19 தாயங்கள்

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்
- *தாய எண்ணக்கரு,*
- *தாயங்களைக் கூட்டல்,*
- *தாயங்களைக் கழித்தல்,*
- *ஒரு நிறை எண்ணால் தாயமொன்றைப் பெருக்கல்,*

என்பன பற்றிய விளக்கத்தைப் பெற்றுக்கொள்வீர்கள்.

19.1 தாயம் அறிமுகம்

ஒரு கணியத்தின் அளவு ரீதியான தகவல்களைக் காட்டுவதற்கு எண்கள் உபயோகிக்கப்படுகின்றன. இரண்டு அல்லது இரண்டுக்கு மேற்பட்ட அளவு ரீதியான தகவல்களைக் காட்டுவதற்கு தாயத்தை உபயோகிக்கலாம். அவ்வாறான ஒரு சந்தர்ப்பம் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

தரம் 11 வகுப்பொன்றில் கமால், அகிலா, நிரோசன் ஆகிய மாணவர்கள் முதலாம் தவணையின் முடிவில் காட்டிய கணிதத் திறமைகளுக்காக கணிதபாட ஆசிரியை அவர்களுக்கு பரிசுப்பொதிகளை அன்பளிப்புச் செய்தார்.

கமாலின் பொதியில் 6 பயிற்சிக் கொப்பிகளும் 2 பேனைகளும், அகிலாவின் பொதியில் 4 பயிற்சிக் கொப்பிகளும் 3 பேனைகளும் இருந்தன. நிரோசனின் பொதியில் 5 பயிற்சிக் கொப்பிகள் இருந்தன. பேனைகள் இருக்கவில்லை.

இத்தகவல்களை ஓர் அட்டவணையில் காட்டுவோம்.

	பயிற்சிக்கொப்பிகள்	**பேனாக்கள்**
கமால்	6	2
அகிலா	4	3
நிரோஷன்	5	0

இவ்வட்டவணையில் 3 நிரைகளும் 2 நிரல்களும் உண்டு. மூன்று நிரைகளும் கமால், அகிலா, நிரோஷன் என்ற ஒழுங்கிலும், இரண்டு நிரல்களும் பயிற்சிக் கொப்பிகள், பேனைகள் என்ற ஒழுங்கிலும் அமைந்துள்ளன. நிரல்களினதும் நிரைகளினதும் இந்த ஒழுங்கு தெரியுமாயின் மேலேயுள்ள அட்டவணையின் தகவல்களை பின்வருமாறு எழுதலாம்.

$$\begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 4 & 3 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$$

இவ்வாறு செவ்வக வடிவில் அமைக்கப்பட்ட எண் ஒழுங்கு **தாயம்** என அழைக்கப்படும். ஒரு தாயத்தில் எண்கள் நிரைகளாகவும் நிரல்களாகவும் உள்ளதோடு அவ்வெண்கள் அடைப்பினுள் காட்டப்படும். இங்குள்ள எண்கள் மூலகங்கள் எனப்படும்.

உதாரணம் 1.

(i) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ (ii) $\begin{pmatrix} -1 & 5 & 7 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ (iii) $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$ (iv) $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$

19.2 தாயமொன்றின் வரிசை

மேலே ஆரம்பத்தில் குறிப்பிடப்பட்ட தாயத்தில் 3 நிரைகளும் 2 நிரல்களும் உள்ளன. எனவே அதனை 3×2 தாயம் என எழுதுவோம். இங்கு 3×2 என்பது தாயத்தின் வரிசை எனப்படும். இதற்கேற்ப ஒரு தாயத்தின் வரிசையின் மூலம் அதனது நிரைகளினதும் நிரல்களினதும் எண்ணிக்கை குறிப்பிடப்படும்.

மேலும் சில தாயங்களின் வரிசை பற்றிப் பார்ப்போம்.

(i) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 4 & -3 \end{pmatrix}$

இத் தாயத்தின் வரிசை 2×3 ஆகும்.

