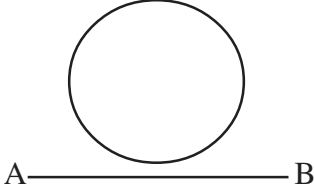


23 அமைப்புகள்

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

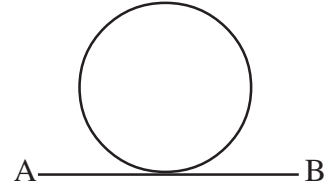
- ஒரு வட்டத்தின் மீதுள்ள ஒரு புள்ளியில் ஒரு தொடலியை அமைத்தல்
- ஒரு வெளிப்புள்ளியிலிருந்து ஒரு வட்டத்திற்கு இரு தொடலிகள் அமைத்தல்
- தரப்படும் நேர்கோடொன்றை சமனான பகுதிகளாகப் பிரித்தல் என்பன பற்றிய விளக்கத்தைப் பெற்றுக்கொள்வீர்கள்.

தரப்பட்டுள்ள ஒரு நேர்கோடும் ஒரு வட்டமும் தொடர்பாக நடைபெறக்கூடிய மூன்று நிலைகள் உண்டு என்பதை பின்வருமாறு விளக்கலாம்.



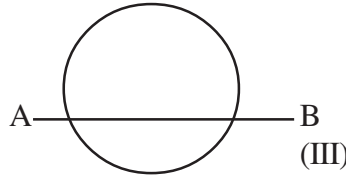
வட்டத்திற்கு வெளியே நேர்கோடு AB அமைந்துள்ளது.

(I)



வட்டத்தைத் தொடுமாறு நேர்கோடு AB அமைந்துள்ளது.

(II)



வட்டத்தை இடைவெட்டுமாறு நேர்கோடு AB அமைந்துள்ளது.

(II) இலுள்ளவாறு வட்டமும், கோடும் அமையும்போது நேர்கோடு AB வட்டத்தின் தொடலியாகும்.

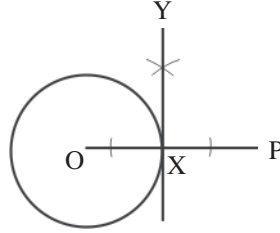
கவராயத்தைப் பயன்படுத்தி O வை மையமாகவுடைய ஒரு வட்டம் வரைக. அடிமட்டத்தைப் பயன்படுத்தி வட்டத்தைத் தொடுமாறு நேர்கோடு AB ஐ வரைக. தொடு புள்ளியை P எனப் பெயரிட்டு OP ஐ இணைக்க. $\widehat{OPA}, \widehat{OPB}$ ஆகிய கோணங்களின் பெறுமானங்களை அளந்து பார்க்க.

தொடலிக்கும் தொடுபுள்ளியூடாக வரையப்பட்ட ஆரைக்கும் இடையில் உள்ள கோணம் 90° என்பதை நீங்கள் ஏற்கெனவே அறிந்திருக்கிறீர்கள்.

23.1 அமைப்பு

ஒரு வட்டத்தின் மீது அமைந்துள்ள ஒரு புள்ளியில் வட்டத்திற்கு ஒரு தொடலியை அமைத்தல்

O வை மையமாகவுடைய வட்டத்தின் மீது புள்ளி X அமைந்துள்ளது. X இல் வட்டத்திற்கான தொடலி XY ஐ அமைக்க வேண்டும்.



படிமுறை

- (i) கோடு OX ஐ வரைந்து அதனை P வரை நீட்டுக.
- (ii) கவராயத்தைப் பயன்படுத்தி நேர்கோடு OX இற்கு X இல் ஒரு செங்குத்து வரைக.

நிறுவல் : ஆரை OX உம் நேர்கோடு XY உம் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து ஆவதால் X இல் வரையப்பட்டுள்ள தொடலி XY ஆகும்.

வட்டத்தின் பரிதியின் மீதுள்ள புள்ளி X இல் வட்டத்திற்கு வரையப்பட்ட தொடலி XY ஆகும்.

