25 நிகழ்தகவு

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம்
- *மாதிரி வெளியை எழுதுதல், மாதிரி வெளியை மரவரிப்படங்கள் மூலம் காட்டல்,*
- *மரவரிப்படங்களைப் பாவித்து பிரசினங்களைத் தீர்த்தல்.*

என்பன பற்றிய விளக்கத்தைப் பெற்றுக்கொள்வீர்கள்.

நேர்தகவை வகைகுறிக்கும் பல்வேறு முறைகளின் மூலம் அன்றாட வாழ்க்கையில் சந்திக்கும் நிகழ்ச்சிகளை வரையறுப்பது தொடர்பாக நீங்கள் கற்றுள்ள விடயங்களை மீட்டுவோம்.

25.1 மாதிரி வெளி

எழுமாற்றுப் பரிசோதனை ஒன்றின் எல்லா இயல்தகு பேறுகளையும் கொண்ட தொடை அப்பரிசோதனையின் **மாதிரி வெளி** எனப்படும். மாதிரி வெளி "S" எனக் குறிக்கப்படும்.

உதாரணம் 1.

(i) கோடாத நாணயம் ஒன்றைச் சுண்டும்போது அதன் மாதிரி வெளி $S = \{ H,T \}$ எனக் குறிக்கப்படுகின்றது. இங்கு H - தலை விழுதல் T - பூ விழுதல் ஆகும்.

(ii) முகங்களில் 1 இலிருந்து 6 வரை இலக்கமிடப்பட்ட தாயக்கட்டையை எறியும் எழுமாற்றுப் பரிசோதனையின் மாதிரி வெளி $S = \{ 1,2,3,4,5,6 \}$ என எழுதப்படும்.

(iii) பிறக்கப்போகும் பிள்ளை ஆண் அல்லது பெண்ணாக இருப்பதைக் காணும் பரிசோதனையின் மாதிரிவெளி $S = \{ M,F \}$ என எழுதப்படும். இங்கு F - பெண்ணாக இருத்தல், M - ஆணாக இருத்தல்.

இலவச விநியோகத்திற்காக

25.2 நிகழ்ச்சி

நிகழ்ச்சி என்பது மாதிரி வெளியொன்றின் ஒரு தொடைப் பிரிவாகும்.

உதாரணம் 2.

(i) நாணயக் குற்றி ஒன்றை எறியும்போது தலை பெறப்படுவது ஒரு நிகழ்ச்சி ஆகும். அதனை A எனக் குறிப்பின் $A = \{ H \}$ஆகும். இது $S = \{ H, T \}$ என்ற தொடையின் ஒரு தொடைப் பிரிவாகும்.

(ii) தாயக்கட்டையொன்றை எறியும்போது ஒற்றை எண்களைப் பெறுவது ஒரு நிகழ்ச்சியாகும். இதனை B எனக் குறிப்பின், $B = \{ 1,3,5 \}$ ஆகும். இது $S = \{ 1,2,3,4,5,6 \}$ மாதிரி வெளியின் ஒரு தொடைப் பிரிவாகும்.

25.3 எளிய நிகழ்ச்சி

யாதாயினுமொரு நிகழ்ச்சியானது மேலும் பல நிகழ்ச்சிகளாகப் பிரிக்க முடியாது எனின் அந்நிகழ்ச்சி **எளிய நிகழ்ச்சி** எனப்படும். அதாவது எளிய நிகழ்ச்சி ஒன்றில் ஒரு மூலகமே உண்டு.

உதாரணம் 3.

(i) நாணயக் குற்றியொன்றை எறியும்போது தலை பெறப்படும் நிகழ்ச்சியானது ஒரு எளிய நிகழ்ச்சியாகும். இதில் H என்ற ஒரே ஒரு மூலகமே உண்டு.

(ii) சாதாரண தாயக்கட்டை ஒன்றை எறியும்போது பெறப்படும் மாதிரி வெளி $S = \{ 1,2,3,4,5,6 \}$ ஆகும். இதன் எளிய நிகழ்ச்சிகளை பின்வருமாறு எழுதலாம்.
$\{1\},\{2\},\{3\},\{4\},\{5\},\{6\}$

யாதாயினுமொரு நிகழ்ச்சியை எளிய நிகழ்ச்சிகளின் **ஒன்றிப்பு** எனக் கூறலாம்.

தாயக்கட்டை ஒன்றை எறியும்போது பெறப்படும் மாதிரி வெளி S உம் ஒரு நிகழ்ச்சி எனக் கொள்ளலாம்.

$$S = \{1\} \cup \{2\} \cup \{3\} \cup \{4\} \cup \{5\} \cup \{6\}$$

இலவச விநியோகத்திற்காக

25.4 கூட்டு நிகழ்ச்சி

ஒரு நிகழ்ச்சியானது இரண்டு அல்லது இரண்டுக்கு மேற்பட்ட எளிய நிகழ்ச்சிகளாகப் பிரிக்க முடியுமெனின், இந் நிகழ்ச்சி **கூட்டு நிகழ்ச்சி** எனப்படும்.

உதாரணம் 4.

தாயக்கட்டை ஒன்றை எறியும்போது ஒற்றை எண் பெறப்படும் நிகழ்ச்சி ஒரு கூட்டு நிகழ்ச்சி ஆகும்.

A = ஒற்றை எண் பெறல் எனின்,

$A = \{ 1, 3, 5 \}$

இதனை, $\{1\}$, $\{3\}$, $\{5\}$ என்றவாறு பல எளிய நிகழ்ச்சிகளாகப் பிரிக்கலாம்.

25.5 தம்முள் புறநீங்கும் நிகழ்ச்சிகள்.

மாதிரி வெளி ஒன்றின் யாதேனும் இரண்டு நிகழ்ச்சிகளைக் கருதும்போது, அந்த இரண்டு நிகழ்ச்சிகளுக்கும் பொதுவான நிகழ்ச்சி இல்லை எனின், அவை **தம்முள் புறநீங்கும்** நிகழ்ச்சிகள் எனப்படும்.

மாதிரிவெளி ஒன்றின் A,B என்னும் இரண்டு நிகழ்ச்சிகள், $A \cap B = \phi$ என்றவாறு இருப்பின் A,B என்பன தம்முள் புறநீங்கும் நிகழ்ச்சிகள் ஆகும்.

உதாரணம் 5.

தாயக்கட்டை ஒன்றை எறியும் எழுமாற்றுப் பரிசோதனை ஒன்றில்,

A - ஒற்றை எண் பெறல்,

B - இரட்டை எண் பெறல்,

என்ற இரண்டு நிகழ்ச்சிகளைக் கருதும்போது,

$A = \{ 1,3,5\}$, $B=\{2,4,6\}$ ஆகும்.

$A \cap B = \varnothing$ ஆகும்.

(ஒற்றை எண்ணும், இரட்டை எண்ணும் ஒருமித்துப் பெற முடியாது.)

$\therefore A,B$ என்பன தம்முள் புறநீங்கும் நிகழ்ச்சிகளாகும்.

இலவச விநியோகத்திற்காக

25.6 நிகழ்தகவு

நிகழ்ச்சி ஒன்றின் நிகழ்தகவு என்பதால் கருதப்படுவது அந்த நிகழ்ச்சி நடைபெறக் கூடிய வாய்ப்பின் அளவுக்கு ஒரு பெறுமானம் கொடுப்பதாகும்.

தொடக்கத்தில் சம நேர்த்தகவுடைய (சம வாய்ப்புடைய) நிகழ்ச்சிகளுக்கே நிகழ்தகவை இலகுவாக வரையறுக்கலாம்.

உதாரணம் 6.

தாயக்கட்டையை எறியும்போது எழுமாற்றுப் பரிசோதனையைக் கருதுவோம். அப்போது மாதிரிவெளி

$$S = \{ 1,2,3,4,5,6 \}$$

இதன் எளிய நிகழ்ச்சிகள் வருமாறு

$$\{1\},\{2\},\{3\},\{4\},\{5\},\{6\}$$

இவை சம நேர்தகவுடைய நிகழ்ச்சிகள் ஆகும்.

இங்கு $A=\{2\}$ எனின் A என்பது எளிய நிகழ்ச்சியாகும். A இன் நிகழ்தகவு $P(A)$ எனக் குறிக்கப்படுவதோடு

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{6}$$ என வரையறுக்கப்படும். இங்கு $n(s)$என்பது மாதிரிவெளியிலுள்ள மூலகங்களின் எண்ணிக்கையை குறிக்கின்றது.

மேலே குறிப்பிட்ட எளிய நிகழ்ச்சிகள் ஒவ்வொன்றிலும் நிகழ்தகவு $\frac{1}{6}$ ஆகும் என்பது தெளிவானது.

மாதிரி வெளி ஒன்றில் உள்ள எளிய நிகழ்ச்சிகள் ஒவ்வொன்றும் சம நிகழ்தகவுகளைக் கொண்டிருப்பின் அவை சம நேர்தகவுடைய நிகழ்ச்சிகள் எனப்படும்.

மாதிரி வெளி ஒன்றின் எளிய நிகழ்ச்சிகள் யாவும் தம்முள் புறநீங்கும் நிகழ்ச்சிகள் ஆவதோடு, அவற்றின் நிகழ்தகவுகளின் கூட்டுத்தொகை 1 ஆகும்.

இப்போது சம நேர்தகவுடைய எளிய நிகழ்ச்சிகளைக் கொண்ட பின்வரும் நிகழ்ச்சியைக் கருதுவோம்.
தாயக்கட்டை ஒன்றை எறியும்போது ஒற்றை எண் பெறும் நிகழ்ச்சியைக் கருதுக.

$X =$ ஒற்றை எண் பெறல்

$X = \{1, 3, 5\}$

இவ்வாறான கூட்டு நிகழ்ச்சி ஒன்றின் நிகழ்தகவு பின்வருமாறு கணிக்கப்படும்.

$$P(X) = \frac{n\,(X)}{n\,(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

எழுமாற்றுப் பரிசோதனை ஒன்றில் சமநேர்தகவுடைய நிகழ்ச்சிகளைக் கொண்ட மாதிரிவெளி S உம், அதன் யாதாயினுமொரு நிகழ்ச்சி M உம் என்க.