(ii) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$

இத் தாயத்தின் வரிசை 1×3 ஆகும். இங்கு ஒரு நிரை மாத்திரம் உள்ளதால் இது **நிரைத் தாயம்** எனப்படும்.

(iii) $\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$

இத் தாயத்தின் வரிசை 2×1 ஆகும். இங்கு ஒரு நிரல் மாத்திரம் உள்ளதால் இது **நிரல் தாயம்** எனப்படும்.

(i) $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 4 & 6 \\ 2 & -1 & 5 \end{pmatrix}$ இத் தாயத்தின் வரிசை 3×3 ஆகும். இங்கு நிரைகளினதும், நிரல்களினதும் எண்ணிக்கை சமனாகும். இவ்வாறான தாயங்கள் **சதுரத் தாயங்கள்** எனப்படும்.

(ii) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ இது வரிசை 2×2 ஆகவுள்ள சதுரத் தாயமாகும். இங்கு முந்துறும் (பிரதான) மூலைவிட்டத்தின் மூலகங்கள் 1 ஆவதோடு மற்றைய மூலகங்கள் யாவும் பூச்சியமாகும். இவ்வாறான தாயங்கள் **அலகுத் தாயம் அல்லது சர்வசமன்பாட்டுத் தாயம்** எனப்படும்.

(iii) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ இத் தாயத்தின் வரிசை 3×3 ஆகும். இதுவும் ஓர் அலகுத் **தாயம்** ஆகும்.

A எனும் ஒரு தாயத்தில் நிரைகளின் எண்ணிக்கை m ஆகவும் நிரல்களின் எண்ணிக்கை n ஆகவும் இருப்பின் அதன் வரிசை $m \times n$ ஆகும்.

19.3 தாயங்களைப் பெயரிடல்

பொதுவாக தாயங்கள் ஆங்கில பெரிய எழுத்துக்களால் **(capital letters)** பெயரிடப்படும்.

உதாரணம் 2.

(i) $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ (ii) $B = (-3, \ 1, \ 0)$

(iii) $C = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ (iv) $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

அலகுத் தாயங்கள் எப்போதும் I என்ற ஆங்கில பெரிய எழுத்தினால் பெயரிடப்படும்.

19.4 சம தாயங்கள்

வரிசைகள் சமனாகவுள்ள இரண்டு தாயங்களில் ஒத்த மூலகங்கள் யாவும் சமனாகும்போது அத் தாயங்களை சம தாயங்கள் என அழைப்போம்.

உதாரணம் 3

(i) $X = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

இங்கு $p = a$, $q = b$, $r = c$, $s = d$ ஆயின் X, Y என்பன சமனாகும். எனவே $X = Y$ எனப்படுகின்றது.

(ii). $P = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 5 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $Q = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{pmatrix}$ என்பவற்றில்

$P = Q$ ஆயின் a, b, c, d, e, f ஐ காண்க.

P , Q என்ற தாயங்களின் வரிசைகள் சமனானவை. $P = Q$ ஆகக் கூடிய சந்தர்ப்பங்களில் அத் தாயங்களின் ஒத்த மூலகங்கள் சமனாகும்போது மாத்திரமேயாகும்.

$\therefore a = 3, \ b = 4, \ c = -1, \ d = 5, \ e = 0, \ f = 2$ ஆகும்.

சம தாயங்களில் வரிசைகள் சமனாகவும் அவற்றின் ஒத்த மூலகங்கள் சமனாகவும் இருக்கும்.

பயிற்சி 19.1

1. பின்வரும் கூற்றுகள் சரியானவையா, பிழையானவையா எனத் தீர்மானிக்க

(i) 3 நிரைகளையும் 2 நிரல்களையும் உடைய தாயமொன்றில் உள்ள மூலகங்களின் எண்ணிக்கை 6 ஆகும்.
(ii) ஒரு தாயத்தின் வரிசையானது அதிலுள்ள நிரைகளின் எண்ணிக்கையையும் நிரல்களின் எண்ணிக்கையையும் பெருக்கல் குறியீட்டினால் இணைப்பதன் மூலம் காட்டப்படும்.
(iii) $(3 \ \ 2)$ என்பது ஒரு நிரல் தாயமாகும்.
(iv) m நிரைகயையும் n நிரல்களையும் உடைய ஒரு தாயத்தின் வரிசை $m \times n$ ஆகும்.
(v) குறித்த ஒரு தாயத்தின் வரிசை $n \times 1$ ஆகும். இது நிரல் தாயமாகும்.

