

# 18 திரிகோணகணிதம்

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- திரிகோணகணித அட்டவணைகளைப் பயன்படுத்தி ஒரு கோணத்தின் திரிகோணகணித விகிதங்களைக் காணல்
- ஏற்றக்கோணம், இறக்கக்கோணம், திசைகோள் ஆகியவற்றைக் கொண்டு உயரத்தையும், தூரத்தையும் கணித்தல் என்பன பற்றிய விளக்கத்தைப் பெற்றுக்கொள்வீர்கள்.

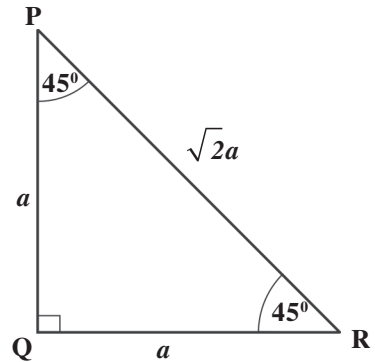
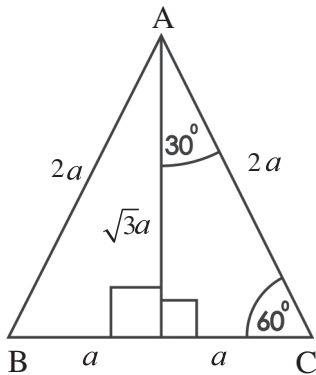
திரிகோணம், மானம் (அளத்தல்) என்னும் கருத்துக்களைத் தரும் கிரேக்கச் சொற்களைப் பயன்படுத்தி Trigonometry என்னும் ஆங்கிலச் சொல் உருவாக்கப்பட்டிருப்பதாகக் கருதப்படுகின்றது. எனினும் இப்பாடப் பகுதி இன்று மேற்குறித்த விடயங்களுக்கு மாத்திரம் எல்லைப்படுத்தப்படாமல் பௌதீகவியல் வானியல், அளவையியல், பொறியியல் போன்ற துறைகளுக்கும் விரிவடைந்துள்ளது.

## 18.1 $30^\circ, 60^\circ, 45^\circ$ ஆகியவற்றின் திரிகோணகணித விகிதங்கள்.

மேற்குறித்த கோணங்கள் பற்றித் தரம் 10 இல் பெற்ற அறிவை மீட்டிக்கொள்ள பின்வரும் செயற்பாட்டைச் செய்க.

### செயற்பாடு 18.1

(i) இரு உருக்களையும் கொண்டு பின்வரும் அட்டவணையை நிரப்புக.



கோணம்	sin	cos	tan
30°			
45°			
60°			

(ii) நிரப்பப்பட்ட அட்டவணையைக் கொண்டு பின்வரும் கேத்திரகணித விகிதங்கள் பற்றி யாது கூறலாம்.

(a)  $\sin 45^\circ$  உம்  $\cos 45^\circ$  உம்

(b)  $\sin 30^\circ$  உம்  $\cos 60^\circ$  உம்

(c)  $\cos 30^\circ$  உம்  $\sin 60^\circ$  உம்

(iii) அட்டவணையில் உள்ள பெறுமானங்களைப் பயன்படுத்தி பின்வருவனவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(a)  $\sin 60^\circ \cos 30^\circ$

(b)  $\cos 60^\circ \sin 30^\circ$

(c)  $\sin 30^\circ \cos 60^\circ + \cos 60^\circ \sin 30^\circ$

உதாரணம் 1

ஒரு மலைச்சரிவில் சரிவின் மீதுள்ள நேரிய பாதை ஒன்று கிடையுடன்  $30^\circ$  சாய்ந்துள்ளது. மலையின் அடிவாரத்திலிருந்து இப்பாதை வழியே 20 m தூரம் செல்கின்ற சிறுவன் ஒருவன் அடிவாரத்திலிருந்து எவ்வளவு நிலைக்குத்து உயரத்தில் இருக்கின்றான் எனக் காண்க.

