்பகத்தின் உச்சி அதன் அடியின் நடுப்புள்ளிக்கு நிலைக்குத்தாக மேலே இருக்கும். ஆகவே உச்சியில் சந்திக்கும் எல்லா விளிம்புகளும் சம நீளமுள்ளவை. மேற்குறித்த கூம்பகத்தின் மேற்பரப்புக்களைப் பின்வருமாறு வேறுபடுத்தி வரைந்து காட்டலாம்.

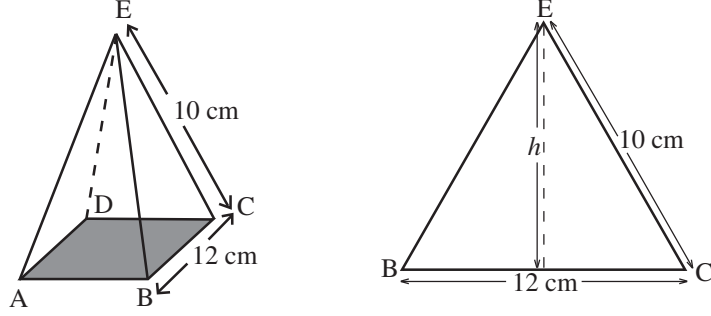


உரு 2 ஐப் போன்ற நான்கு முகங்கள் உள்ளன. தரப்பட்டுள்ள அளவீடுகளுக்கேற்ப இவற்றின் மேற்பரப்புக்களின் பரப்பளவைப் பின்வருமாறு கணிக்கலாம்.

கூம்பின் அடியின் பரப்பளவு	= $a \times a$	
	= a^2	
ஒரு முக்கோண முகத்தின் பரப்பளவு	= $\frac{1}{2} \times a \times h$	
4 முக்கோண முகங்களின் பரப்பளவு	= $\frac{1}{2} a \times h \times 4$	
	= $2ah$	
மொத்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவு	= $a^2 + 2ah = a(a + 2h)$	

உதாரணம் 1

சதுர அடியுள்ள ஒரு செங்கும்பகம் உருவில் காணப்படுகின்றது. அதன் அடியின் விளிம்பின் நீளம் 12 cm ஆகும். ஏனைய விளிம்புகள் ஒவ்வொன்றும் 10 cm ஆகும். இக்கூம்பகத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.



$\triangle EBC$ இன் மேற்பரப்பளவைக் காண்பதற்கு அதன் குத்துயரத்தைக் காண்போம்.

பைதகரசின் தொடர்பிற்கேற்ப,

$$\begin{aligned}h^2 + 6^2 &= 10^2 \\h^2 &= 10^2 - 6^2 \\&= (10 - 6)(10 + 6) \\h^2 &= 4 \times 16 \\h &= \sqrt{4 \times 16} \\h &= 2 \times 4 \\&= 8 \text{ cm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{முக்கோண முகத்தின் பரப்பளவு} &= \frac{1}{2} \times 12 \text{ cm} \times 8 \text{ cm} \\&= 48 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

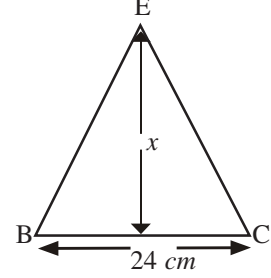
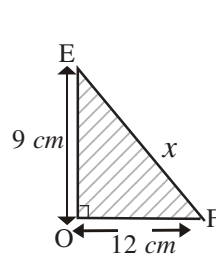
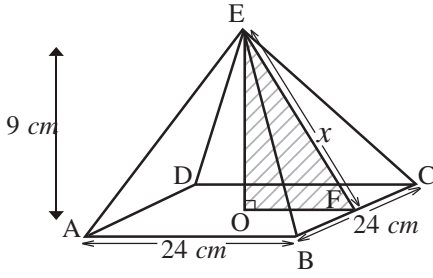
$$\begin{aligned}4 \text{ முக்கோண முகங்களின் பரப்பளவு} &= 48 \times 4 \\&= 192 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{அடியின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு} &= 12 \times 12 \text{ cm}^2 \\&= 144 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{கூம்பகத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு} &= 192 \text{ cm}^2 + 144 \text{ cm}^2 \\&= 336 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