(vi) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ ஆகும்

(vii) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ என்பது சதுரத் தாயமாகும்.

(viii) A, B என்பன இரு தாயங்களாகும். A = B ஆயின்
A யின் வரிசை = B யின் வரிசை ஆகும்.

2. கணிதப் பரீட்சையொன்றில் சஞ்சீவன் 45 புள்ளிகளையும் ராஜன் 58 புள்ளிகளையும் சரோஜினி 51 புள்ளிகளையும் பெற்றனர். இத் தகவல்களை நிரல் தாயமொன்றில் காட்டுக.

3. A_3, A_4, A_5 என்பன சர்வதேச மட்டத்தில் ஏற்றுக்கொள்ளப்பட்ட மூன்று நியம கடதாசி அளவுகளாகும்.A_3 கடதாசி ஒன்றின் நீளம் 42 cm அகலம் 29.7 cm ஆகும். இத் தகவல்களை (42 , 29.7) என ஒரு நிரைத்தாயத்தினால் காட்டலாம்.

(i) A_4 கடதாசி ஒன்றின் நீளம் 29.7 cm அகலம் 21 cm ஆகும். இதனை ஒரு நிரைத் தாயத்தினால் காட்டுக.

(ii) A_5 கடதாசி ஒன்றின் நீளம் 21 cm, அகலம் 14.8 cm உம் ஆகும். இத்தகவல்களை ஒரு நிரைத் தாயத்தினால் காட்டுக.

(iii) A_3, A_4 , A_5 ஆகிய மூன்று வகைக் கடதாசிகளினதும் தகவல்களை 3×2 தாயமொன்றில் காட்டுக.

(iv) இம் மூன்று வகைக் கடதாசிகளினதும் நீளங்களை நிரல் தாயமொன்றிலும் அகலங்களை நிரல் தாயமொன்றிலும் காட்டுக.

4. வீட்டுத்தொகுதி ஒன்றில் H, M, L எனப் பெயரிடப்பட்ட மூன்று வகை வீடுகள் உண்டு. H வகையிலான ஒரு வீட்டில் 4 படுக்கை அறைகளும் 2 குளியல் அறையும் ஒரு கராஜும் உண்டு. M வகையிலான ஒரு வீட்டில் 3 படுக்கையறைகளும் 1 குளியல் அறையும் உண்டு கராஜ் இல்லை, L வகையிலான ஒரு வீட்டில் 2 படுக்கை அறைகளும் 1 குளியல் அறையும் உண்டு கராஜ் இல்லை.

(i) இத் தகவல்களை ஒரு தாயத்தில் காட்டி A எனப் பெயரிடுக.
(ii) A இன் வரிசையை எழுதுக.
(iii) A எவ்வகையான தாயம் எனக் கூறுக.

5. $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & p+q \\ x+y & p-q \end{pmatrix}$ ஆயின் x, y, p, q ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

6. $\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ என்ற தாயத்தின் வரிசையை எழுதுக. இங்கு நிரைகளை நிரல்களாகவும், நிரல்களை நிரைகளாகவும் இடம்மாற்றும்போது கிடைக்கும் தாயத்தை எழுதுக. இத் தாயங்கள் இரண்டும் சமனானவையா? உமது விடைக்கான காரணத்தை எழுதுக.

19.5 தாயங்களைக் கூட்டல்

தரம் 11 இல் கமால், அகிலா, நிரோசன் ஆகிய மாணவர்களுக்கு முதலாம் தவணையின் முடிவில் கணிதத் திறமைகளுக்காகக் கிடைத்த பரிசுப்பொதிகளில் இருந்த பயிற்சிக் கொப்பிகள், பேனைகள் தொடர்பான தகவல் அட்டவணையும் ஒத்த தாயமும் கீழே தரப்பட்டுள்ளன. அத்தாயம் A எனப் பெயரிடப்பட்டுள்ளது.