$n(S) = N$ உம் $n(M) = m$ உம் எனின்,

$$P(M) = \frac{n\,(M)}{n\,(S)} = \frac{m}{N}$$ ஆகும்.

இங்கு $0 \leqslant \mathrm{P(M)} \leqslant 1$

மேலும் A, B என்பன யாதேனும் இரண்டு நிகழ்ச்சிகள் எனின்,

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ எனவும்,

A, B என்பன தம்முள் புறநீங்கும் நிகழ்ச்சிகள் எனின்,

$\mathrm{A} \cap \mathrm{B} = \varnothing$, $\mathrm{P(A} \cap \mathrm{B)} = 0$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ எனவும் கற்றுள்ளீர்கள்.

உதாரணம் 7.

75 நுகர்வோரில் 12 பேர் கார் (M) வாங்குவதற்கும் 18 பேர் குளிரூட்டி (C) வாங்குவதற்கும் 24 பேர் தொலைக்காட்சிப் பெட்டி (R) வாங்குவதற்கும் விரும்பினர். அவர்கள் 6 பேர் காரும், குளிரூட்டியும் வாங்குவதாகவும், 4 பேர் காரும் தொலைக்காட்சியும் வாங்குவதாகவும் 10 பேர் குளிரூட்டியும் தொலைக்காட்சியும் வாங்குவதாகவும் ஒருவர் மூன்றையும் வாங்குவதாகவும் தகவல் பெறப்பட்டது.

1. இத் தகவல்களைப் காட்ட வென்வரிப்படம் வரைக.
2. ஒருவர் எழுமாறாகத் தெரிவு செய்யப்பட்டால் அவர்,
   - (அ) எந்தவொன்றையும் வாங்கவிரும்பாதவராக இருப்பதற்கான
   - (ஆ) கார் மட்டும் வாங்குபவராக இருப்பதற்கான
   - (இ) தொலைக்காட்சிப் பெட்டி மட்டும் வாங்குபவராக இருப்பதற்கான

இலவச விநியோகத்திற்காக

(ஈ) குளிரூட்டி மட்டும் வாங்குபராக இருப்பதற்கான

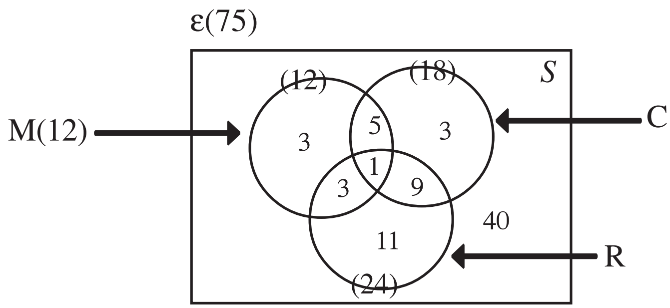
(உ) - குளிரூட்டி அல்லது கார் இவற்றில் ஏதாவது ஒன்றை வாங்குபவராக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

M - கார் வாங்குபவர்கள்

C - குளிரூட்டி வாங்குபவர்கள்

R - தொலைக்காட்சிப்பெட்டி வாங்குபவர்கள்

(i)



(ii) (அ) எதனையும் வாங்காதவராக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு.

$$= P(M\cup C\cup R)'$$

$$= \frac{n(M\cup C\cup R)'}{n(s)} = \frac{40}{75} = \frac{8}{15}$$

(ஆ) கார் மட்டும் வாங்குபவராக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$$= P(M\cap (C\cup R)') = \frac{3}{75} = \frac{1}{25}$$

(இ) தொலைக்காட்சிப் பெட்டி மட்டும் வாங்குபவராக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$$= P(R\cap (M\cup R)') = \frac{11}{75}$$

(ஈ) குளிரூட்டி மட்டும் வாங்குபவராக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு.

$$P\left(C\cap (M\cup R)'\right) = \frac{3}{75} = \frac{1}{25}$$

(உ) குளிரூட்டி அல்லது கார் ஏதாவது ஒன்றை வாங்குபவராக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$$P(M\cup C) = \frac{n(M\cup C)}{n(s)} = \frac{24}{75} = \frac{8}{25}$$

செயற்பாடு 25.1

மேலே உதாரணம் (7) இன்படி

$P(M \cup R \cup C) = P(M) + P(R) + P(C) - P(M \cap R)$

$-P(M \cap C) - P(R \cap C) + P(M \cap R \cap C)$ என்ற சமன்பாட்டை வாய்ப்புப் பார்க்க.

பயிற்சி 25.1

1. 46 மாணவர்களிடம் இராணுவம், கடற்படை, விமானப்படை ஆகியனவற்றிற் சேர்வதற்கான அவர்களது விருப்பம் பற்றி வினவப்பட்டது. அப்போது பெறப்பட்ட தகவல்கள் பின்வருமாறு,

இராணுவத்திற் சேர விரும்பியோர் தொகை 21 பேர் , விமானப்படையிற் சேர விரும்பியோர் 14 பேர் , கடற்படையிற் சேர விரும்பியோர் தொகை 23 பேர் , இம் மூன்றிலும் சேர விரும்பியோர் 5 பேர், இராணுவத்திலும் விமானப்படையிலும் சேர விரும்பியோர் 7 பேர் , இராணுவத்திலும் கடற்படையிலும் மட்டும் சேர விரும்பியோர் 8 பேர், விமானப்படையில் மட்டும் சேர விரும்பியோர் தொகை 4 பேர் ஆகும்.

❖ தரவுகளை வென்வரிப்படம் ஒன்றில் குறிக்க.

❖ இம் மாணவர்களுள் ஒருவரை எழுமாறாகத் தெரிவு செய்தால், அவர்

(a) இராணுவத்தில் மட்டும் சேர விரும்பியவராக இருப்பதற்கான

(b) கடற்படையில் மட்டும் சேர விரும்பியவராக இருப்பதற்கான

(d) இப்படைகள் எதிலுமே சேர விரும்பாதவராக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

2. பை ஒன்றில் அளவிலும் வடிவத்திலும் சமமான 10 பவளங்கள் உள்ளன அவற்றில் 5 வெள்ளை நிறமானவை, 3 சிவப்பு நிறமானவை, 2 கறுப்பு நிறமானவை. பவளம் ஒன்றை எழுமாறாக வெளியே எடுத்து மீண்டும் அதனைப் பையினுள் இடாமல் இரண்டாவதாக எழுமாறாக இன்னுமொரு பவளம் வெளியே எடுக்கப்பட்டது.

இலவச விநியோகத்திற்காக

- ❖ இத் தரவுகளைக் குறிக்கும். மாதிரிவெளியை தெக்காட்டித்தளம் ஒன்றிற் காட்டுக.
- ❖ வெளியே எடுக்கப்பட்ட இரு பவளங்களும்
  - (a) வெள்ளை நிறமானவையாக இருத்தல்.
  - (b) சிவப்பு நிறமானவையாக இருத்தல்
  - (c) கறுப்பு நிறமானவையாக இருத்தல்
  - (d) ஒன்று வெள்ளை நிறமானதாகவும் மற்றையது சிவப்பு நிறமானதாகவும் இருத்தல்.
  - (e) வித்தியாசமான நிறமுடையனவாக இருத்தல் ஆகிய நிகழ்ச்சிகளுக்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

25.7 சாரா நிகழ்ச்சிகள்

பரிசோதனை ஒன்றின் மாதிரிவெளி S என்க. A, B என்பன இரு நிகழ்ச்சிகள் என்க. நிகழ்ச்சி B நிகழ்வதற்கான நிகழ்தகவு, நிகழ்ச்சி A நடைபெறுகிறது அல்லது நடைபெறவில்லை என்பதில் தங்கியிருக்கவில்லையெனின் A, B என்பன சாரா நிகழ்ச்சிகளாகும்.
சாரா நிகழ்ச்சிகள் என்பது நிகழ்தகவில் ஒரு முக்கிய எண்ணக்கரு ஆகும். பின்வரும் உதாரணம் மூலம் அதனைப் பின்வருமாறு விளக்கலாம்.

உதாரணம் 8.

36 பேர் கொண்ட மாணவர் குழுவில், ***A*** - நீல நிறமான கண்களைக் கொண்டவர்கள், ***B*** - மாணவன் என்க. இவர்களோடு தொடர்பான விபரங்களைக் கொண்ட அட்டவணையை அவதானிக்க.

	$n(A)$	$n(A')$	மாணவர்களின் மொத்த எண்ணிக்கை
$n(B)$	6	6	12
$n(B')$	12	12	24
மாணவர்களின் மொத்த எண்ணிக்கை	18	18	36

இலவச விநியோகத்திற்காக

இங்கு A'- நீல நிறமான கண்களைக் கொண்டவராக இல்லாதிருத்தல்.
B'- மாணவியாக இருத்தல் ஆகும். இதற்கேற்ப, மேலே உள்ள குழுவிலிருந்து ஒருவரை எழுமாறாகத் தெரிவு செய்யும்போது, அவர் தொடர்பாகப் பின்வரும் நிகழ்தகவுகளைக் காணலாம்.

$$P(A) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

$$P(B) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

$$P(A \cap B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

மேலும் $P(A) \times P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$

$$= \frac{1}{6}$$

$$= P(A \cap B)$$

$$\therefore P(A) \times P(B) = P(A \cap B)$$

மேலே குறிப்பிட்ட A,B எனும் இரண்டு நிகழ்ச்சிகளில், A என்ற நிகழ்ச்சி நிகழ்வதிலோ அல்லது நிகழாமல் இருப்பதிலோ எந்தப் பாதிப்பையும் B என்ற நிகழ்ச்சி ஏற்படுத்தாது. அதாவது ஒரு மாணவரைத் தெரிவு செய்யும்போது, அவர் ஆணாக இருப்பது அல்லது இல்லாதிருப்பது என்பது அவரது கண்கள் நீல நிறமாக இருத்தல் என்பதில் எந்தப் பாதிப்பையும் ஏற்படுத்தாது.

இவ்வாறான நிகழ்ச்சிகள் சாரா நிகழ்ச்சிகள் எனப்படும்.

