

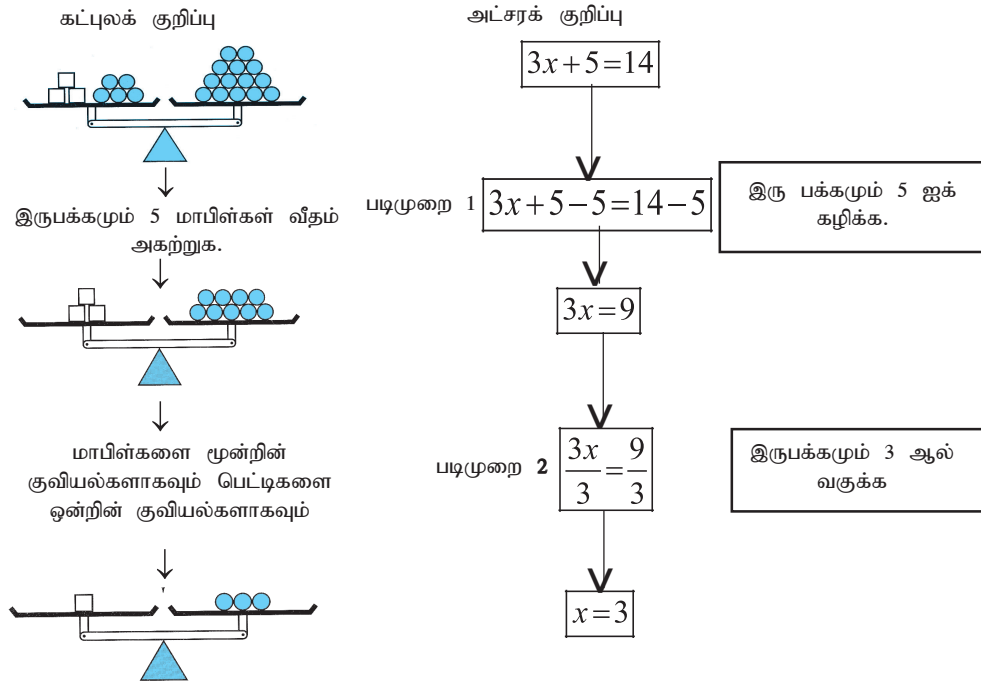
20 சமனிலிகள்

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

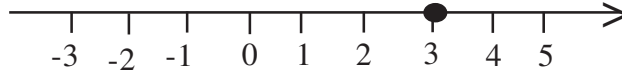
- சமனிலிகளின் தீர்வுகளை ஓர் எண் கோட்டின் மீது குறித்தல்
- $ax + b > cx + d$ என்ற வடிவிலுள்ள சமனிலிகளைத் தீர்த்தல்,
- சமனிலிகளுடனான பிரசினங்களைத் தீர்த்தல், என்பன பற்றிய விளக்கத்தைப் பெற்றுக்கொள்வீர்கள்.

20.1 அறிமுகம்

சமனிலிகள் என்ற பாடத்தைக் கற்கவுள்ள நீங்கள் முதலில் எளிய சமன்பாடுகளைத் தீர்க்கும் முறைபற்றி ஞாபகப்படுத்திக் கொள்ளவேண்டும். $3x+5=14$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்கும் முறை கீழே தரப்பட்டுள்ளது. மேலேயுள்ள சமன்பாட்டில் தெரியாக் கணியம் x ஆகும். x இன் பெறுமானத்தைக் கண்டு கொள்வதே இச்சமன்பாட்டைத் தீர்ப்பதன் நோக்கமாகும். சமநிலைத் தராசு ஓர் எளிய சமன்பாட்டைத் தீர்ப்பதற்கான நல்லதொரு மாதிரியாகும். கீழே தரப்பட்டுள்ள சமநிலைத் தராசில் $3x+5=14$ எனும் சமன்பாடு குறிக்கப்பட்டுள்ள முறையை அவதானிக்க. இங்கு x இன் மூலம் தெரியாக்கணியம் குறிப்பிடப்படுகின்றது.