	பயிற்சிக்கொப்பிகள்	**பேனாக்கள்**
கமல்	6	2
அகிலா	4	3
நிரோசன்	5	0

$$\Rightarrow \quad A = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 4 & 3 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$$

இரண்டாம் தவணையின் முடிவில் அவர்கள் மூவருக்கும் கணிதத் திறமைகளுக்காக ஒவ்வொரு பரிசுப்பொதி கிடைத்தது. அப்பொதிகளில் இருந்த பயிற்சிக் கொப்பிகள், பேனைகள் தொடர்பான தகவல் அட்டவணையும் ஒத்த தாயமும் கீழே தரப்பட்டுள்ளன. அத் தாயம் B எனப் பெயரிடப்பட்டுள்ளது.

	பயிற்சிக் கொப்பிகள்	**பேனாக்கள்**
கமல்	4	3
அகிலா	5	3
நிரோசன்	3	2

$$\Rightarrow \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

இரண்டு சந்தர்ப்பங்களிலும் ஒவ்வொரு மாணவரும் பெற்ற பயிற்சிக் கொப்பிகளின் எண்ணிக்கை, பேனைகளின் எண்ணிக்கை பற்றிய தகவல்களின் தாயத்தை எழுதுவோம். இதற்காக மேற்படி இரண்டு தாயங்களையும் கூட்டுவோம். இத் தாயங்கள் இரண்டையும் கூட்டுவதற்கு இத் தாயங்களின் ஒத்த மூலகங்களைக் கூட்டவேண்டும் என்பது தெளிவாகின்றது. விடையாகக் கிடைப்பது அதே வரிசையையுடைய ஒரு தாயமாகும்.

$$A+B=\begin{pmatrix}6 & 2\\ 4 & 3\\ 5 & 0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}4 & 3\\ 5 & 3\\ 3 & 2\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}6+4 & 2+3\\ 4+5 & 3+3\\ 5+3 & 0+2\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}10 & 5\\ 9 & 6\\ 8 & 2\end{pmatrix}$$

தாயங்களின் கூட்டல் தொடர்பான பின்வரும் உதாரணங்களையும் கற்க.

உதாரணம் 4.

$B=\begin{pmatrix}1\\ 2\\ -2\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}-3\\ 1\\ -1\end{pmatrix}$ ஆயின் $B+C$ ஐக் காண்க

$$B+C=\begin{pmatrix}1\\ 2\\ -2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-3\\ 1\\ -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1-3\\ 2+1\\ -2-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\\ 3\\ -3\end{pmatrix}$$

உதாரணம் 5.

சுருக்குக. $(2 \quad 1 \quad 3)+(-1 \quad -5 \quad 1)$

$$(2 \quad 1 \quad 3)+(-1 \quad -5 \quad 1)=(2-1 \quad 1-5 \quad 3+1)=(1 \quad -4 \quad 4)$$

உதாரணம் 6.

சுருக்குக. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+0 & -1+2 \\ -3-1 & 5-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$$

இரண்டு தாயங்களைக் கூட்ட வேண்டுமாயின் அத் தாயங்களின் வரிசைகள் சமனாயிருக்க வேண்டும். அத்தோடு ஒத்த மூலகங்களைக் கூட்டுவதன் மூலம் இரண்டு தாயங்களின் கூட்டுத்தொகையாகக் கிடைப்பது அதே வரிசையையுடைய தாயமாகும்.

19.6 தாயங்களைக் கழித்தல்

ஒரு தாயத்திலிருந்து இன்னொரு தாயத்தைக் கழிப்பது என்பது முதல் தாயத்தின் மூலகங்களில் இருந்து இரண்டாம் தாயத்தின் ஒத்த மூலகங்களைக் கழிப்பதாகும். இதற்கேற்ப தாயங்களைக் கழிப்பதற்கும் அத்தாயங்கள் இரண்டினதும் வரிசைகள் சமனாக இருக்க வேண்டும் என்பது தெளிவாகின்றது.