A,B என்பன ஒரு மாதிரி வெளியின் இரண்டு சாரா நிகழ்ச்சிகள் எனின்,
$P(A \cap B) = P(A).P(B)$ ஆகும்.
இதன் மறுதலையும் உண்மை.
அதாவது
$P(A \cap B) = P(A).P(B)$ எனின், A ,B என்பன சாரா நிகழ்ச்சிகள் ஆகும்.

உதாரணம் 9.

1. இரண்டு நாணயக் குற்றிகள் ஒருமித்து எறியப்படுகின்றன என்க.

$S = \{ HH, HT, TH, TT \}$ ஆகும்.

A - முதல் நாணயக் குற்றியில் தலை விழுதல்.

B - இரண்டாம் நாணயக் குற்றியில் தலை விழுதல்.

$\because C$ - ஒரு நாணயக் குற்றியில் மட்டும் தலை விழுதல்.

$A = \{ HH, HT \}$, $B = \{ HH, TH \}$

$C = \{ HT, TH \}$

$\therefore P(A) = P(B) = P(C) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ ஆகும்.

$P(A \cap C) = \frac{1}{4},\ P(A \cap B) = \frac{1}{4},\ P(B \cap C) = \frac{1}{4}$

$\therefore P(A \cap C) = P(A).P(C)$ உம் $P(A \cap B) = P(A).P(B)$ உம்,

$P(B \cap C) = P(B).P(C)$ ஆகும்.

ஆகவே A, C உம், A, B உம் B, C உம் சோடியாய்ச் சாராதவை ஆகும்.

மேலே குறிப்பிட்ட உதாரணத்தில் $P(A \cap B \cap C) = P(A).P(B).P(C)$ என்பது உண்மையா? என வாய்ப்புப் பார்க்க.

பயிற்சி 25.2

1. முகங்களில் 1 தொடக்கம் 6 வரை இலக்கமிடப்பட்ட ஒன்று சிவப்பும், மற்றையது பச்சையும் ஆன இரண்டு தாயக்கட்டைகள் ஒருமித்து எறியப்படும்போது பெறப்படும் மாதிரிவெளியைப் புள்ளி வரைபில் காட்டுக.

A - சிவப்புத் தாயக்கட்டையில் 5 பெறல்.

B - பச்சை தாயக்கட்டையில் 6 பெறல்.

எனின் A, B என்பன சாரா நிகழ்ச்சிகள் எனக் காட்டுக.

2. கோடாத நாணயம் ஒன்று மூன்று தடவைகள் மேலே எறியப்பட்டன.

A முதல் தடவை பூ கிடைத்தல்.

B இரண்டாம் தடவை பூ கிடைத்தல்.

C மூன்று தடவைகளிலும் இரண்டு தலைகள் மட்டும் கிடைத்தல். எனின், A, B, C என்ற நிகழ்ச்சிகள் எவை சாரா நிகழ்ச்சிகள் ஆகும்.

3. ஒரே மாதிரியான பொருட்கள் A, B எனும் இரண்டு பெட்டிகளில் உள்ளன. A இலுள்ள 8 பொருட்களில் 3 பழுதானவை. B இலுள்ள 5 பொருட்களில் 2 பழுதானவை. ஒவ்வொரு பெட்டியிலும் இருந்து ஒரு பொருள் வீதம் எழுமாறாக எடுக்கப்படுகின்றது. பின்வருவனவற்றின் நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

(a) இரண்டு பொருட்களும் பழுதானவையாக இருத்தல்.

(b) ஒன்று பழுதானதாகவும் மற்றையது நல்லதாகவும் இருத்தல்.

(c) A இலிருந்து எடுக்கப்பட்டது பழுதானதாக இருத்தல்.

(d) B இலிருந்து எடுக்கப்பட்டது பழுதானதாக இருத்தல்.

4. A, B என்ற இருவரில் A இலக்கைச் சுடுவதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{1}{4}$ உம், B இலக்கைச் சுடுவதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{1}{3}$ உம் ஆகும். பின்வருவனவற்றின் நிகழ்தகவைக் காண்க.

(i) இருவரும் இலக்கைச் சுடுதல்.

(ii) இருவரில் ஒருவராவது இலக்கைச் சுடுதல்.

5. A, B, C என்னும் மூன்று குதிரைகள் ஒரு ஓட்டப் போட்டியில் பங்கு பற்றுகின்றன. ஒவவொரு குதிரையும் வெற்றி பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு $P(A)=\frac{1}{2}$ உம், $P(B)=\frac{1}{3}$ உம் $P(C)=\frac{1}{6}$ உம் ஆகும். ஓட்டப் போட்டி இரண்டு தடவைகள் நடைபெறும் எனின், குதிரைகள் வெற்றி பெறுவதைக் குறிக்கும். இயல்தகு நிகழ்ச்சிகள் யாவற்றையும் கொண்ட மரவரிப்படத்தை வரைக.

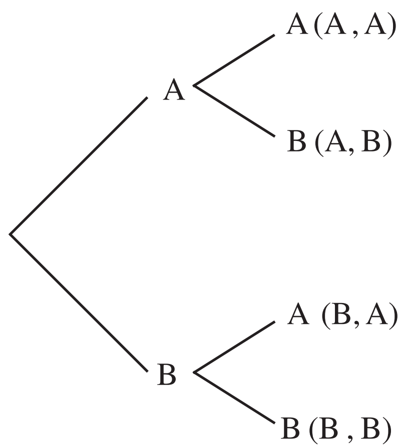
AB என்பது, முதல் போட்டியில் A உம், இரண்டாம் போட்டியில் B உம் வெற்றி பெறுவதைக் குறிக்கும் நிகழ்ச்சி எனின், பின்வரும் நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

$P(AB)$, $P(AC)$, $P(BA)$, $P(BB)$, $P(BC)$, $P(AA)$, $P(CA)$, $P(CB)$, $P(CC)$

இலவச விநியோகத்திற்காக

உதாரணம் 10.

A,B என்னும் வீரர்கள் டென்னிஸ் போட்டியொன்றில் பங்குபற்ற உள்ளனர். இவர்களுக்கிடையில் நடைபெறும் போட்டிகளில் தொடர்ந்து இரண்டு தடவைகள் அடுத்தடுத்து வெற்றி பெறுபவர் போட்டியில் சாம்பியனாகத் தெரிவு செய்யப்படுவார். இத்தரவுகளைக் குறிக்கும் மாதிரி வெளியை மரவரிப்படம் ஒன்றில் வரைக.



மாதிரிவெளி பின்வருமாறு அமையும்.

$$S = \{AA, AB, BA, BB\}$$

$n(S) = 4$ ஆகும்.

மேலே உதாரணத்தில் காட்டப்பட்வாறு மாதிரிவெளியொன்றை வரிப்படத்தில் காட்டும் முறை மரவரிப்படம் எனப்படும். இரண்டுக்கு மேற்பட்ட படிகளைக் கொண்ட எழுமாற்றுப் பரிசோதனைகளின் மாதிரிவெளிகளைக் குறிப்பதற்கு மரவரிப்படம் மிக முக்கியமானதாகும். இவ்வாறான பரிசோதனையின் நிகழ்ச்சிகளின் நிகழ்தகவைக் காணும்போது மரவரிப்படத்தைப் பயன்படுத்தி இலகுவாகக் காணலாம்.

உதாரணம் 11.

இரண்டு ரூபாய், ஒரு ரூபாய் நாணயக் குற்றிகள் இரண்டை எறியும் போது கிடைக்கும் பேறுகளை

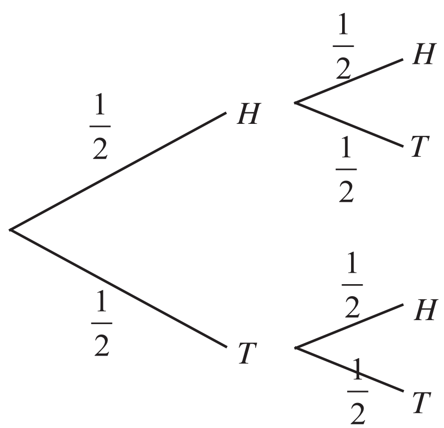
(i) மரவரிப்படம் மூலம் காட்டுக.

(ii) இரண்டு குற்றிகளிலும் தலை கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

(iii) ஒன்றிலாவது தலை கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

H - தலை கிடைத்தல். T - பூ கிடைத்தல்.

இரண்டு ரூபாய்க் குற்றி   ஒரு ரூபாய்க் குற்றி   பேறு நிகழ்தகவு



$(H, H) \rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$(H, T) \rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$(T, H) \rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$(T, T) \rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$S = \{HH, HT, TH, TT\}$

இரண்டு குற்றிகளிலும் தலை கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $= P\{H,H\} = \frac{1}{4}$

$$P(H, H) = P(H) \times P(H) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

ஒரு ரூபாய்க் குற்றியில் தலை கிடைப்பதும், இரண்டு ரூபாய்க் குற்றியில் தலை கிடைப்பதும் சாரா நிகழ்ச்சிகளாகும்.

[குறிப்பு : மரவரிப்படத்தின் கிளைகளின் மீது உரிய நிகழ்தகவுகளை எழுதுக.]

ஒரு குற்றியிலாவது தலை விழுவதற்கான நிகழ்தகவு

$$= P(H, H) + P(H, T) + P(T, H)$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$= \frac{3}{4}$$

இலவச விநியோகத்திற்காக

மேலும்,

$S = \{\{H,H\},\{H,T\},\{T,H\},\{T,T\}\}$ என்பதாலும்,

$P(S) = 1$ என்பதாலும்,

ஒரு குற்றியிலாவது தலை விழுவதற்கான நிகழ்தகவு

$$= 1 - P\{T,T\}$$

$$= 1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

என்றவாறு கணித்தலைச் செய்யலாம்.