$3x+5=14$ என்ற சமன்பாட்டுக்குப் பொருத்தமான x இன் பெறுமானம் 3 ஆகும். ஓர் எளிய சமன்பாட்டில் தெரியாக்கணியத்திற்குப் பொருத்தமான ஒரேயொரு பெறுமானம் மாத்திரம் உண்டு. அதாவது ஓர் எளிய சமன்பாட்டில் x இன் தீர்வுத் தொடையில் ஒரேயொரு மூலகம் மட்டும் உண்டு. இனி, அத்தீர்வுத் தொடையானது ஓர் எண் கோட்டின் மீது குறிக்கப்பட்டுள்ள முறையைப் பார்க்க. அதாவது எண் கோட்டின் மீது 3 ஐக் குறிக்கும் புள்ளி நிழற்றப்பட்டுள்ளது.

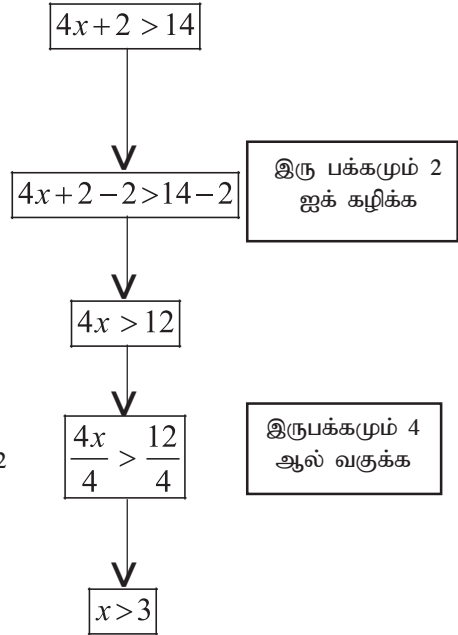
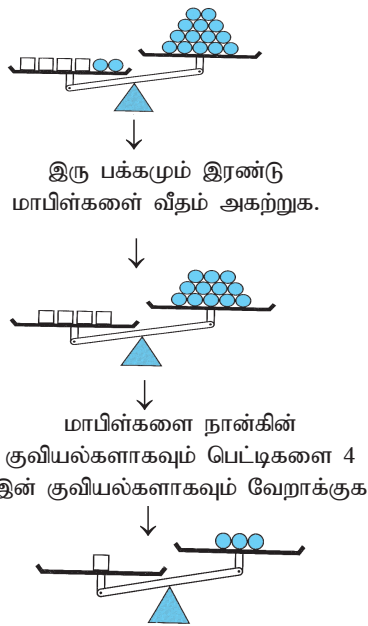


சமன்பாடுகளைத் தீர்க்கும்போது தெரியாக்கணியத்தை வேறாக்கி எடுப்பதற்கு, அதாவது தெரியாக்கணியத்தை எழுவாயாக மாற்றுவதற்கு x உடன் உள்ள எண்கள் அகற்றப்படவேண்டும். இங்கு முதலில் $+ உம் - உம்$ உடைய எண்களை அகற்றுவதற்காக கூட்டற்றகவுள்ள நேர்மாறு இரு பக்கங்களிலும் கூட்டப்படும். அடுத்து பெருக்கலும் வகுத்தலுமுடைய எண்கள் அவற்றின் நேர்மாறான கணிதச் செய்கைகள் மூலம் அகற்றப்படும்.

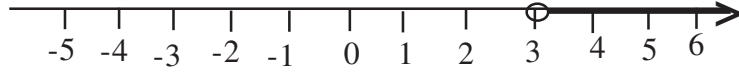
20.2 $ax + b > c$ வடிவிலுள்ள சமனிலிகள்

இனி பின்வரும் சமனிலியைப் பார்க்க.

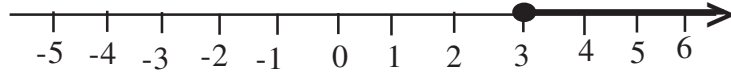
$4x + 2 > 14$ என்பதன் மூலம் கருதப்படுவது $4x + 2$ என்பது 14 இலும் கூடியதாயிருப்பதற்கு x எடுக்கக் கூடிய பெறுமானங்கள் யாவை எனக் கண்டறிவதாகும். சமன்பாடுகள் தீர்க்கப்பட்ட முறையிலேயே நேர்மாறு கணிதச் செய்கைகள் ($+/-$, \times/ \div) செய்து உறுப்பு x ஆனது வேறாக்கி எடுக்கப்படும்



இதிலிருந்து $4x + 2 > 14$ இல் x இற்காக 3 இலும் கூடிய எந்தவொரு பெறுமானத்தையும் இடலாம் என்பது கருத்தாகும். அதாவது ஒரு சமனிலியில் தெரியாக் கணியத்துக்குப் பல தீர்வுகள் உண்டு என்பது தெரிகிறது. எனவே x இன் தீர்வுத் தொடைக்கு எண்ணற்ற மூலகங்கள் உண்டு. அதனை ஓர் எண்கோட்டின் மீது பின்வருமாறு குறிக்கலாம். இங்கு x இற்காக $x = 3$ என்ற பெறுமானத்தை எடுக்க முடியாது. எனவே $x = 3$ என்ற புள்ளி நிழற்றப்படவில்லை.