உதாரணம் 7.

சுருக்குக. $\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5-2 & 1-(-3) \\ 3-1 & 2-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$$

உதாரணம் 8.

$A = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ ஆயின் $A - B$ ஐக் காண்க

$$A - B = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-1 \\ -2-(-3) \\ 0-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

இரண்டு தாயங்களைக் கழிப்பதற்கு அத்தாயங்களின் வரிசைகள் சமனாக இருக்க வேண்டும். அத்தோடு ஒத்த மூலகங்களைக் கழிப்பதன் மூலம் இரண்டு தாயங்களின் வித்தியாசமாகக் கிடைப்பது அதே வரிசையையுடைய தாயமாகும்.

பயிற்சி 19.2

1. பினவரும் தாயக் கூட்டல்களைச் சுருக்குக.

(i) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 4 & -2 \end{pmatrix}$

(ii) $\begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

(iii) $\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

(iv) $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

(v) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -3 & 2 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 4 & 9 & -8 \end{pmatrix}$

(vi) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -4 & 2 & -4 \\ 0 & -4 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$

2. பின்வரும் தாயக் கழித்தல்களைச் சுருக்குக.

(i) $\begin{pmatrix} 10 \\ 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$

(ii) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & -4 & -5 \end{pmatrix}$

(iii) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & 2 & -4 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

(iv) $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -6 & 0 \end{pmatrix}$

(v) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & -4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -5 & -1 & 0 \\ 2 & 6 & -7 \\ 3 & -4 & 8 \end{pmatrix}$

(vi) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 3 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$

3. $A=\begin{pmatrix}6 & 1 & 5\\ 2 & 3 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 3 & 2\\ 0 & 2 & 3\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}-1 & 0 & 2\\ 4 & -2 & 1\end{pmatrix}$

ஆயின் பின்வரும் தாயங்களைக் காண்க.

(i) $A+B$ (ii) $A+C$ (iii) $B+C$ (iv) $A+B+C$

(v) $A+A$ (vi) $B+B+B$ (vii) $A-B$ (viii) $A-C$

(ix) $B-C$ (x) $C-B$

4. (i) $\begin{pmatrix}2 & -3\\ 1 & 5\\ 7 & 3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}x & 2\\ y & a\\ -4 & -3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5 & b\\ -3 & 2\\ z & c\end{pmatrix}$ ஆயின் a,b,c,x,y,z என்பவற்றைக் காண்க.

(ii) $\begin{pmatrix}1 & 3 & -1\\ 2 & -2 & 0\\ 0 & 4 & 2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}a & 1 & e\\ 0 & b & 1\\ d & -2 & c\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & p & 2\\ r & 3 & s\\ -1 & q & 4\end{pmatrix}$ ஆயின்

இச்சமன்பாட்டைத் திருப்தி செய்யும் $a, b, c, d, e, p, q, r, s$ என்பவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(iii) $\begin{pmatrix}3 & -1\\ 0 & 2\end{pmatrix}-A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & -1\end{pmatrix}$ ஆகுமாறுள்ள தாயம் A ஐக் காண்க.

5. $\begin{pmatrix}x & -2y\\ 3p & -q\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}y & x\\ -q & 2p\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & -3\\ 3 & 4\end{pmatrix}$ ஆயின் x, y, p, q என்பவற்றைக் காண்க.

6. ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் வரையப்பட்டுள்ள முக்கோணி ABC இல் உச்சிகளின் ஆள்கூறுகள் $A\equiv(3,1)$, $B\equiv(-2,-4)$, $C\equiv(-1,5)$ ஆகும்.

(i) A, B,C என்பவை நிரைகளாகவும் x, y என்ற ஆள்கூறுகள் நிரல்களாகவும் உடைய தாயத்தை எழுதுக.