உதாரணம் 2

சதுர அடியுள்ள ஒரு கூம்பகம் ஒன்றின் செங்குத்து உயரம் 9 cm ஆகும். அதன் அடியின் ஒரு பக்கத்தின் நீளம் 24 cm ஆகும். அதன் மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க.



$$\begin{aligned}x^2 &= 9^2 + 12^2 \\x^2 &= 81 + 144 \\x^2 &= 225 \\x &= 15 \text{ cm}\end{aligned}$$

(பைதகரசின் தொடர்பிலிருந்து)

முக்கோண முகத்தின் பரப்பளவு

$$= \frac{1}{2} \times 24 \text{ cm} \times 15 \text{ cm}$$

$$= 180 \text{ cm}^2$$

4 முக்கோண முகங்களின் பரப்பளவு

$$= 180 \text{ cm}^2 \times 4$$

$$= 720 \text{ cm}^2$$

அடியின் பரப்பளவு

$$= 24 \text{ cm} \times 24 \text{ cm}$$

$$= 576 \text{ cm}^2$$

மொத்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவு

$$= 576 \text{ cm}^2 + 720 \text{ cm}^2$$

$$= 1296 \text{ cm}^2$$

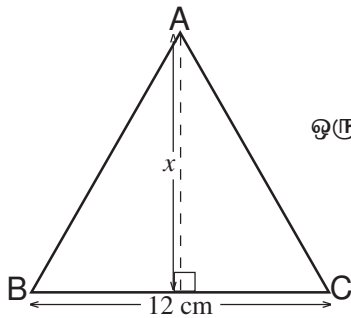
உதாரணம் 3

சதுர அடியைக் கொண்ட ஒரு கூம்பகத்தின் முக்கோண முகங்களின் மேற்பரப்புக்களின் பரப்பளவு 240 cm^2 . அதன் அடியின் ஒரு பக்க நீளம் 12 cm எனின் முக்கோண முகத்தின் செங்குத்து உயரத்தைக் காண்க.

$$\text{ஒரு முக்கோணத்தின் பரப்பளவு} = 240 \times \frac{1}{4} \text{ cm}^2$$

$$= 60 \text{ cm}^2$$

$$\text{ஒரு முக்கோணத்தின் பரப்பளவு} = \frac{1}{2} \times 12 \times x$$



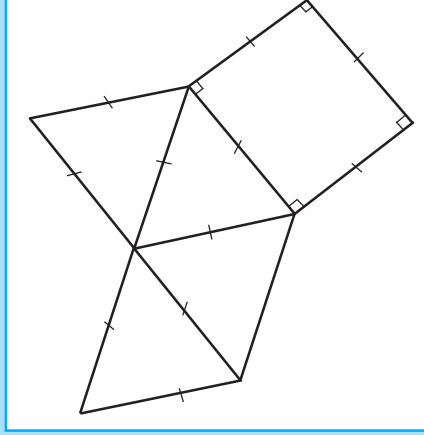
$$\frac{1}{2} \times 12 \times x = 60$$

$$x = 10$$

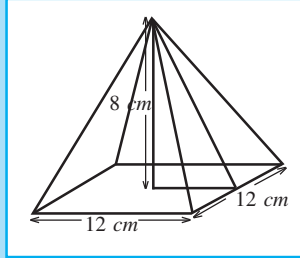
$$x = 10 \text{ cm}$$

பயிற்சி 4.1

1. பின்வருவன ஒரு செங்கும்பகத்தின் வலையாகும். கூம்பகத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க. பக்க நீளம் 2cm எனக் கொள்க.
 $\sqrt{3} = 1.732$ ஐப் பயன்படுத்துக.