குறிப்பு

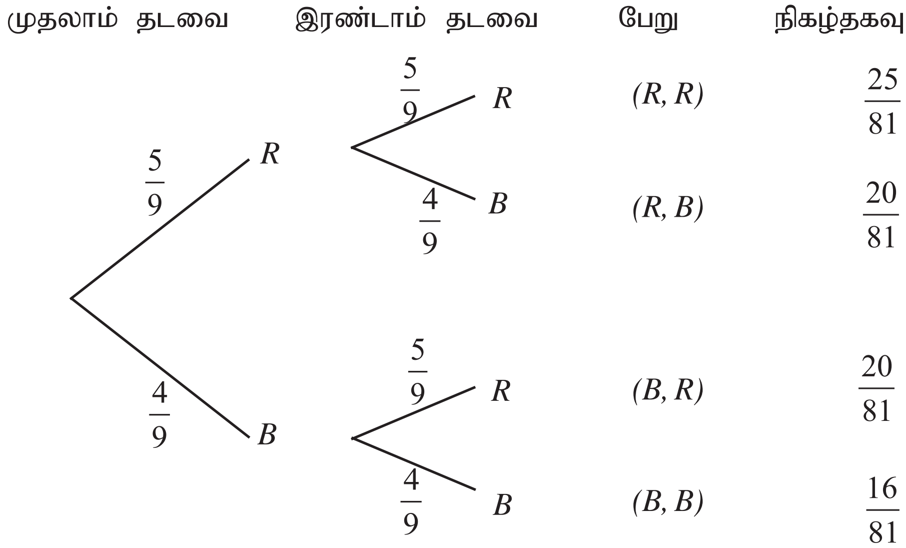
- கோடாத இரண்டு நாணயக் குற்றிகளை எறிந்து மேலே இருக்கும் முகத்தை அவதானிப்பதன் மூலமும்.
- கோடாத இரண்டு நாணயக் குற்றிகளுள் ஒன்றை முதலில் எறிந்து மேலே இருக்கும் முகத்தை அவதானித்த பின் இரண்டாவதை எறிந்து மேலே இருக்கும் முகத்தை அவதானிப்பதன் மூலமும்,
- கோடாத ஒரே நாணயத்தை இரண்டு தடவைகள் அடுத்தடுத்து எறிந்து மேலே இருக்கும் முகத்தை அவதானிப்பதன் மூலமும் பெறப்படும் மாதிரி வெளி ஒன்றே என்பதைக் கருத்திற்கொள்க.

25.8 பிரதிவைப்புடனான வகைகள் (With replacement)

உதாரணம் 12.

ஒரு உறையினுள் வடிவத்தில் ஒரே மாதிரியான 5 சிவப்பு நிறப் பந்துகளும் 4 நீல நிறப் பந்துகளும் உள்ளன. உறையினின்று எழுமாறாக ஒரு பந்து வெளியில் எடுக்கப்பட்டு அதில் நிறத்தைக் குறித்தபின் உறையினுள் இடப்படுகிறது. மீண்டும் ஒரு பந்து எழுமாறாக வெளியில் எடுக்கப்படுகிறது. மரவரிப்படம் மூலம் பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

(1) இரண்டு பந்துகளும் சிவப்பு நிறமாவதற்கும்,
(2) இரு பந்துகளும் நீல நிறமாவதற்கும்,
(3) ஒன்று சிவப்பு நிறப் பந்தாகவும் , மற்றையது நீல நிறப் பந்தாகவும் இருப்பதற்கும்,
(4) குறைந்தது ஒன்றாவது சிவப்பு நிறப் பந்தாக இருப்பதற்கும்,
(5) முதலில் தெரிவு செய்யப்படுவது சிவப்பு நிறப் பந்தாக இருப்பதற்கும் உரிய நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.



(i) $P(R,R)=\frac{25}{81}$

(ii) $P(B,B)=\frac{16}{85}$

(iii) $P(R,B)+P(B,R)=\frac{20}{81}+\frac{20}{81}=\frac{40}{81}$

(iv) $P(R,R)+P(B,R)+P(R,B)=\frac{25}{81}+\frac{20}{81}+\frac{20}{81}=\frac{65}{81}$

அல்லது $1-P(B,B)=1-\frac{16}{81}=\frac{65}{81}$

(v) $P(R,R)+P(R,B)=\frac{25}{81}+\frac{20}{81}=\frac{45}{81}=\frac{15}{27}=\frac{5}{9}$

பயிற்சி 25.3

1. பை ஒன்றில் ஒரே அளவான 5 மாபிள்கள் உள்ளன. அவற்றுள் 4 பச்சை நிறமானது மற்றயது மஞ்சள் நிறமானது. மாபிள் ஒன்று பையிலிருந்து எழுமாறாக வெளியே எடுக்கப்பட்டு அதன் நிறத்தைக் குறித்துக் கொண்ட பின்னர் மீண்டும் பையினுள் இடப்பட்டது. மீண்டும் மாபிள் ஒன்று பையிலிருந்து எழுமாறாக எடுக்கப்பட்டு அதன் நிறம் குறித்துக்கொண்ட பின்னர் மீண்டும் பையினுள் இடப்பட்டது.

(i) இப் பரிசோதனையின் மாதிரி வெளியை மரவரிப்படம் ஒன்றிற் காட்டுக.

(ii) பின்வரும் ஒவ்வொன்றினதும் நிகழ்தகவைக் காண்க. வெளியே எடுக்கப்பட்ட மாபிள்கள் இரண்டும்

(a) பச்சை நிறமானவையாக இருத்தல்

(b) மஞ்சள் நிறமானவையாக இருத்தல்

(c) ஒரே நிறமானவையாக இருத்தல்.

2. இலக்கு நோக்கிச் சுடும் ஒருவர், இலக்கு ஒன்றைச் சரியாகச் சுடுவதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{4}{7}$ ஆகும். அவர் இரண்டு முறை இலக்கு நோக்கிச் சுட்டார்.

(i) மாதிரி வெளியை மரவரிப்படம் ஒன்றில் காட்டுக.

(ii) பின்வரும் ஒவ்வொன்றினதும் நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

(a) இரண்டு முறையும் சன்னம் இலக்கிற் படுதல்.

(b) ஒரு தடவையேனும் சன்னம் இலக்கிற் படாதிருத்தல்

(c) குறைந்தது ஒரு தடவையேனும் சன்னம் இலக்கிற் படுதல்

(d) ஒரு தடவை மட்டும் சன்னம் இலக்கிற் படுதல்.

3. மின்குமிழ் உற்பத்தி நிறுவனமொன்று தான் உற்பத்தி செய்யும் மின்குமிழ்களுள் 1000 மணித்தியாலத்திற்குள் பழுதடையும் மின்குமிழ்களின் நிகழ்தகவு $\frac{1}{100}$ எனக் கூறியது.

அவற்றின் ஆயுட் காலத்தைக் காட்டும் மரவரிப்படத்தை வரைக. ஒருவர் இரண்டு மின்குமிழ்களை வாங்கினார்.

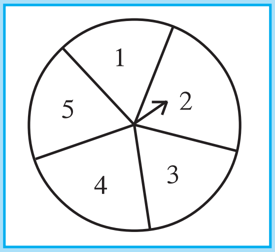
இலவச விநியோகத்திற்காக

(i) அம்மின்குமிழ்கள் இரண்டும் 1000 மணித்தியாலத்திற்குள் பழுதடையும் நிகழ்தகவைக் காண்க.

(ii) இரண்டு மின்குமிழ்களும் 1000 மணித்தியாலத்திற்கு மேல் எரிவதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க

(iii) குறைந்தது ஒரு மின்குமிழேனும் 1000 மணித்தியாலத்திற்கு மேல் எரியக் கூடிய ஒன்றாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

4.



உருவில் காட்டியவாறு வட்டத் தட்டொன்று சமமான ஐந்து ஆரைச் சிறைகளாகப் பிரிக்கப்பட்டு 1 தொடக்கம் 5 வரை இலக்கமிடப்பட்டுள்ளது. தட்டின் மையத்தில் அம்புக் குறி ஒன்று சுழலக் கூடியவாறு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. அம்புக்குறியைச் சுற்றிவிட்டதும் அது ஓய்வுக்கு வரும் ஆரைச்சிறையின் இலக்கம் அறியப்பட்டு அது ஒற்றை எண்ணா அல்லது இரட்டை எண்ணா எனக் குறிக்கப்படும். இவ்வாறு அம்புக்குறிகள் இரு தடவைகள் சுழற்றப்பட்டுப் பெறப்படும் பேறுகளைக் காட்டுவதற்கு,

(i) மரவரிப்படம் ஒன்றை வரைக.

(ii) இரண்டு தடவைகளும் அம்புக்குறி ஒற்றை எண்ணில் ஓய்வுக்கு வருவதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

(iii) முதல் தடவையில் அம்புக்குறி இரட்டை எண்ணில் ஓய்வில் வருவதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

5. 11ம் வகுப்பிலுள்ள 35 பிள்ளைகளில் சித்திரம், சங்கீதம் ஆகிய பாடங்களைக் கற்போரின் எண்ணிக்கை பற்றிய விபரம் அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ளது.

	சித்திரம்	சங்கீதம்
ஆண்கள்	3	12
பெண்கள்	7	13

(i) ஒரு பிள்ளையைத் தெரிவு செய்யும்போது அவர் குறிப்பிட்ட பாடமொன்றைக் கற்பவராக இருக்கும் நிகழ்தகவைக் காட்டும் மரவரிப் படமொன்றை வரைக.

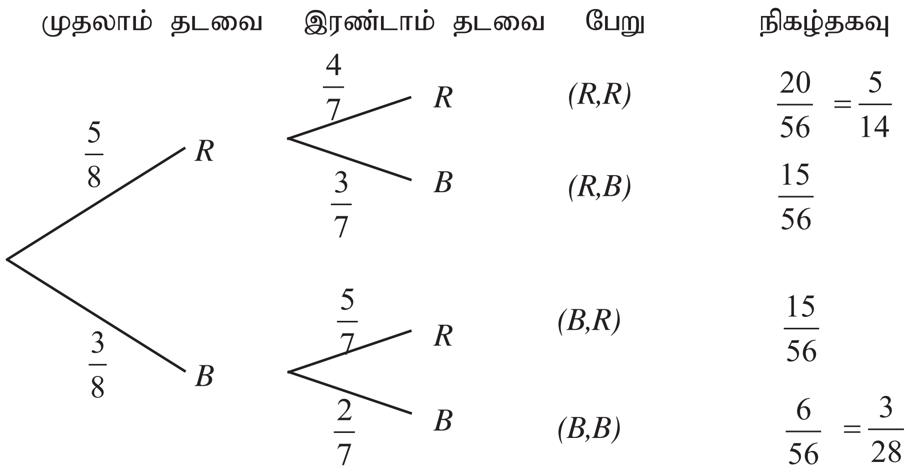
(ii) இவ்வகுப்பிலுள்ள ஒரு பிள்ளையை எழுமாறாகத் தெரிவு செய்யும்போது அப்பிள்ளை
(a) ஆண் பிள்ளையாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு,
(b) சித்திரம் கற்பவராக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு,
(c) சங்கீதம் கற்கும் பெண் பிள்ளையாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்பவற்றைக் காண்க.