(ii) புள்ளி A ஆனது (2, 0) இனாலும் புள்ளி B ஆனது (-1, 2) இனாலும், புள்ளி C ஆனது (0, -2) இனாலும் பெயர்வுறுமாயின் A, B, C ஆகிய மூன்று புள்ளிகளுக்கும் வழங்கப்படும் பெயர்வைக் காட்டும் தாயத்தை எழுதுக.

(iii) A, B,C ஆகிய மூன்று புள்ளிகளும் பெயர்வு அடைந்தபின் கிடைக்கும் ஒத்த புள்ளிகள் P,Q,R என்பவற்றின் ஆள்கூறுகளைக் காட்டும் தாயத்தை எழுதுக.

19.7 ஒரு தாயத்தை ஒரு முழு எண்ணால் பெருக்கல்

$A = \begin{pmatrix} a & d \\ b & e \\ c & f \end{pmatrix}$ எனக் கொள்வோம்.

தாயம் A ஐ 2 ஆல் பெருக்கிக் கிடைக்கும் தாயம் 2A எனக்கொண்டால் 2 A ஐக் காணும் முறையைப் பற்றிப் பார்ப்போம்.
இதன்படி,

$$2A = A + A = \begin{pmatrix} a & d \\ b & e \\ c & f \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a & d \\ b & e \\ c & f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a & 2d \\ 2b & 2e \\ 2c & 2f \end{pmatrix}$$

அதாவது,

$$2A = 2\begin{pmatrix} a & d \\ b & e \\ c & f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a & 2d \\ 2b & 2e \\ 2c & 2f \end{pmatrix}$$ ஆகும்

தாயம் A ஐ 2 ஆல் பெருக்கும்போது அதன் சகல மூலகங்களையும் 2 ஆல் பெருக்க வேண்டுமென்பது தெளிவாகும்.

இவ்வாறே

$$3A = 3\begin{pmatrix} a & d \\ b & e \\ c & f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3a & 3d \\ 3b & 3e \\ 3c & 3f \end{pmatrix}$$

ஒரு தாயத்தை ஒரு நிறையெண்ணால் பெருக்கும்போது அதன் சகல மூலகங்களையும் அந்நிறையெண்ணால் பெருக்க வேண்டும்.

மேலும் சில உதாரணங்களைப் பார்ப்போம்.

உதாரணம் 9.

$$4\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4\times 2 & 4\times 1 \\ 4\times(-1) & 4\times 0 \\ 4\times 3 & 4\times(-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ -4 & 0 \\ 12 & -8 \end{pmatrix}$$

உதாரணம் 10.

$$-2\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2\times 1 & -2\times 2 \\ -2\times(-3) & -2\times 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ 6 & -8 \end{pmatrix}$$

உதாரணம் 11.

$$-1(1 \quad -3 \quad 2) = (-1\times 1 \quad -1\times(-3) \quad -1\times 2) = (-1 \quad 3 \quad -2)$$

உதாரணம் 12.

$4A - \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 10 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & 5 \\ -2 & 14 \end{pmatrix}$ எனின் A ஐக் காண்க.

$$4A = \begin{pmatrix} -7 & 5 \\ -2 & 14 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 10 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 12 \\ 8 & 20 \end{pmatrix}$$

$$4A = 4\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\therefore \ A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

பயிற்சி 19.3

1. **சுருக்குக.**

(i) $3\begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix}$

(ii) $2(3 \quad -1 \quad -2)$

(iii) $5\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$

(iv) $-2\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

(v) $-3\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & -3 \end{pmatrix}$

(vi) $-4\begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 2 & -3 & 0 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$

2. $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$, ஆயின்

(i) 2A (ii) 3B (iii) -2C
(iv) A + 4B (v) A +2B + 3C (vi) 3B - 4C ஐக் காண்க.

3. $2(3 \quad -1 \quad 0) -3(1 \quad 3 \quad -1)$ஐக் காண்க.

4. $2A + 3\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$ ஆயின் A ஐக் காண்க.

5. $-1\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -2 & 0 & -1 \\ 2 & -3 & -1 \end{pmatrix} + 4B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -14 \\ 2 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & -11 \end{pmatrix}$ ஆயின் தாயம் B ஐக் காண்க.