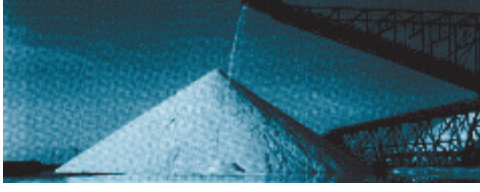


2. ஒரு பக்கம் 12 cm ஆன சதுர அடியிலுள்ள ஒரு செங்கும்பகம் உருவில் காணப்படுகின்றது. அதன் செங்குத்து உயரம் 8 cm எனின், மொத்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க.

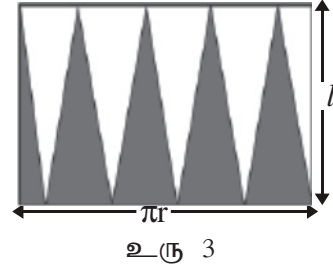
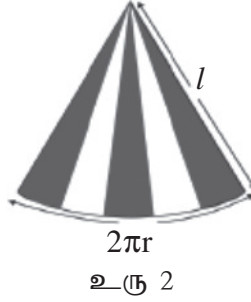
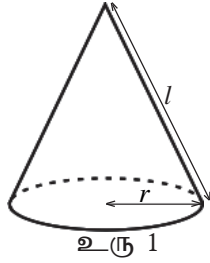


3. அடியின் பக்க நீளம் 6cm உம் விளிம்பின் நீளம் 5cm உம் உடைய சதுரக் கூம்பகம் ஒன்றின் அடி தவிர்ந்த மற்றைய பக்கங்களின் பரப்பளவுகளைக் காண்க.
4. சதுர அடியுள்ள ஒரு செங்கும்பகத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு 145 cm^2 ஆகும். முக்கோண முகத்தின் செங்குத்து உயரம் 12 cm ஆகும். அடியின் பக்கத்தின் நீளத்தையும் சாய்விளிம்பின் நீளத்தையும் காண்க.
5. சதுர அடியுள்ள ஒரு செங்கும்பகத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு 340 cm^2 ஆகும். அடியின் ஒரு பக்கத்தின் நீளம் 10 cm ஆகும்.
(i) முக்கோண முகத்தின் செங்குத்து உயரத்தைக் காண்க.
(ii) முக்கோண முகத்தின் சாய்விளிம்பின் நீளத்தைக் காண்க.

4.2 கூம்பின் வளைமேற்பரப்பின் பரப்பளவு



செவ்வட்டக் கூம்பு என்பது அடியின் மையத்திற்கு நிலைக்குத்தாக மேலே உச்சி இருக்கும் திண்மமாகும்.



உரு 1 இல் உள்ள கூம்பைச் சாய்விளிம்பு வழியே கவனமாக வெட்டி விரிக்கும்போது உரு 2 இல் உள்ளவாறான ஆரைச்சிறை கிடைக்கும். இவ்வாரைச்சிறையின் ஆரை, கூம்பின் சாயுயரம் l ஆகும். வளைந்த விளிம்பின் நீளம் ஆரை r ஐ உடைய வட்ட அடியின் பரிதி $2\pi r$ ஆகும்.

இப்போது இவ்வடிவத்தை சிறிய கீற்றுகளாக வேறுபடுத்தி உரு 3 இல் உள்ளவாறு மாறி, மாறி ஒட்டும்போது செவ்வக வடிவம் கிடைக்கும்.

இச் செவ்வகத்தின் நீளம் $\frac{2\pi r}{2}$ உம் அகலம் l உம் ஆகும்.