இனி $4x + 2 \geq 14$ என்ற சமனிலியை மேற்குறித்தவாறு தீர்த்தால், பெறப்படும் தீர்வுத்தொடை $x \geq 3$ ஆகும். இத்தீர்வுத் தொடையில் $x = 3$ உம் உட்படுவதோடு அது எண்கோடொன்றின் மீது பின்வருமாறு காட்டப்படும். அதாவது $x = 3$ நிழற்றப்பட்டுள்ளது.



ஆயினும் எல்லாச் சமனிலிகளையும் ஓர் எளிய சமன்பாட்டைத் தீர்ப்பது போல் தீர்க்க முடியாது. பின்வரும் பிரசினத்தைப் பார்க்கவும்.

$-2x = 10$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்ப்பதற்கு (-2) இன் பெருக்கல் தகவுள்ள நேர்மாறினால் இரு பக்கங்களையும் பெருக்குவோம். (அதாவது -2 இனால் இரு பக்கமும் வகுப்போம்).

$$\begin{aligned} -2x \times \left(\frac{-1}{2}\right) &= 10 \times \left(\frac{-1}{2}\right) \\ x &= -5 \end{aligned}$$

ஆயினும் $-2x > 10$ என்ற சமனிலியைப் பார்க்க இச்சமனிலியில் $(-----2)$ இன் பெருக்கல் தகவுள்ள நேர்மாறினால் இரு பக்கங்களையும் பெருக்கும் போது.

$$x > -5 \text{ என நினைப்பீர்கள்}$$

அதாவது x இன் தீர்வுத்தொடை -5 இலும் கூடியதாயிருக்க வேண்டுமென நினைப்பீர்கள். அதற்கேற்ப $x = -4$ ஒரு தீர்வு ஆவதால்.

$$-2x > 10 \text{ என்பதில் } x = -4 \text{ ஐப் பிரதியிடுவோம்.}$$

அப்போது

$$\begin{aligned} \text{இடது பக்கம்} &= -2 \times (-4) \\ &= 8 \\ 8 &> 10 \end{aligned}$$

அதாவது $8 > 10$ எனப் பெறப்படுகின்றது. இது **பிழையானதாகும்**.
எனவே ஒரு சமனிலியை ஒரு மறை எண்ணால் பெருக்கும்போது அல்லது
வகுக்கும்போது **சமனிலியை மாற்றி** எழுத வேண்டும். பின்வரும் உதாரணங்கள்
மூலம் அதனை உறுதிப்படுத்துக.

உதாரணம் 1 :

--15 > -40 உண்மையாகும்.

இருபக்கமும் -5 இனால் வகுக்க அத்துடன் சமனிலிக் குறியீட்டை திசைமாற்றி
எழுதுக. அப்போது தான் சரியான பேறு கிடைக்கும்.

$$\frac{-15}{-5} < \frac{-40}{-5}$$

$3 < 8$ இக் கூற்று சரியானது.

$-6 < -2$ என்பது உண்மையாகும்.

இனி இருபக்கமும் (-4) இனால் பெருக்குக. சமனிலிக் குறியீட்டைத் திசை
மாற்றுக.

$$(-6) \times (-4) > (-2) \times (-4)$$

$24 > 8$ இக் கூற்றும் உண்மையானது.

சமனிலிக் குறியீட்டை மாற்றாதிருப்பின் நீங்கள் $24 < 8$ எனப் பெற்றிருப்பீர்கள்.
இது பிழையானது.

	$a > b$ ஆயின்
(i)	$a + c > b + c$
(ii)	$a - c > b - c$
(iii)	$c > 0$ ஆகும்போது $ac > bc$ உம் $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$
(iv)	$c < 0$ ஆகும்போது $ac < bc$ உம் $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

நீங்கள் மேலே கற்ற சமனிலிகளைத் தீர்த்தலை ஞாபகப்படுத்திக் கொள்வதற்காகப்
பின்வரும் பயிற்சிகளைச் செய்க.