தொடலிகள் தொடர்பான இரண்டு கேத்திர கணிதத் தேற்றங்களை நினைவில் கொள்வோம்.

- ஒரு வட்டத்தின் மீது உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து ஆரைக்குச் செங்குத்தாக வரையப்படும் நேர்கோடு வட்டத்திற்கு தொடலியாகும்.
- ஒரு வட்டத்திற்கு வரையப்படும் தொடலியும், தொடுபுள்ளியில் வரைந்த ஆரையும் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாகும்.

பயிற்சி 23.1

1. 3.5 cm ஆரையுடைய ஒரு வட்டம் வரைக. வட்டத்தின் மீது புள்ளி P ஐக் குறிக்க. 4.5 cm நீளமுடைய PQ எனும் தொடலியை அமைக்க.
2. X ஐ மையமாகவுடைய 4.5 cm ஆரையுடைய வட்டத்தின் மீது யாதாயினுமொரு புள்ளி Y இல் வட்டத்திற்கு ஒரு தொடலி அமைத்து $XZ = 7.5$ cm ஆகும் வகையில் தொடலியின் மீது புள்ளி Z ஐக் குறிக்க.
 - (i) YZ இன் நீளத்தை அளந்து எழுதுக.
 - (ii) பைதகரசின் தொடர்பின் மூலம் YZ இன் நீளத்தைக் கணித்து நீங்கள் பெற்ற விடையை வாய்ப்புப் பார்க்க.
 - (iii) $ZY = ZW$ ஆகுமாறு வட்டத்தின் மீது W எனும் புள்ளியைக் குறித்து WX ஐத் தொடுக்க.
 - (iv) $\triangle XYZ, \triangle XWZ$ என்பன ஒருங்கிசையும் என நிறுவுக.
 - (v) WX என்பது W இல் வட்டத்திற்கு வரையப்பட்ட தொடலி எனக் காட்டுக.
3. நேர்கோடு AB இன் மீது புள்ளி P அமைந்துள்ளது. Q என்பது AB இற்குப் புறத்தே அமைந்துள்ள ஒரு புள்ளியாகும்.
 - (i) நேர்கோடு AB ஐ P இல் தொடும் Q இனூடாகச் செல்லும் வட்டத்தை அமைக்க.
 - (ii) இவ்வமைப்புக்காக நீங்கள் பயன்படுத்திய இரண்டு கேத்திரகணிதத் தேற்றங்களை எழுதுக.

செயற்பாடு 23.1

O வை மையமாகவுடைய ஒரு வட்டம் வரைந்து வட்டத்திற்கு வெளியே புள்ளி X ஐக் குறிக்க. அடிமட்டத்தைப் பயன்படுத்தி XA, XB ஆகிய தொடலிகளை வரைக. OA, OB ஆகிய ஆரைகளையும் இணைக்க.

பெறுமானத்தை அளந்து பின்வருவனவற்றை வாய்ப்புப் பார்க்க.

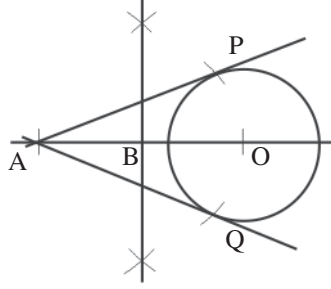
(i) $XA = XB$

(ii) $\widehat{XAO} = \widehat{XBO}$

(iii) $\widehat{XOA} = \widehat{XOB}$

(iv) $\Delta XAO \equiv \Delta XBO$

23.2 புறத்தேயுள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து ஒரு வட்டத்திற்கு தொடலிகள் அமைத்தல்



O வை மையமாகவுடைய வட்டத்திற்கு வெளியே புள்ளி A அமைந்துள்ளது. புள்ளி A இலிருந்து வட்டத்திற்கு தொடலிகள் அமைத்தல்.