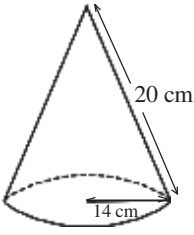
$$\begin{aligned} \therefore \text{செவ்வகத்தின் நீளம்} &= \pi r \\ \text{செவ்வகத்தின் அகலம்} &= l \\ \therefore \text{பரப்பளவு} &= \pi r l \\ \text{கூம்பின் வளைமேற்பரப்பின் பரப்பளவு} &= \pi r l \end{aligned}$$

ஆரை r ஐயும் சாயுயரம் l ஐயும் உடைய ஒரு கூம்பின் வளைமேற்பரப்பின் பரப்பளவு $A = \pi r l$

$$\begin{aligned} \text{திண்மக் கூம்பின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு} &= \\ \text{வட்ட அடியின் பரப்பளவு} + \text{வளைபரப்பின் பரப்பளவு} &= \pi r^2 + \pi r l \\ &= \pi r(r+l) \end{aligned}$$

உதாரணம் 4.

திண்மக் கூம்பு ஒன்று உருவில் காணப்படுகின்றது. அதிலுள்ள தகவல்களுக்கேற்ப அதன் மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க.



$$\text{கூம்பின் வளை மேற்பரப்பின் பரப்பளவு} = \pi r l$$

$$= \frac{22}{7} \times 14 \times 20 \text{ cm}^2$$

$$= 880 \text{ cm}^2$$

$$= \pi r^2 \text{ வட்ட மேற்பரப்பின் பரப்பளவு}$$

$$= \frac{22}{7} \times 14 \times 20 \text{ cm}^2$$

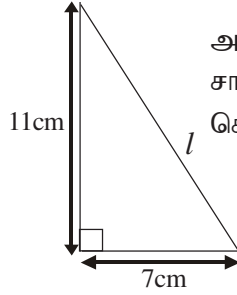
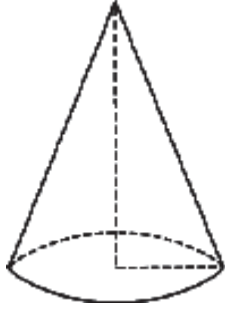
$$= 616 \text{ cm}^2$$

$$\text{கூம்பின் மொத்த மேற்பரப்பளவு} = 880 \text{ cm}^2 + 616 \text{ cm}^2$$

$$= 1496 \text{ cm}^2$$

உதாரணம் 5.

உருவில் குறிக்கப்பட்டுள்ள தகவலுக்கேற்ப கூம்பின் வளைமேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க.



$$\text{அடியின் ஆரை} = 7 \text{ cm}$$

$$\text{சாயுயரம்} = l$$

$$\text{செங்குத்து உயரம்} = 11 \text{ cm}$$

பைதகரசின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்திச் செங்கோண முக்கோணியின் செம்பக்கத்தின் நீளத்தைக் காணல்.

$$l^2 = 11^2 + 7^2$$

$$= 121 + 49$$

$$= 170$$

$$l = \sqrt{170} \text{ cm} = 13.03 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned}
\text{கூம்பின் வளைப்பரப்பின் பரப்பளவு} &= \pi r l \\
&= \frac{22}{7} \times 7 \times \sqrt{170} \text{ cm}^2 \\
&= 22 \sqrt{170} \text{ cm}^2 \\
&= 22 \times 13.03 \text{ cm}^2 \\
&= 286.66 \text{ cm}^2
\end{aligned}$$

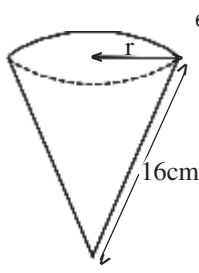
உதாரணம் 6.