25.9 பிரதிவைப்பின்றிய வகைகள் (Without replacement).

உதாரணம் 13.

ஒரு உறையினுள் வடிவத்தில் ஒரே மாதிரியான 5 சிவப்பு நிற மணிகளும் 3 நீல நிற மணிகளும் உள்ளன. உறையிலிருந்து ஒருமணி எழுமாறாக எடுக்கப்பட்டு அது மீண்டும் உறையினுள் இடப்படாது, இரண்டாவது தடவையும் எழுமாறாக ஒரு மணி எடுக்கப்படுகின்றது. மரவரிப்படம் வரைந்து பின் வருவனவற்றைக் காண்க.

(i) இரு மணிகளும் சிவப்பாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு
(ii) ஒரு மணி மட்டும் சிவப்பாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு.



(i) $P(R,R)=\dfrac{20}{56}$

(ii) $P(RB)+P(BR)=\dfrac{15}{56}+\dfrac{15}{56}=\dfrac{30}{56}=\dfrac{15}{28}$

பயிற்சி 25.4

1. பெட்டியொன்றினுள் ஒரே வகையான 6 கறுப்பு நிற குமிழ்முனைப் பேனைகளும் 3 சிவப்பு நிற குமிழ்முனைப் பேனைகளும் உள்ளன. உறையிலிருந்து ஒரு பேனை எழுமாறாக எடுக்கப்பட்டு அது மீண்டும் உறையினுள் இடப்படாது, இரண்டாவது தடவையும் எழுமாறாக ஒரு பேனை எடுக்கப்படுகின்றது. மரவரிப்படம் வரைந்து பின் வருவனவற்றைக் காண்க.

வெளியே எடுக்கப்படும் இரு பேனைகளும்,

(1) கறுப்புப் பேனைகளாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு

(2) சிவப்பு பேனைகளாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு

(3) ஒன்று சிவப்பாகவும் மற்றையது கறுப்பாகவும் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு

இலவச விநியோகத்திற்காக

2. காகிதப் பை ஒன்றினுள் வடிவத்திலும் அளவிலும் சமமான 10 மாபிள்கள் உள்ளன. அவற்றில் 6 வெள்ளை நிறமானவை. 3 சிவப்பு நிறமானவை. 1 கறுப்பு நிறமானது. மாபிள் ஒன்றை வெளியே எடுத்து மீண்டும் அதைப் பையினுள் இடாமல் இரண்டாவதாக மற்றோர் மாபிள் வெளியே எடுக்கப்பட்டது. இதன் மாதிரிவெளியை மரவரிப்படம் ஒன்றில் வரைந்து காட்டுக.
வெளியே எடுக்கப்பட்ட இரண்டு மாபிள்களும்

(1) வெள்ளை நிறமாக இருத்தல்
(2) சிவப்பு நிறமாக இருத்தல்
(3) ஒன்று வெள்ளையாகவும் மற்றையது சிவப்பாகவும் இருத்தல்
(4) வித்தியாசமான நிறமுடையனவாக இருத்தல்
ஆகியவற்றிற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

3. அலுவலகம் ஒன்றில் 7 ஆண் எழுதுனர்களும் 4 பெண் எழுதுனர்களும் உள்ளனர். அவர்களில் இருவர் குறுகிய விடுமுறை பெற்று அலுவலகத்தை விட்டு வெளியே சென்றனர். இதனைக் காட்டும் மரவரிப்படமொன்று வரைக.
(1) வெளியே சென்ற இருவரும் ஆண் எழுதுனர்களாக இருத்தல்
(2) வெளியே சென்ற இருவரும் பெண் எழுதுனர்களாக இருத்தல்
(3) வெளியே சென்ற இருவரில் குறைந்தது ஒருவராவது பெண் எழுதுனராக இருத்தல்
என்பவற்றிற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

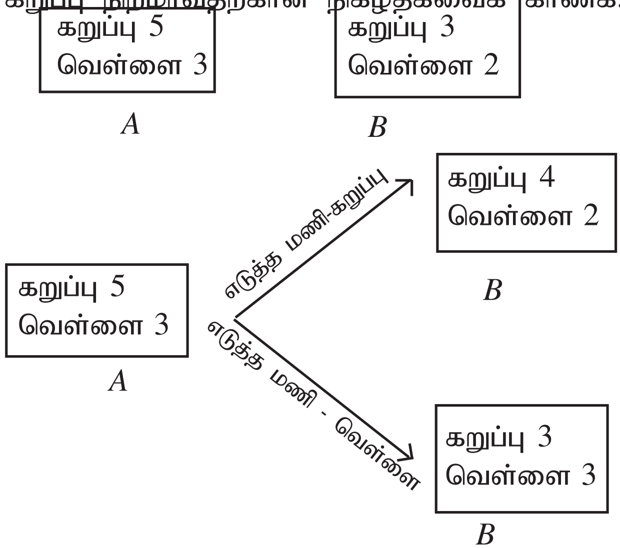
4. ஒரு பஸ்வண்டியில் ஒரு ஆசனமும் வெறுமையாக இருக்காததால் 6 ஆண்களும் 1 பெண்ணும் நின்று கொண்டு பயணம் செய்கின்றனர். அடுத்த பஸ்தரிப்பில் அமர்ந்திருந்த இருவர் இறங்கினர். ஆனால் ஒருவரும் ஏறவில்லை. நிற்பவர்களில் எவரேனும் இருவர் ஆசனத்தில் அமரலாம். அவர்கள் அமரக்கூடிய வழிகளைக் காட்டும் மரவரிப்படத்தை வரைக.

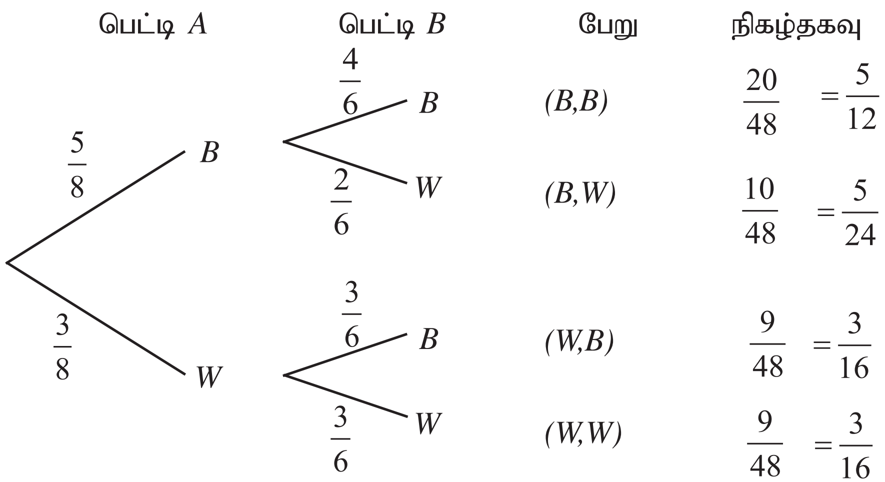
(i) அமர்ந்த இருவரும் ஆண்களாக இருப்பதற்கும்,
(ii) ஒருவராவது ஆணாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

இலவச விநியோகத்திற்காக

உதாரணம் 14.

A, B என்னும் இரு உறைகள் உள்ளன. அவற்றினுள் வடிவத்தில் ஒரே மாதிரியான மணிகள் உள்ளன. A இனுள் 5 கறுப்பு மணிகளும் 3 வெள்ளை மணிகளும், B இனுள் 3 கறுப்பு மணிகளும் 2 வெள்ளை மணிகளும் உள்ளன. A இலிருந்து ஒரு மணி எழுமாறாக எடுக்கப்பட்டு அது B இனுள் இடப்படுகிறது. பின் B இலிருந்து ஒரு மணி எடுக்கப்படுகிறது. மரவரிப்படத்தை உபயோகித்து B இல் எடுக்கும் மணி கறுப்பு நிறமாவதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.





B இல் இருந்து எடுக்கும் மணி கறுப்பு நிறமாவதற்கான நிகழ்தகவு

இலவச விநியோகத்திற்காக

$$P(BB)+P(WB)=\frac{20}{48}+\frac{9}{48}=\frac{29}{48}$$

பயிற்சி 25.5

1. ஒரு நீலநிறப் பெட்டியுள் 5 கறுப்புப் பவளமும் 3 வெள்ளைப் பவளமும் உள்ளன. மஞ்சள் பெட்டியொன்றினுள் 2 கறுப்புப் பளவமும் 3 வெள்ளைப் பவளமும் உள்ளன. இவை ஒரே அளவானவை. நீல நிறப் பெட்டியிலிருந்து ஒரு பவளம் எழுமாறாக எடுத்து, நிறம் குறித்து மஞ்சள் பெட்டியுள் இடப் படுகிறது. பின் மஞ்சள் நிறப் பெட்டியிலிருந்து ஒரு பவளம் எழுமாறாக எடுக்கப்படுகிறது. இத்தரவை மரவரிப்படம் ஒன்றிற் காட்டுக.

(i) எடுக்கும் இரு பவளமும் கறுப்பாவதற்கும்,

(ii) மஞ்சள் பெட்டியிலிருந்து எடுத்த பவளம் கறுப்பாவதற்குமான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

2. பெட்டி ஒன்றில் ஒரே அளவும் ஒரேவகையுமான 5 சிவப்புப் பென்சிலும் 2 நீலப்பென்சிலுமுள்ளன. மற்றோர் பெட்டியில் அதேவகையான 2 நீலப் பென்சிலுள்ளன. முதல் பெட்டியினின்று ஒரு பென்சில் எழுமாறாக எடுத்து நிறம் குறித்து மற்ற பெட்டியுள் இடப்படுகிறது. பின் மற்றைய பெட்டியினின்று ஒரு பென்சில் எழுமாறாக எடுக்கப்படுகிறது. இத்தரவின் மாதிரி வெளியை மரவரிப்படம் ஒன்றிற் காட்டுக.