பயிற்சி 20.1

1. x இற்குத் தரப்பட்டுள்ள பெறுமானங்களைப் பிரதியிட்டு தரப்பட்டுள்ள சமனிலிகளை அவை திருப்திப்படுத்துகின்றனவா? இல்லையா? எனக் காண்க.

(i) $x - 2 > 5$	$x = 3$	(ii) $2x + 1 < 3$	$x = 2$
(iii) $2x + 1 < 3$	$x = 0$	(iv) $3x - 2 > -8$	$x = 3$
(v) $3x - 2 > -8$	$x = -3$	(vi) $3x - 4 < 5$	$x = 4$

2. பின்வரும் சமனிலிகளை தரப்பட்டுள்ள பெறுமானங்களினால் வகுப்பதன் மூலமும் பெருக்குவதன் மூலமும் சமனிலிக் குறியீடு மாறுகின்ற விதத்தைக் காட்டுக.

(i) $-10 < 60$	(-2)	(ii) $20 > 8$	(-4)
(iii) $-12 < 8$	(-2)	(iv) $12 > 8$	(2)
(v) $18 > -12$	(-3)	(vi) $20 < 30$	(-5)
(vii) $20 < 30$	(5)	(viii) $24 > -6$	(-2)

3. பின்வரும் சமனிலிகளைத் தீர்க்க. தீர்வுத் தொடையை எண் கோடுகளின் மீது காட்டுக.

(i) $3x + 2 > 5$	(ii) $2x - 5 > 3$
(iii) $2x + 1 > -5$	(iv) $4x - 3 > -7$
(v) $5x + 5 > -7$	

4. பின்வரும் சமனிலிகளைத் தீர்க்க. தீர்வுத்தொடைகளை எண்கோடுகளின் மீது காட்டுக.

(i) $2x - 7 < 3$	(ii) $3x + 5 < 2$
(iii) $4x + 3 < -5$	(iv) $5x - 3 < -13$
(v) $4x - 1 < 0$	

5. பின்வரும் சமனிலிகளைத் தீர்க்க. தீர்வுத்தொடைகளை எண்கோடுகளின் மீது காட்டுக.

(i) $4x - 3 \geq 5$

(ii) $2x + 1 \leq 5$

(iii) $6x + 5 \leq -7$

(iv) $3x - 7 \leq 7$

(v) $2x - 3 \geq 7$

6. நிமலனிடம் ரூ. 155 உண்டு. இப் பணத்தின் மூலம் ரூ x வீதம் 5 மாம்பழங்களையும் ரூ.30 வீதம் 4 அப்பிள் பழங்களையும் வாங்கலாம். இத் தகவல்களிலிருந்து ஒரு சமனிலியை எழுதி ஒரு மாம்பழத்திற்கு இருக்கக் கூடிய உச்ச விலையைக் காண்க.

7. ஒரு பையில் 500 g நிறையுடைய x எண்ணிக்கையான சீனிப் பைக்கற்றுகளும் 100 g நிறையுடைய 8 தேயிலைப் பைக்கற்றுகளும் உண்டு. பை கொள்ளக் கூடிய உச்ச நிறை 2 kg ஆயின் அதிலிருக்கக் கூடிய சீனிப் பைக்கற்றுகளின் உயர் எண்ணிக்கை யாது ?

8. ஒரு பாணில் இருக்க வேண்டிய அதி குறைந்த நிறை 450 g ஆகும். இப் பாணிலிருந்து 40g நிறையுடைய 5 துண்டுகளும் x g நிறையுடைய 5 துண்டுகளும் வெட்டப்பட்டதாயின் x இன் அதிகுறைந்த பெறுமானம் யாது?

உதாரணம் 1

$7-3x \geq 1$ ஐத் தீர்க்க. தீர்வை ஓர் எண் கோட்டின் மீது குறிக்க.
 $7-3x \geq 1$

7 இன் கூட்டற்றகவுள்ள நேர்மாறை (-7) இருபக்கமும் கூட்டுவோம்.
 $7-3x-7 \geq 1-7$
 $-3x \geq -6$

இனி (-3) இனால் இருபக்கமும் வகுப்போம் அப்போது சமனிலிக்குறி மாறும்.

$$\frac{-3x}{-3} \leq \frac{-6}{-3}$$
$$x \leq 2$$



அதாவது 2 அல்லது 2 இற்கு குறைந்த எந்தப் பெறுமானமும் $7-3x \geq 1$ என்ற சமனிலியைத் திருப்திப்படுத்துகின்றன.
வாய்ப்புப் பார்த்தல்.