திண்மக் கூம்பின் வட்டத்தின் பரிதி 66 cm உம் சாயுயரம் 16 cm எனின், அதன் மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க.

$$l = 16 \text{ cm}$$

$$r = ?$$

கூம்பின் அடியின் ஆரையைக் காண்போம்.



$$\begin{aligned}
\text{வட்டத்தின் பரிதி} &= 2 \pi r \\
&= 66 \text{ cm}
\end{aligned}$$

$$2 \pi r = 66 \text{ cm}$$

$$2 \times \frac{22}{7} \times r = 66 \text{ cm}$$

$$r = \frac{66 \times 7}{22 \times 2} \text{ cm}$$

$$r = \frac{21}{2} \text{ cm}$$

$$\text{ஆரை} = 10.5 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned}
\text{கூம்பின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு} &= \pi r l + \pi r^2 \\
&= \pi r (l + r) \\
&= \frac{22}{7} \times 10.5 \times (16 + 10.5) \text{ cm}^2 \\
&= \frac{22}{7} \times 10.5 \times 26.5 \text{ cm}^2 \\
&= 874.5 \text{ cm}^2
\end{aligned}$$

உதாரணம் 7.

முகுந்தன் கூம்பு வடிவுள்ள ஒரு தொப்பியைக் செய்வதற்கு உத்தேசித்துள்ளான். அதற்குத் தேவையான கடதாசியின் பரப்பளவு 440 cm^2 உம் தொப்பியின் சாயுயரம் 20 cm உம் ஆகும். தொப்பியின் அடியின் சுற்றளவு யாது?

$$\begin{aligned}\text{வளைபரப்பின் பரப்பளவு} &= \pi r l \\ &= 440 \text{ cm}^2 \\ \pi r l &= 440 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

$$\frac{22}{7} \times r \times 20 = 440 \text{ cm}^2$$

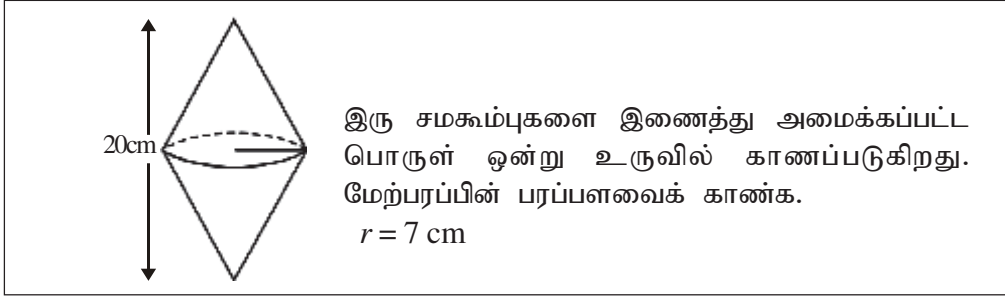
$$r = \frac{440 \times 7}{22 \times 20} \text{ cm}$$

$$r = 7 \text{ cm}$$

$$\text{தொப்பியின் அடியின் சுற்றளவு} = 2\pi r$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \text{ cm}$$

$$r = 44 \text{ cm}$$



பயிற்சி 4.2

1. அடியுள்ள ஒரு கூம்பின் ஆரை 7 cm ஆகவும், சாயுயரம் 12 cm ஆகவும் இருப்பின், அதன் மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க.
2. செங்கூம்பு வடிவமுள்ள மணற் குவியல் ஒன்றின் வட்ட அடியின் ஆரையை ரவி காண விரும்புகின்றான். அதற்குரிய ஒரு முறையைத் தெரிவிக்க. அதிலிருந்து சாயுயரத்தை எங்கனம் பெறலாம்? கும்பியின் வளைபரப்பினை எவ்வாறு காணலாம்.
3. செங்கூம்பு வடிவமுள்ள மணற் குவியல் ஒன்றின் பரிதி 528 cm உம் அதன் சாயுயரம் 140 cm உம் ஆகும். குவியலின் வளைபரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க. குவியல் தரையில் எவ்வளவு இடத்தை அடக்கியுள்ளது?