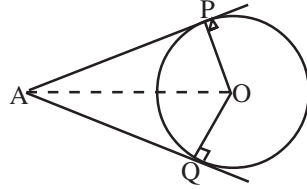
படிமுறை

- (i) கோடு OA ஐ வரைந்து கவராயத்தின் துணையுடன் அதன் செங்குத்து இருகூறாக்கியை வரைக.
- (ii) செங்குத்து இரு கூறாக்கியும் OA உம் இடைவெட்டும் புள்ளி B ஐப் பெறுக.
- (iii) BO இன் நீளத்தைக் கவராயத்தில் எடுத்து $BO = BP = BQ$ ஆகுமாறு வட்டத்தின் மீது P, Q ஆகிய புள்ளிகளைக் குறிக்க.
- (iv) AP, AQ ஆகிய கோடுகளை வரைக.
- (v) AP, AQ ஆகியன A இலிருந்து வட்டத்திற்கு வரைந்த தொடலிகள் ஆகும்.

நிறுவல் : $BA = BO$ (AO இன் நடுப்புள்ளி B என்பதால்)
 $BO = BP$ என்பதால்
 $BA = BO = BP$ ஆகும்.
 $\therefore \Delta AOP$ இல் உச்சிகளினூடாகச் செல்லும் வட்டத்தின் (சுற்றுவட்டம்) மையம் B ஆகும். அவ் வட்டத்தின் AO விட்டமாகும்.
 $\widehat{APO} = \widehat{AQO} = 90^\circ$ (அரைவட்டக் கோணம்)
 AP, AQ தொடலிகளாகும் .

$\therefore O$ வை மையமாகவுடைய வட்டத்தில் AP ஒரு தொடலியாகும் இவ்வாறே AQ உம் ஒரு தொடலியாகும்.
 $\therefore O$ வை மையமாகவுடைய ஒரு வட்டத்திற்கு A எனும் வெளிப்புள்ளியிலிருந்து AP, AQ ஆகிய இரு தொடலிகள் வரையப்பட்டுள்ளனவாயின்

- (i) $AP = AQ$ ஆகும்
- (ii) $\widehat{OAP} = \widehat{OAQ}$ ஆகும்
- (iii) $\widehat{AOP} = \widehat{AOQ}$ ஆகும்



இது முன்னர் கற்ற ஒரு தேற்றமாகும். இதனை இவ்வாறு குறிப்பிடலாம்.

தேற்றம்

வெளிப்புள்ளி ஒன்றிலிருந்து ஒரு வட்டத்திற்கு இரண்டு தொடலிகள் வரையப்பட்டுள்ளனவாயின்,

- (i) தொடலிகள் இரண்டும் நீளத்தில் சமனானவை ஆகும்.
- (ii) புறப்புள்ளியையும் வட்டத்தின் மையத்தையும் இணைக்கும் நேர்கோட்டினால், இரண்டு தொடலிகளுக்குமிடையிலுள்ள கோணம் இரு கூறிடப்படும்.
- (iii) ஒவ்வொரு தொடலியும் வட்டத்தின் மையத்தில் எதிரமைக்கும் கோணங்கள் சமனாகும்.

23.2 பயிற்சி

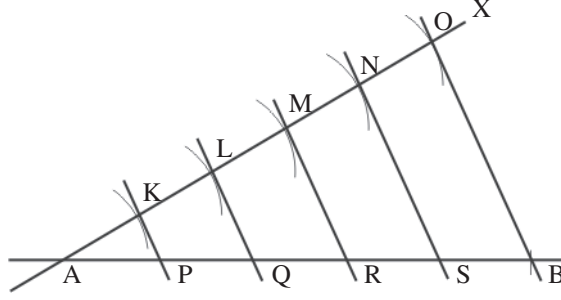
1. 2.5 cm ஆரையுடைய O வை மையமாகக் கொண்ட ஒரு வட்டம் வரைக. வட்டத்தின் மீது யாதாயினுமொரு புள்ளி P ஐக் குறித்து நீட்டப்பட்ட OP இன் மீது $OX = 6.5$ cm ஆகுமாறு புள்ளி X ஐக் குறிக்க.
 - (i) X இலிருந்து வட்டத்திற்கான XA , XB ஆகிய இரு தொடலிகளை அமைக்க.
 - (ii) XA , XB ஆகியவற்றின் நீளங்களை அளந்து எழுதுக.
 - (iii) XA இன் நீளத்தைக் கணித்து (ii) இல் பெற்ற விடையைச் சரிபார்க்க.