$$7-3x \geq 1$$
$$x = 2 \text{ ஆக}$$
$$7-3x = 7-(3 \times 2) = 7-6 = 1$$

$\therefore x = 2$ இற்கு

இடதுகைபக்கம் = வலது கைபக்கம்

$$x = -5 \text{ ஆக}$$
$$7-3x = 7-(3 \times -5) = 7+15 = 22$$
$$22 > 1$$
$$\therefore x = -5 \text{ இற்கு}$$

இடதுகைபக்கம் > வலது கைபக்கம்

\therefore சமனிலியை 2 உம், 2 இற்கு குறைந்த எண்களும் திருப்தி செய்கின்றன.

பயிற்சி 20.2

1. பின்வரும் சமனிலிகளைத் தீர்க்க. தீர்வுத் தொடைகளை எண்கோட்டின் மீது குறிக்க.
(i) $2 - 3x > -5$ (ii) $5 - x < 6$ (iii) $6 - 5x \geq 3$
(iv) $8 - 3x \leq -4$ (v) $11 - 2x < -1$ (vi) $1 - 5x > 11$
2. விமலன் ரூ x வீதம் 5 மாம்பழங்களையும் ரூ.2வீதம் 12 வாழைப்பழங்களையும் வாங்கினான். கமலா ரூ. x வீதம் 3 மாம்பழங்களையும் ரூ 3 வீதம் 10 வாழைப்பழங்களையும் வாங்கினார். விமலன் செலவு செய்த பணம் கமலா செலவு செய்த பணத்திலும் கூடியதாயின் ஒரு மாம்பழத்தின் அதிகுறைந்த விலை யாதாயிருக்கலாம்? (x ஒரு முழு எண்ணாகும்.)
3. பொதி A இல் ஒன்று 125 g நிறையுள்ள 6 கோப்பைகளும் ஒன்று x கிராம் நிறையுள்ள 3 குவளைகளும் உள்ளன. பொதி B இல் ஒன்று 300g நிறையுள்ள 2 பீங்கான்களும் ஒன்று x கிராம் நிறையுள்ள 6 குவளைகளும் உள்ளன. பொதி A ஆனது பொதி B இலும் குறைவான நிறையையுடையதாயின் ஒரு குவளையின் அதிகுறைந்த நிறை என்ன? (x ஒரு முழு எண்ணாகும்.)
4. ரவி ஒரு குடத்தினால் 7 தடவைகளும் ஒரு வாளியினால் 10 தடவைகளும் A என்ற தாங்கியினுள் நீர் நிரப்பினான். ரமீஸ் அதே குடத்தினால் 10 தடவைகளும் அதே வாளியினால் 2 தடவைகளும் B என்ற தாங்கியினுள் நீர் நிரப்பினான். குடத்தின் கனவளவு 8 லீற்றரும் வாளியின் கனவளவு x லீற்றரும் ஆகும். தாங்கி A இலுள்ள நீரின் கனவளவு தாங்கி B யிலுள்ள நீரின் கனவளவை விட அதிகமாயின் வாளியின் கனவளவாக இருக்கக்கூடிய அதிகுறைந்த பெறுமானம் யாதாயிருக்கலாம்? (x ஒரு முழு எண்ணாகும்.)
5. மோட்டார்வண்டி A ஆனது $x \text{ kmh}^{-1}$ என்ற கதியுடன் 2 மணித்தியாலமும் 40 kmh^{-1} என்ற கதியுடன் 3 மணித்தியாலமும் பயணம் செய்கிறது. மோட்டார் வண்டி B யானது $x \text{ kmh}^{-1}$ என்ற கதியுடன் 4 மணித்தியாலமும் 25 kmh^{-1} என்ற கதியுடன் 4 மணித்தியாலமும் பயணம் செய்கிறது. A சென்ற தூரத்திலும் அதிகமான தூரத்தை B சென்றிருந்தால் x இன் இழிவுப் பெறுமானம் யாதாயிருக்கலாம்? (x ஒரு முழு எண்ணாகும்.)