4. கண்ணன் கூம்பு வடிவமுள்ள ஒரு கூடாரத்தைச் செய்வதற்கு உத்தேசித்துள்ளான். அவன் அதன் செங்குத்து உயரம் 2 m ஆக இருக்க வேண்டுமெனத் தீர்மானிக்கிறான். அதன் அடியின் ஆரை 1.4 m ஆகும். அதனை மூடத் தேவையான இரட்டுத் துணியின் பரப்பளவைக் காண்க.



சிறிய பூச்சிகளைப் பிடிக்கப் பயன்படுத்தப்படும் கூடை உருவில் காணப்படுகின்றது. இதன் கம்பி வளையத்தின் ஆரை 7 cm உம் செங்குத்து உயரம் 24 cm உம் ஆகும். இக்கூடையைச் செய்ய பயன்படுத்திய வலையின் பரப்பளவைக் காண்க.

4.3 கோளத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு



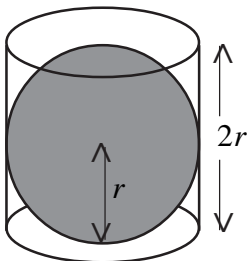
உதைபந்து

பந்து

இவ்வுருக்களில் காணப்படும் திண்மங்கள் கோள வடிவமுள்ளவை. ஒரு கோளத்தின் ஆரைக்குச் சமமான ஆரையும் விட்டத்திற்குச் சமமான உயரமும் உள்ள ஓர் உருளையின் வளைபரப்பின் பரப்பளவானது கோளத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவிற்குச் சமமென ஆக்கிமிடீஸ் எடுத்துரைத்தார்.

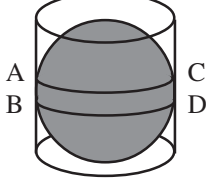
$$\begin{aligned} \text{உருளையின் வளைப்பரப்பின் பரப்பளவு} &= 2\pi r \times 2r \\ &= 4\pi r^2 \end{aligned}$$

ஆகும்.



$$\text{கோளத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு } A = 4\pi r^2$$

- கோளத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவிற்குச் சமமான வளைபரப்பின் பரப்பளவுள்ள உருளை அக்கோளத்தின் **சுற்றுருளை** எனப்படும்.



• உங்களுக்கு தெரியுமா?

கோளத்தில் சுற்றுருளை உள்ளே உண்டாகும் போது உருளையின் வட்டக் குறுக்கு வெட்டிற்குச் சமாந்தரமாக வெட்டப்பட்ட AB, CD ஆகியவற்றின் மூலம் காட்டப்படும் பகுதியின் பரப்பளவானது கோளத்தினால் வெட்டப்படும் பகுதியின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவுக்குச் சமமாகும்.

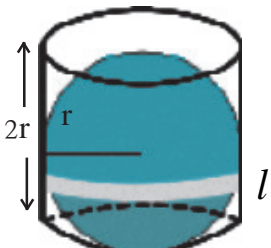
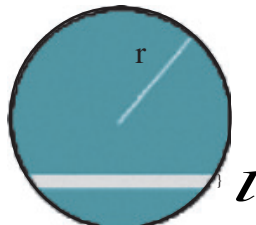
திண்ம அரைக்கோளத்தின் வளைப்பரப்பின் பரப்பளவு $= 2\pi r \times r$
 அரைக்கோளத்தின் வளைப்பரப்பின் பரப்பளவு $= 2\pi r^2$ ஆகும்.
 \therefore அரைக் கோளத்தின் மொத்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவு $= \pi r^2 + 2\pi r^2$
 $= 3\pi r^2$
 (இங்கு πr^2 ஆனது அரைக்கோளத்தின் தள மேற்பரப்பின் பரப்பளவாகும்.)



- கோளத்தின் எந்தவொரு பகுதியினதும் மேற்பரப்பின் பரப்பளவானது அதன் உருளையைக் கொண்டு காணப்படலாம்.

• காண்க.

இவ்விரு உருக்களிலும் நிழற்றப்படாத மேற்பரப்பின் பரப்பளவு யாது?