2. 4.0 cm ஆரையுடைய, O வை மையமாகக் கொண்ட வட்டத்தை வரைக. வட்டத்தின் மீது புள்ளி X ஐக் குறிக்க. $OP = 8$ cm ஆகுமாறு நீட்டப்பட்ட OX இன் மீது புள்ளி P ஐக் குறிக்க.
 - (i) OP இன் செங்குத்து இரு கூறாக்கியானது வட்டத்திற்கான ஒரு தொடலியாகும் எனக் காட்டுக.
 - (ii) வட்டத்திற்கு P இலிருந்து PQ எனும் தொடலியை அமைத்து P Q இன் நீளத்தை அளந்து எழுதுக.
 - (iii) \widehat{PQX} இன் பெறுமானம் 30° ஆகுமென்பதை அளந்து பார்க்காது நிறுவுக.
 - (iv) பைதகரசின் தேற்றத்தினை உபயோகித்து $PQ = 4\sqrt{3}$ cm எனக் காட்டுக.

3. (i) $AB = 6$ cm, $BC = 7$ cm, $CA = 5$ cm ஆகவுள்ள $\triangle ABC$ ஐ அமைக்க.
 - (ii) $\widehat{BAC}, \widehat{ABC}$ ஆகிய கோணங்களின் இரு கூறாக்கிகள் இடைவெட்டும் புள்ளியாகிய P ஐப் பெறுக.
 - (iii) P இலிருந்து BC இற்கு செங்குத்து PX ஐ அமைக்க.
 - (iv) PX ஐ ஆரையாகவும் P ஐ மையமாகவும் கொண்ட வட்டத்தை வரைக.

4. $\triangle XYZ$ இல் $\widehat{X\hat{Y}Z}$ ஒரு விரிகோணமாகும். YZ ஐ Y இல் தொடுவதும் XZ ஐத் தொடுவதுமான வட்டத்தை அமைக்க.
5. (i) $\widehat{ABC} = 90^\circ$, $AB = 4.0$ cm $BC = 6.5$ cm ஆகவுடைய $\triangle ABC$ ஐ அமைக்க.
(ii) பக்கம் AB ஐ A இல் தொடுவதும் BC ஐத் தொடுவதுமான வட்டத்தை அமைக்க.
6. (i) $PQ = 8$ cm $\widehat{PQR} = 90^\circ$ $QR = 4$ cm ஆகுமாறுள்ள $\triangle PQR$ ஐ அமைக்க.
(ii) PQ ஐ S இல் சந்திக்குமாறு \widehat{PRQ} இன் இரு கூறாக்கியை அமைக்க.
(iii) S இலிருந்து PR இற்கான செங்குத்து ST ஐ அமைக்க.
(iv) S ஐ மையமாகவும் SQ ஐ ஆரையாகவும் கொண்ட வட்டத்தை வரைக
(v) $\triangle SQR$, $\triangle STR$ என்பன ஒருங்கிசையும் என நிறுவுக.
(vi) P இலிருந்து வட்டத்திற்கு வரையப்பட்டுள்ள ஒரு தொடலி PT எனக் காட்டுக.
(vii) P இலிருந்து உள்ள மற்றைய தொடலி PU ஐ அமைக்க.
(viii) பைதகரசின் தேற்றத்தைப் பிரயோகித்து PR இன் நீளத்தை $\sqrt{5}$ இன் தொடர்பில் எழுதுக.
(ix) PR இன் நீளத்தை அளந்து $\sqrt{5}$ இன் பெறுமானத்தை முதலாம் தசம தானத்திற்குத் தருக.
(ix) $\frac{\triangle PSU \text{ இன் பரப்பு}}{\triangle QRS \text{ இன் பரப்பு}} = \sqrt{5} - 1$ என்பதை வாய்ப்பு பார்க்க.

23.3 அமைப்பு - தரப்பட்ட நேர்கோடு ஒன்றை சமனான பகுதிகளாகப் பிரித்தல்.