6. ஒன்றின் பரப்பளவு 16 cm^2 ஆகவுள்ள நீல நிற மாபிள் கற்கள் 15 ஐயும், ஒன்றின் பரப்பளவு $x \text{ cm}^2$ ஆகவுள்ள வெள்ளை நிற மாபிள் கற்கள் 10 ஐயும் சுசீலா வைத்திருந்தாள். நீல நிற மாபிள் கற்கள் 20 ஐயும் வெள்ளை நிற மாபிள் கற்கள் 5 ஐயும் ரஞ்சனி வைத்திருந்தாள். சுசீலாவிடமுள்ள மாபிள் கற்களின் மொத்தப் பரப்பளவு ரஞ்சனியிடமுள்ள மாபிள் கற்களின் மொத்தப் பரப்பளவை விட அதிகமாயின் ஒரு வெள்ளை மாபிள் கல்லின் இழிவுப் பரப்பளவு யாது?

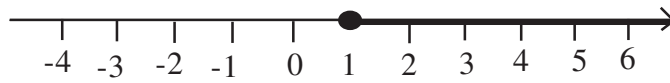
இனி தெரியாக்கணியம் சமனிலியின் இருபக்கமும் உள்ள ஒரு சந்தர்ப்பத்தை நோக்குவோம்.

உதாரணம் 2.

$3x + 4 \geq x + 6$ எனின் x இன் தீர்வைக் காண்க. தீர்வுத் தொடையை ஓர் எண் கோட்டின் மீது குறிக்க

$$\begin{aligned} 3x + 4 &\geq x + 6 \\ 3x &\geq x + 6 - 4 \\ 3x &\geq x + 2 \\ 3x - x &\geq 2 \\ 2x &\geq 2 \\ x &\geq 1 \end{aligned}$$

தீர்வுத்தொடை



உதாரணம் 3

$2x - 8 \leq 5x + 1$ ஐத் தீர்க்க. தீர்வுத் தொடையை ஓர் எண் கோட்டின் மீது குறிக்க.

$$2x - 8 \leq 5x + 1$$

$$2x \leq 5x + 1 + 8$$

$$2x \leq 5x + 9$$

$$2x - 5x \leq 9$$

$$-3x \leq 9$$

$$x \geq \frac{9}{-3} \quad (-3 \text{ ஆல் வகுக்க சமனிலிக்குறி மாறும்})$$

$$x \geq -3$$



பயிற்சி 20.3

1. பின்வரும் சமனிலிகளைத் தீர்க்க. தீர்வுகளை எண்கோடுகளின் மீது குறிக்க.

(i) $3x + 5 > x - 1$

(ii) $4x - 3 < 2x + 1$

(iii) $5x - 2 \leq 2x - 8$

(iv) $3x + 2 \geq x + 6$

(v) $7x + 4 > 3x$

2. பின்வரும் சமனிலிகளைத் தீர்க்க. தீர்வுகளை எண்கோடுகளின் மீது குறிக்க.

(i) $3x - 1 > 5x + 1$

(ii) $x + 2 \leq 4x - 1$

(iii) $2x + 3 \geq 6x - 5$

(iv) $3x - 4 > 5x$

(v) $x - 7 < 2x + 1$

3. பின்வரும் சமனிலிகளைத் தீர்க்க. தீர்வுகளை எண்கோடுகளின் மீது குறிக்க.

(i) $3 - 2x > 3x - 7$

(ii) $4 - x \geq x - 4$

(iii) $5 + 3x \leq x + 1$

(iv) $7 + 2x > 3 + x$

(v) $3x + 7 \geq -3 - 2x$

-
4. பின்வரும் சமனிலிகளின் தீர்வுகளை எண்கோட்டின் மீது குறித்து x இற்குப் பொருத்தமான நிறை எண் தீர்வுகள் 3 எழுதுக.
- (i) $2x + 3 < x - 1$ (ii) $3x - 1 \geq 7 - x$
- (iii) $5x - 2 > 2x + 4$ (iv) $4x + 5 \geq x + 8$
- (v) $3x + 7 \leq -3 - 2x$
5. $3x - 2 \geq 8 - 2x$ என்ற சமனிலியைத் திருப்தி செய்யும் x இன் குறைந்த நிறை எண் பெறுமானத்தைக் காண்க.
6. $6x - 7 > 2x + 1$ என்ற சமனிலியைத் திருப்தி செய்யும் x இன் குறைந்த நிறை எண் பெறுமானத்தைக் காண்க.
7. $5 - 3x \leq 6 - 4x$ என்ற சமனிலியைத் திருப்தி செய்யும் x இன் தீர்வுத் தொடைக்கு குறைந்த பெறுமானம் உண்டா? அல்லது ஒரு கூடிய பெறுமானம் உண்டா? அதை எழுதுக.