இதிலிருந்து

(i) எடுத்த பென்சில்கள் இரண்டு நீலமாக இருப்பதற்கு

(ii) இரண்டாம் பெட்டியிலிருந்து எடுத்த பென்சில் சிவப்பபாக இருப்பதற்குரிய நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

3. A என்னும் பண்ணையிலுள்ள விலங்குகளில் 6 ஆண் விலங்குகளும் 5 பெண் விலங்குகளுமுள்ளன. B என்னும் பண்ணையில் உள்ள விலங்குகளில் 7 ஆண் விலங்குகளும் 2 பெண் விலங்குகளுமுள்ளன. பண்ணை A இல் இருந்து ஒரு விலங்கு பண்ணை B இற்கு மாற்றப்படும். பின் பண்ணை B இல் ஒரு விலங்கு தெரியப்படுகிறது. இந்நிகழ்வின் மாதிரி வெளியை மரவரிப்படம் ஒன்றிற் காட்டுக.

பண்ணை B இல் தெரிவு செய்யும் விலங்கு பெண் விலங்காவதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

இலவச விநியோகத்திற்காக

ලඝුගණක

மடக்கைகள்

LOGARITHMS

											මධ්‍යන්‍ය අන්තරය இடை வித்தியாசங்கள் Mean Differences								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	4	8	12	17	21	25	29	33	37
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1034	1072	1106	3	7	10	14	17	21	24	28	31
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	3	6	10	13	16	19	23	26	29
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	3	6	9	12	15	18	21	24	27
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014	3	6	8	11	14	17	20	22	25
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279	3	5	8	11	13	16	18	21	24
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529	2	5	7	10	12	15	17	20	22
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765	2	5	7	9	12	14	16	19	21
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989	2	4	7	9	11	13	16	18	20
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201	2	4	6	8	11	13	15	17	19
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404	2	4	6	8	10	12	14	16	18
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598	2	4	6	8	10	12	14	15	17
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784	2	4	6	7	9	11	13	15	17
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962	2	4	5	7	9	11	12	14	16
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133	2	3	5	7	9	10	12	14	15
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298	2	3	5	7	8	10	11	13	15
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456	2	3	5	6	8	9	11	13	14
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609	2	3	5	6	8	9	11	12	14
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757	1	3	4	6	7	9	10	12	13
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900	1	3	4	6	7	9	10	11	13
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038	1	3	4	6	7	8	10	11	12
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172	1	3	4	5	7	8	9	11	12
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302	1	3	4	5	6	8	9	10	12
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	1	3	4	5	6	8	9	10	11
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551	1	2	4	5	6	7	9	10	11
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670	1	2	4	5	6	7	8	10	11
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786	1	2	3	5	6	7	8	9	10
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899	1	2	3	5	6	7	8	9	10
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010	1	2	3	4	5	7	8	9	10
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117	1	2	3	4	5	6	8	9	10
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222	1	2	3	4	5	6	7	8	9
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325	1	2	3	4	5	6	7	8	9
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	1	2	3	4	5	6	7	8	9
44	5435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522	1	2	3	4	5	6	7	8	9
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618	1	2	3	4	5	6	7	8	9
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712	1	2	3	4	5	6	7	7	8
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803	1	2	3	4	5	5	6	7	8
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893	1	2	3	4	4	5	6	7	8
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981	1	2	3	4	4	5	6	7	8
50	6990	6898	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067	1	2	3	3	4	5	6	7	8
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152	1	2	3	3	4	5	6	7	8
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235	1	2	2	3	4	5	6	7	8
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316	1	2	2	3	4	5	6	6	7
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396	1	2	2	3	4	5	6	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

ලඝුගණක
மடக்கைகள்
LOGARITHMS

											මධ්‍යන අන්තර இடை வித்தியாசங்கள் Mean Differences								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474	1	2	2	3	4	5	5	6	7
56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551	1	2	2	3	4	5	5	6	7
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627	1	2	2	3	4	5	5	6	7
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701	1	2	2	3	4	4	5	6	7
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774	1	1	2	3	4	4	5	6	7
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846	1	1	2	3	4	4	5	6	6
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917	1	1	2	3	4	4	5	6	6
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987	1	1	2	3	3	4	5	6	6
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055	1	1	2	3	3	4	5	5	6
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122	1	1	2	3	3	4	5	5	6
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189	1	1	2	3	3	4	5	5	6
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8341	8248	8254	1	1	2	3	3	4	5	5	6
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319	1	1	2	3	3	4	5	5	6
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382	1	1	2	3	3	4	4	5	6
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445	1	1	2	2	3	4	4	5	6
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506	1	1	2	2	3	4	4	5	6
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567	1	1	2	2	3	4	4	5	5
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627	1	1	2	2	3	4	4	5	5
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686	1	1	2	2	3	4	4	5	5
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745	1	1	2	2	3	4	4	5	5
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802	1	1	2	2	3	3	4	5	5
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859	1	1	2	2	3	3	4	5	5
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915	1	1	2	2	3	3	4	4	5
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971	1	1	2	2	3	3	4	4	5
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025	1	1	2	2	3	3	4	4	5
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079	1	1	2	2	3	3	4	4	5
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133	1	1	2	2	3	3	4	4	5
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186	1	1	2	2	3	3	4	4	5
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238	1	1	2	2	3	3	4	4	5
84	9243	9348	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289	1	1	2	2	3	3	4	4	5
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340	1	1	2	2	3	3	4	4	5
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390	1	1	2	2	3	3	4	4	5
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440	0	1	1	2	2	3	3	4	4
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489	0	1	1	2	2	3	3	4	4
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538	0	1	1	2	2	3	3	4	4
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	8571	9576	9581	9586	0	1	1	2	2	3	3	4	4
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633	0	1	1	2	2	3	3	4	4
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680	0	1	1	2	2	3	3	4	4
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727	0	1	1	2	2	3	3	4	4
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773	0	1	1	2	2	3	3	4	4
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818	0	1	1	2	2	3	3	4	4
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863	0	1	1	2	2	3	3	4	4
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908	0	1	1	2	2	3	3	4	4
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952	0	1	1	2	2	3	3	4	4
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996	0	1	1	2	2	3	3	3	4
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

ප්‍රකෘති සයින
இயற்கைச் சைன்கள்
NATURAL SINES

	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′		1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
									මධ්‍යන්‍ය අන්තරය இடை வித்தியாசங்கள் Mean Differences								
0°	0·0000	0·0029	0·0058	0·0087	0·0116	0·0145	0·0175	89°	3	6	9	12	15	17	20	23	26
1	·0175	·0204	·0233	·0262	·0291	·0320	·0349	88	3	6	9	12	15	17	20	23	26
2	·0349	·0378	·0407	·0436	·0465	·0494	·0523	87	3	6	9	12	15	17	20	23	26
3	·0523	·0552	·0581	·0610	·0640	·0669	·0698	86	3	6	9	12	15	17	20	23	26
4	·0698	·0727	·0756	·0785	·0814	·0843	·0872	85	3	6	9	12	15	17	20	23	26
5	0·0872	0·0901	0·0929	0·0958	0·0987	0·1016	0·1045	84	3	6	9	12	14	17	20	23	26
6	·1045	·1074	·1103	·1132	·1161	·1190	·1219	83	3	6	9	12	14	17	20	23	26
7	·1219	·1248	·1276	·1305	·1334	·1363	·1392	82	3	6	9	12	14	17	20	23	26
8	·1392	·1421	·1449	·1478	·1507	·1536	·1564	81	3	6	9	11	14	17	20	23	26
9	·1564	·1593	·1622	·1650	·1679	·1708	·1736	80°	3	6	9	11	14	17	20	23	26
10	0·1736	0·1765	0·1794	0·1822	0·1851	0·1880	0·1908	79	3	6	9	11	14	17	20	23	26
11	·1908	·1937	·1965	·1984	·2022	·2051	·2079	78	3	6	9	11	14	17	20	23	26
12	·2079	·2108	·2136	·2164	·2193	·21212	·2250	77	3	6	9	11	14	17	20	23	26
13	·2250	·2278	·2306	·2334	·2363	·2391	·2419	76	3	6	8	11	14	17	20	23	25
14	·2419	·2447	·2476	·2504	·2532	·2560	·2588	75	3	6	8	11	14	17	20	23	25
15	0·2588	0·2616	0·2644	0·2672	0·2700	0·2728	0·2756	74	3	6	8	11	14	17	20	22	25
16	·2756	·2784	·2812	·2840	·2868	·2896	·2924	73	3	6	8	11	14	17	20	22	25
17	·2924	·2952	·2979	·3007	·3035	·3062	·3090	72	3	6	8	11	14	17	19	22	25
18	·3090	·3118	·3145	·3173	·3201	·3228	·3256	71	3	6	8	11	14	17	19	22	25
19	·3256	·3283	·3311	·3338	·3365	·3393	·3420	70°	3	5	8	11	14	16	19	22	25
20	0·3420	0·3448	0·3475	0·3502	0·3529	0·3557	0·3584	69	3	5	8	11	14	16	19	22	25
21	·3584	·3611	·3638	·3665	·3692	·3719	·3746	68	3	5	8	11	14	16	19	22	24
22	·3746	·3773	·3800	·3827	·3854	·3881	·3907	67	3	5	8	11	13	16	19	21	24
23	·3907	·3934	·3961	·3987	·4014	·4041	·4067	66	3	5	8	11	13	16	19	21	24
24	·4067	·4094	·4120	·4148	·4173	·4200	·4226	65	3	5	8	11	13	16	19	21	24
25	0·4226	0·4253	0·4279	0·4305	0·4331	0·4358	0·4384	64	3	5	8	10	13	16	18	21	24
26	·4384	·4410	·4436	·4462	·4488	·4514	·4540	63	3	5	8	10	13	16	18	21	23
27	·4540	·4566	·4592	·4617	·4643	·4669	·4695	62	3	5	8	10	13	15	18	21	23
28	·4695	·4720	·4746	·4772	·4797	·4823	·4848	61	3	5	8	10	13	15	18	20	23
29	·4848	·4874	·4899	·4924	·4950	·4975	·5000	60°	3	5	8	10	13	15	18	20	23
30°	0·5000	0·5025	0·5050	0·5075	0·5100	0·5125	0·5150	59	3	5	8	10	13	15	18	20	23
31	·5150	·5175	·5200	·5225	·5250	·5275	·5299	58	2	5	7	10	12	15	17	20	22
32	·5299	·5324	·5348	·5373	·5398	·5422	·5446	57	2	5	7	10	12	15	17	20	22
33	·5446	·5471	·5495	·5519	·5544	·5568	·5592	56	2	5	7	10	12	15	17	19	22
34	·5592	·5616	·5640	·5664	·5688	·5712	·5736	55	2	5	7	10	12	14	17	19	22
35	0·5736	0·5760	0·5783	0·5807	0·5831	0·5854	0·5878	54	2	5	7	9	12	14	17	19	21
36	·5878	·5901	·5925	·5948	·5972	·5995	·6018	53	2	5	7	9	12	14	16	19	21
37	·6018	·6041	·6065	·6088	·6111	·6134	·6157	52	2	5	7	9	12	14	16	18	21
38	·6157	·6180	·6102	·6225	·6243	·6271	·6293	51	2	5	7	9	11	14	16	18	20
39	·6293	·6316	·6338	·6361	·6383	·6406	·6428	50°	2	4	7	9	11	13	16	18	20
40°	0·6428	0·6450	0·6472	0·6494	0·6517	0·6539	0·6561	49	2	4	7	9	11	13	15	18	20
41	·6561	·6583	·6604	·6626	·6648	·6670	·6691	48	2	4	7	9	11	13	15	17	20
42	·6691	·6713	·6734	·6756	·6777	·6799	·6820	47	2	4	6	9	11	13	15	17	19
43	·6820	·6841	·6862	·6884	·6905	·6926	·6947	46	2	4	6	8	11	13	15	17	19
44	·6947	·6967	·6988	·7009	·7030	·7050	·7071	45	2	4	6	8	10	12	15	17	19
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′		1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′