உதாரணம் 8.

14 cm ஆரையுள்ள ஒரு கோளத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க?

$$\begin{aligned} \text{கோளத்தின் ஆரை} &= 14 \text{ cm} \\ \text{அதன் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு} &= 4\pi r^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 4 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \text{ cm}^2 \\ &= 2464 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

உதாரணம் 9.

ஒரு கோளத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு 154 cm^2 ஆகும். அதன் ஆரையைக் காண்க.

$$\begin{aligned} \text{கோளத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு} &= 4\pi r^2 \\ \text{தரப்பட்டுள்ள கோளத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு} &= 154 \text{ cm}^2 \\ \therefore 4\pi r^2 &= 154 \end{aligned}$$

$$r^2 = \frac{154 \times 7}{22 \times 4}$$

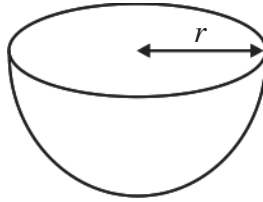
$$r = \sqrt{\frac{49}{4}}$$

$$= \frac{7}{2}$$

$$\text{ஆரை} = 3.5 \text{ cm}$$

உதாரணம் 10.

உருவில் காணப்படும் அரைக்கோள வடிவ கடதாசி அழுத்தியின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு 462 cm^2 ஆகும். அதன் ஆரையைக் காண்க.



$$\begin{aligned} \text{அரைக்கோள வளைபரப்பின் பரப்பளவு} &= 2\pi r^2 \\ \text{வட்டப் பகுதியின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு} &= \pi r^2 \\ \text{மொத்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவு} &= 3\pi r^2 \\ &= 462 \text{ cm}^2 \\ 3\pi r^2 &= 462 \end{aligned}$$

$$3 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 462$$

$$r^2 = \frac{462 \times 7}{3 \times 22} \text{ cm}^2$$

$$r^2 = 49 \text{ cm}^2$$

$$r = \sqrt{49} \text{ cm}$$

$$r = 7 \text{ cm}$$

உதாரணம் 11.

280 cm நீளமும் 220 cm அகலமும் உள்ள மெல்லிய செப்புத் தகட்டினை முற்றாக உருக்கி 7 cm ஆரையுள்ள எத்தனை பொட் கோளங்களை ஆக்கலாம்? (தயாரிக்கும்போது விரயம் ஏற்படவில்லை எனக் கொள்க.)

ஆரை r ஐ உடைய ஒரு கோளத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு $= 4 \pi r^2$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \text{ cm}^2$$

தகட்டின் பரப்பளவு

$$= 280 \text{ cm} \times 220 \text{ cm}$$

கோளங்களின் எண்ணிக்கை

$$= \frac{280 \times 220}{4 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7}$$

$$= \frac{280 \times 220}{4 \times 22 \times 7}$$

$$= 100$$

பயிற்சி 4.3

1. ஒரு கோளத்தின் ஆரை 14 cm ஆகும். அதன் மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க.
2. 7 cm ஆரையுள்ள ஒரு திண்ம அரைக்கோளத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க.
3. ஒரு கோளத்தின் ஆரை 10 cm ஆகும். அதன் சுற்றுருளையின் பரப்பளவைக் காண்க.
4. அடியின் ஆரை 7 cm ஆகவும் உயரம் ஆரையின் இரு மடங்காகவும் உள்ள ஓர் உருளை வடிவ வளைபரப்பைக் கொண்டு அமைக்கப்பட்டுள்ள கோளத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க.
5. ஒரு கோளத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு 616 cm^2 ஆகும். அதன் ஆரையைக் காண்க.
6. 7 cm ஆரையுள்ள ஓர் அரைக்கோளப் பொருளின் புற மேற்பரப்பை மூடத் தேவையான துணியின் பரப்பளவைக் காண்க.