தரப்பட்டுள்ள நேர்கோடு AB ஐ 5 சமனான பகுதிகளாகப் பிரிக்க வேண்டியுள்ளது.

படிமுறை

- A இனாடாகச் செல்லும் AX எனும் யாதாயினுமொரு நேர்கோட்டை வரைக.
- $AK = KL = LM = MN = NO$ ஆகுமாறு கவராயத்தின் துணையுடன் AX இன் மீது K, L, M, N, O ஆகிய புள்ளிகளைக் குறிக்க.
- நேர்கோடு OB ஐ இணைத்து OB இற்கு சமாந்தரமாக NS, MR, LQ, KP ஆகிய கோடுகளை அமைக்க.

நிறுவல் : $\triangle ALQ$ இல்
 $AK = KL$ (சமநீளங்களாக எடுத்தல் - அமைப்பு)
 $KP \parallel LQ$ (அமைப்பு)

$\therefore AQ$ இன் நடுப்புள்ளி P ஆகும். (நடுப்புள்ளித் தேற்றத்தின் மறுதலை)
 $\therefore AP = PQ$
 $\triangle AMR$ இல்
 $LQ \parallel MR$ ஆகும் (அமைப்பு)
 $AL : LM = 2:1$ (அமைப்பு)
 $\therefore AQ : QR = 2:1$ ஆகும்.

(ஒரு முக்கோணியின் ஒரு பக்கத்திற்கு சமாந்தரமாக வரையப்பட்ட நேர் கோட்டினால் எஞ்சிய பக்கங்கள் விகிதசமனாகப் பிரிக்கப்படும்)

$$AK = KL = LM \text{ என்பதால்}$$

$$AP = PQ = QR \text{ ஆகும்.}$$

இவ்வாறே RS, SB ஆகிய இரண்டு பகுதிகள் பற்றியும் நிறுவலை முன்வைக்கலாம். அதன்படி $AP = PQ = QR = RS = SB$ ஆகும். மேலேயுள்ள நிறுவலோடு தொடர்புடைய இரண்டு கேத்திர கணிதத் தேற்றங்களை உமது பயனுக்காக நினைவில் கொள்வோம்.

1. ஒரு முக்கோணியில் ஒரு பக்கத்தின் நடுப்புள்ளியினூடாக இன்னொரு பக்கத்திற்குச் சமாந்தரமாக வரையப்படும் நேர்கோட்டினால் மூன்றாம் பக்கமானது இருகூறிடப்படுகின்றது. (இது நடுப்புள்ளித் தேற்றத்தின் மறுதலையாகும்)
2. ஒரு முக்கோணியில் ஒரு பக்கத்திற்கு சமாந்தரமாக வரையப்பட்ட நேர்கோட்டினால் எஞ்சிய இரு பக்கங்களும் விகித சமனாகப் பிரிக்கப்படும்.

பயிற்சி 23.3

1. 11 cm நீளமுடைய நேர்கோடு XY ஐ வரைந்து அதனை 4 சமபகுதிகளாகப் பிரிக்குக.
2. 13 cm நீளமுடைய நேர்கோடு AB ஐ வரைந்து அதனை 5 சமபகுதிகளாகப் பிரிக்க.
3. (i) $PQ = 9 \text{ cm}$, $\widehat{PQR} = 45^\circ$, $QR = 8 \text{ cm}$ ஆகவுடைய ΔPQR ஐ அமைக்க.
(ii) ஒரு கவராயத்தில் 3 cm ஐ அளந்தெடுத்து $PA = AB = 3 \text{ cm}$ ஆகுமாறு A, B புள்ளிகளை PQ இன் மீது குறிக்க.
(iii) பக்கம் QR ஐ மூன்று சமபகுதிகளாகப் பிரிக்கும் வகையில் PR இற்கு சமாந்தரமாக AX, BY ஆகிய கோடுகளை அமைக்க.
(iv) XY இன் நீளத்தை அளந்து எழுதுக.
(v) ΔQAX , ΔQBY என்பன ΔPQR உடன் இயல்பொத்தவை எனக் காட்டுக.