ප්‍රකෘති කොසයින
இயற்கைக் கோசைன்கள்
NATURAL COSINES

ප්‍රකෘති සයින
இயற்கைச் சைன்கள்
NATURAL SINES

	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′		1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
									මධ්‍යන්‍ය අන්තරය இடை வித்தியாசங்கள் Mean Differences								
45°	0·7071	0·7092	0·7112	0·7133	0·7153	0·7173	0·7193	44°	2	4	6	8	10	12	14	16	18
46	·7193	·7214	·7234	·7254	·7274	·7294	·7314	43	2	4	6	8	10	12	14	16	18
47	·7314	·7333	·7353	·7373	·7392	·7412	·7431	42	2	4	6	8	10	12	14	16	18
48	·7431	·7451	·7470	·7490	·7509	·7528	·7547	41	2	4	6	8	10	12	13	15	17
49	·7547	·7566	·7585	·7604	·7623	·7642	·7660	40	2	4	6	8	9	11	13	15	17
50°	0·7660	0·7679	0·7698	0·7716	0·7735	0·7753	0·7771	39	2	4	6	7	9	11	13	15	17
51	·7771	·7790	·7808	·7826	·7844	·7862	·7880	38	2	4	5	7	9	11	13	14	16
52	·7880	·7898	·7916	·7934	·7951	·7969	·7986	37	2	4	5	7	9	11	12	14	16
53	·7986	·8004	·8021	·8039	·8056	·8073	·8090	36	2	3	5	7	9	10	12	14	16
54	·8090	·8107	·8124	·8141	·8158	·8175	·8192	35	2	3	5	7	8	10	12	14	15
55°	0·8192	0·8208	0·8225	0·8241	0·8258	0·8274	0·8290	34	2	3	5	7	8	10	12	13	15
56	·8290	·8307	·8323	·8339	·8355	·8371	·8387	33	2	3	5	6	8	10	11	13	14
57	·8387	·8403	·8418	·8434	·8450	·8465	·8480	32	2	3	5	6	8	9	11	13	14
58	·8480	·8496	·8511	·8526	·8542	·8557	·8572	31	2	3	5	6	8	9	11	12	14
59	·8572	·8587	·8601	·8616	·8631	·8646	·8660	30°	1	3	4	6	7	9	10	12	13
60°	0·8660	0·8675	0·8689	0·8704	0·8718	0·8732	0·8746	29	1	3	4	6	7	9	10	11	13
61	·8746	·8760	·8774	·8788	·8802	·8816	·8829	28	1	3	4	6	7	8	10	11	12
62	·8829	·8843	·8857	·8870	·8884	·8897	·8910	27	1	3	4	5	7	8	9	11	12
63	·8910	·8923	·8936	·8949	·8962	·8975	·8988	26	1	3	4	5	6	8	9	10	12
64	·8988	·9001	·9013	·9026	·9038	·9051	·9063	25	1	3	4	5	6	8	9	10	11
65°	0·9063	0·9075	0·9088	0·9100	0·9112	0·9124	0·9135	24	1	2	4	5	6	7	8	10	11
66	·9135	·9147	·9159	·9171	·9182	·9194	·9205	23	1	2	3	5	6	7	8	9	10
67	·9205	·9216	·9228	·9239	·9250	·9261	·9272	22	1	2	3	4	6	7	8	9	10
68	·9272	·9283	·9293	·9304	·9315	·9325	·9336	21	1	2	3	4	5	6	7	9	10
69	·9336	·9346	·9356	·9367	·9377	·9387	·9397	20°	1	2	3	4	5	6	7	8	9
70°	0·9397	0·9407	0·9417	0·9426	0·9436	0·9446	0·9455	19	1	2	3	4	5	6	7	8	9
71	·9455	·9465	·9474	·9483	·9492	·9502	·9511	18	1	2	3	4	5	6	6	7	8
72	·9511	·9520	·9528	·9537	·9546	·9555	·9563	17	1	2	3	4	4	5	6	7	8
73	·9563	·9572	·9580	·9588	·9596	·9605	·9613	16	1	2	2	3	4	5	6	7	7
74	·9613	·9621	·9628	·9636	·9644	·9652	·9659	15	1	2	2	3	4	5	5	6	7
75°	0·9659	0·9667	0·9674	0·9681	0·9689	0·9696	0·9703	14	1	1	2	3	4	4	5	6	7
76	·9703	·9710	·9717	·9724	·9730	·9737	·9744	13	1	1	2	3	3	4	5	5	6
77	·9744	·9750	·9757	·9763	·9769	·9775	·9781	12	1	1	2	3	3	4	4	5	6
78	·9781	·9787	·9793	·9799	·9805	·9811	·9816	11	1	1	2	2	3	3	4	5	5
79	·9816	·9822	·9827	·9833	·9838	·9843	·9848	10°	1	1	2	2	3	3	4	4	5
80°	0·9848	0·9853	0·9858	0·9863	0·9868	0·9872	0·9877	9	0	1	1	2	2	3	3	4	4
81	·9877	·9881	·9386	·9890	·9894	·9899	·9903	8	0	1	1	2	2	3	3	3	4
82	·9903	·9907	·9911	·9914	·9918	·9922	·9925	7	0	1	1	2	2	2	3	3	3
83	·9925	·9929	·9932	·9936	·9939	·9942	·9945	6	0	1	1	1	2	2	2	3	3
84	·9945	·9948	·9951	·9954	·9957	·9959	·9962	5	0	1	1	1	1	2	2	2	3
85°	0·9962	0·9964	0·9967	0·9969	0·9971	0·9974	0·9976	4	0	1	1	1	1	1	2	2	2
86	·9976	·9978	·9980	·9981	·9983	·9985	·9986	3	0	0	1	1	1	1	1	1	2
87	·9986	·9988	·9989	·9990	·9992	·9993	·9994	2	0	0	0	1	1	1	1	1	1
88	·9994	·9995	·9996	·9997	·9997	·9998	·9998	1									
89	0·9998	0·9999	0·9999	1·0000	1·0000	1·0000	1·0000	0									
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′		1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′

ප්‍රකෘති කෝසයින
இயற்கைக் கோசைன்கள்
NATURAL COSINES

இலவச விநியோகத்திற்காக

ප්‍රකෘති ටැංජන

இயற்கைத் தான்சன்கள்

NATURAL TANGENTS

									මධ්‍යන්‍ය අන්තරය இடை வித்தியாசங்கள் Mean Differences								
	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′		1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
0°	0·0000	0·0029	0·0058	0·0087	0·0116	0·0145	0·0175	89°	3	6	9	12	15	17	20	23	26
1	·0175	·0204	·0233	·0262	·0291	·0320	·0349	88	3	6	9	12	15	17	20	23	26
2	·0349	·0378	·0407	·0437	·0466	·0495	·0524	87	3	6	9	12	15	18	20	23	26
3	·0524	·0553	·0582	·0612	·0641	·0670	·0699	86	3	6	9	12	15	18	20	23	26
4	·0699	·0729	·0758	·0787	·0816	·0846	·0875	85	3	6	9	12	15	18	21	23	26
5	0·0875	0·0904	0·0934	0·0963	0·0992	0·1022	0·1051	84	3	6	9	12	15	18	21	24	26
6	·1051	·1080	·1110	·1139	·1169	·1198	·1228	83	3	6	9	12	15	18	21	24	27
7	·1228	·1257	·1287	·1317	·1346	·1376	·1405	82	3	6	9	12	15	18	21	24	27
8	·1405	·1435	·1465	·1495	·1524	·1554	·1584	81	3	6	9	12	15	18	21	24	27
9	·1584	·1614	·1644	·1673	·1703	·1733	·1763	80°	3	6	9	12	15	18	21	24	27
10°	0·1763	0·1793	0·1823	0·1853	0·1883	0·1914	0·1944	79	3	6	9	12	15	18	21	24	27
11	·1944	·1974	·2004	·2035	·2065	·2095	·2126	78	3	6	9	12	15	18	21	24	27
12	·2126	·2156	·2186	·2217	·2247	·2278	·2309	77	3	6	9	12	15	18	21	24	27
13	·2309	·2339	·2370	·2401	·2432	·2462	·2493	76	3	6	9	12	15	18	22	25	28
14	·2493	·2524	·2555	·2586	·2617	·2648	·2679	75	3	6	9	12	15	15	22	25	28
15	0·2679	0·2711	0·2742	0·2773	0·2805	0·2836	0·2867	74	3	6	9	13	16	19	22	25	28
16	·2867	·2899	·2931	·2962	·2994	·3026	·3057	73	3	6	9	13	16	19	22	25	28
17	·3057	·3089	·3121	·3153	·3185	·3217	·3249	72	3	6	10	13	16	19	22	26	29
18	·3249	·3281	·3314	·3346	·3378	·3411	·3443	71	3	6	10	13	16	19	23	26	29
19	·3443	·3476	·3508	·3541	·3574	·3607	·3640	70°	3	7	10	13	16	20	23	26	29
20°	0·3640	0·3673	0·3706	0·3739	0·3772	0·3805	0·3839	69	3	7	10	13	17	20	23	27	30
21	·3839	·3872	·3906	·3939	·3973	·4006	·4040	68	3	7	10	13	17	20	24	27	30
22	·4040	·4074	·4108	·4142	·4176	·4210	·4245	67	3	7	10	14	17	20	24	27	31
23	·4245	·4279	·4214	·4348	·4383	·4417	·4452	66	3	7	10	14	17	21	24	28	31
24	·4452	·4487	·4522	·4557	·4592	·4628	·4663	65	4	7	11	14	18	21	25	28	32
25	0·4663	0·4699	0·4734	0·4770	0·4806	0·4841	0·4877	64	4	7	11	14	18	21	25	29	32
26	·4877	·4913	·4950	·4986	·5022	·5059	·5095	63	4	7	11	15	18	22	25	29	33
27	·5095	·5132	·5169	·5206	·5243	·5280	·5317	62	4	7	11	15	18	22	26	30	33
28	·5317	·5354	·5392	·5430	·5467	·5505	·5543	61	4	8	11	15	19	23	26	30	34
29	·5543	·5581	·5619	·5658	·5696	·5735	·5774	60°	4	8	12	15	19	23	27	31	35
30°	0·5774	0·5812	0·5851	0·5890	0·5930	0·5969	0·6009	59	4	8	12	16	20	24	27	31	35
31	·6009	·6048	·6088	·6128	·6168	·6208	·6249	58	4	8	12	16	20	24	28	32	36
32	·6249	·6289	·6330	·6371	·6412	·6453	·6494	57	4	8	12	16	20	25	29	33	37
33	·6494	·6536	·6577	·6619	·6661	·6703	·6745	56	4	8	13	17	21	25	29	33	38
34	·6745	·6787	·6830	·6873	·6916	·6959	·7002	55	4	9	13	17	21	26	30	34	39
35	0·7002	0·7046	0·7089	0·7133	0·7177	0·7221	0·7265	54	4	9	13	18	22	26	31	35	40
36	·7265	·7310	·7335	·7400	·7445	·7490	·7536	53	5	9	14	18	23	27	32	36	41
37	·7536	·7581	·7627	·7673	·7720	·7766	·7813	52	5	9	14	19	23	28	32	37	42
38	·7813	·7860	·7907	·7954	·8002	·8050	·8098	51	5	10	14	19	24	29	33	38	43
39	·8098	·8146	·8195	·8243	·8292	·8342	·8391	50°	5	10	15	20	24	29	34	39	44
40°	0·8391	0·8441	0·8491	0·8541	0·8591	0·8642	0·8693	49	5	10	15	20	25	30	35	40	45
41	·8693	·8744	·8796	·8847	·8899	·8952	·9004	48	5	10	16	21	26	31	36	41	47
42	·9004	·9057	·9110	·9163	·9217	·9271	·9325	47	5	11	16	21	27	32	37	43	48
43	·9325	·9380	·9435	·9490	·9545	·9601	·9657	46	6	11	17	22	28	33	39	44	50
44	·9657	·9713	·9770	·9827	·9884	·9942	1·000	45	6	11	17	23	29	34	40	46	51
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′		1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′

ප්‍රකෘති කෝටැංජන

இயற்கைக் கோதான்சன்கள்

NATURAL COTANGENTS

ප්‍රකෘති ටැංජන

இயற்கைத் தான்சன்கள்

NATURAL TANGENTS

	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′		මධ්‍යන්‍ය අන්තරය / இடை வித்தியாசங்கள் / Mean Differences 1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
45°	1·0000	1·0058	1·0117	1·0176	1·0235	1·0295	1·0355	44	6	12	18	24	30	36	41	47	53
46	·0355	·0416	·0477	·0538	·0599	·0661	·0724	43	6	12	18	25	31	37	43	49	55
47	·0724	·0786	·0850	·0913	·0977	·1041	·1106	42	6	13	19	26	32	38	45	51	57
48	·1106	·1171	·1237	·1303	·1369	·1436	·1504	41	7	13	20	27	33	40	46	53	60
49	·1504	·1571	·1640	·1708	·1778	·1847	·1918	40°	7	14	21	28	34	41	48	55	62
50°	1·1918	1·1988	1·2059	1·2059	1·2131	1·2203	1·2349	39	7	14	22	29	36	43	50	58	65
51	·2349	·2423	·2497	·2572	·2647	·2723	·2799	38	8	15	23	30	38	45	53	60	68
52	·2799	·2876	·2954	·3932	·3111	·3190	·3270	37	8	16	24	31	39	47	55	63	71
53	·3270	·3351	·3432	·3514	·3597	·3680	·3764	36	8	16	25	33	41	49	58	66	74
54	·3764	·3848	·3934	·4019	·4106	·4193	·4281	35	9	17	26	35	43	52	60	69	78
55	1·4281	1·4370	1·4460	1·4550	1·4641	1·4733	1·4826	34	9	18	27	36	45	54	63	73	82
56	·4826	·4919	·5013	·5108	·5204	·5301	·5399	33	10	19	29	38	48	57	67	77	86
57	·5399	·5497	·5597	·5697	·5798	·5900	·6003	32	10	20	30	40	50	60	71	81	91
58	·6003	·6107	·6212	·6319	·6426	·6534	·6643	31	11	21	32	43	53	64	75	85	96
59	·6643	·6753	·6864	·6977	·7090	·7205	·7321	30°	11	23	34	45	56	68	79	90	102
60°	1·732	1·744	1·756	1·767	1·780	1·792	1·804	29	1	2	4	5	6	7	8	10	11
61	1·804	1·816	1·829	1·842	1·855	1·868	1·881	28	1	3	4	5	6	8	9	10	12
62	1·881	1·894	1·907	1·921	1·935	1·949	1·963	27	1	3	4	5	7	8	10	11	12
63	1·963	1·977	1·981	2·006	2·025	2·035	2·050	26	1	3	4	6	7	9	10	12	13
64	2·050	2·066	2·081	2·097	2·112	2·128	2·145	25	2	3	5	6	8	9	11	13	14
65	2·145	2·161	2·177	2·194	2·211	2·229	2·246	24	2	3	5	7	8	10	12	14	15
66	2·246	2·264	2·282	2·300	2·318	2·337	2·356	23	2	4	5	7	9	11	13	15	16
67	2·356	2·375	2·394	2·414	2·434	2·455	2·475	22	2	4	6	8	10	12	14	16	18
68	2·475	2·496	2·517	2·539	2·560	2·583	2·605	21	2	4	6	9	11	13	15	17	20
69	2·605	2 628	2·651	2·675	2·699	2·723	2·747	20°	2	5	7	9	12	14	17	19	21
70°	2·747	2·773	2·798	2·824	2·850	2·877	2·904	19	3	5	8	10	13	16	18	21	23
71	2·904	2·932	2·960	2·989	2·018	2·047	3·078	18	3	6	9	12	14	17	20	23	26
72	3·078	3·108	3·140	3·172	3·204	3·237	3·271	17	3	6	10	13	16	19	23	26	29
73	3·271	3·305	3·340	3·376	3·412	3·450	3·487	16	4	7	11	14	18	22	25	29	32
74	3·487	3·526	3·566	3·606	3·647	3·689	3·732	15	4	8	12	16	20	24	29	33	37
75	3·732	3·776	3·821	3·867	3·914	3·962	4·011	14	5	9	14	19	23	28	33	37	42
76	4·011	4·061	4·113	4·165	4·219	4·275	4·331	13	5	11	16	21	27	32	37	43	48
77	4·331	4·390	4·449	4·511	4·574	4·638	4·705	12	6	12	19	25	31	37	44	50	56
78	4·705	4·773	4·843	4·915	4·989	5·066	5·145	11	7	15	22	29	37	44	51	59	66
79	5·145	5·226	5·309	5·396	5·485	5·576	5·671	10°	9	18	26	35	44	53	61	70	79
80°	5·671	5·769	5·871	5·976	6·084	6·197	6·314	9									
81	6·314	6·435	6·561	6·691	6·827	6·968	7·115	8									
82	7·115	7·269	7·429	7·596	7·770	7·953	8·144	7									
83	8·144	8·345	8·556	8·777	9·010	9·255	9·514	6									
84	9·514	9·788	10·078	10·385	10·712	11·059	11·430	5									
85	11·43	11·83	12·25	12·71	13·20	13·73	14·30	4									
86	14·30	14·92	15·60	16·35	17·17	18·07	19·08	3									
87	19·08	20·21	21·47	22·90	24·54	26·43	28·64	2									
88	28·64	31·24	34·37	38·19	42·96	49·10	57·29	1									
89	57·29	68·75	85·94	114·59	171·89	343·77	∞	0°									
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′		1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′

අන්තර ශීඝ්‍රයෙන් වෙනස් වෙයි.

வித்தியாசங்கள் விரைந்து மாறுவன

Differences change rapidly

ප්‍රකෘති කෝටැංජන

இயற்கைக் கோதான்சன்கள்

NATURAL COTANGENTS