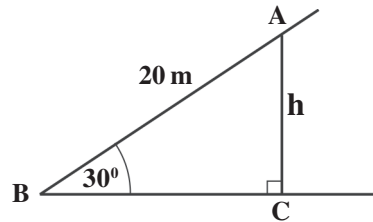
பாதை வழியே 20m செல்லும்போது சிறுவன் ஏறிய உயரம்  $h$  மீற்றர் எனின்,  $\triangle ABC$  இல்

$$\frac{AC}{AB} = \sin 30^\circ$$

$$\frac{h}{20} = \sin 30^\circ$$

$$h = 20 \times \frac{1}{2}$$

$$h = 10 \text{ m}$$



## செயற்பாடு 18.2

(i)  $\sin^2 \theta = \sin \theta \sin \theta$  ஆகும்.

(ii)  $\sin^2 60^\circ + \cos^2 60^\circ = 1$  என நிறுவுக.

(i), (ii) இற்கு  $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ$  ஆகிய கோணங்களுக்கு பிரயோகித்து பரீட்சிக்க

## பயிற்சி 18. 1

பின்வருவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(இப் பயிற்சியின் விடைகளை சுருக்க வேண்டியதில்லை.)

1.  $\cos 45^\circ \sin 45^\circ + \sin 30^\circ$
2.  $\sin 30^\circ \cos 30^\circ + \sin 60^\circ \cos 60^\circ$
3.  $\sin 30^\circ \cos 60^\circ + \cos 30^\circ \sin 60^\circ$
4.  $\tan 45^\circ \cos 45^\circ + \tan 45^\circ \sin 45^\circ$
5.  $\cos 45^\circ \tan 30^\circ + \sin 45^\circ \tan 30^\circ$

பின்வருவனவற்றை வாய்ப்புப் பார்க்க.

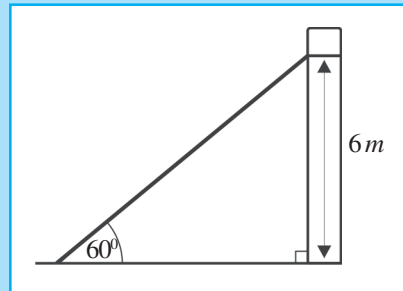
6.  $\sin 60^\circ = 2 \sin 30^\circ \cos 30^\circ$
7.  $\cos 30^\circ \sin 60^\circ + \tan 30^\circ \tan 60^\circ = \frac{7}{4}$
8.  $\cos 30^\circ \cos 60^\circ - \sin 30^\circ \sin 60^\circ = 0$

9. முக்கோணி  $ABC$  இல்  $\hat{B} = 90^\circ$ ,  $AB = 6$  cm உம்  $BC = 8$  cm ஆகும் .  $AC$  இன் நீளத்தைக் கண்டு பின்வரும் திரிகோணகணித விகிதங்களைக் காண்க.

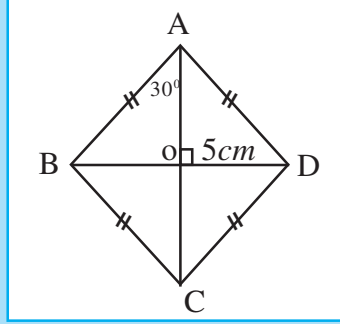
(i)  $\sin \hat{A}$  (ii)  $\cos \hat{A}$  (iii)  $\tan \hat{A}$  (iv)  $\sin \hat{C}$  (v)  $\cos \hat{C}$  (vi)  $\tan \hat{C}$

10. உருவில் உள்ளவாறு ஏணி ஒன்று சுவரில் சாய்வாக வைக்கப்பட்டுள்ளது.

- (i) ஏணியின் நீளத்தைக் காண்க.
- (ii) ஏணியின் அடியிலிருந்து சுவரின் அடிக்குள்ள தூரத்தைக் காண்க.



11. உருவில் உள்ள தரவுகளுக்கேற்பச் சாய்சதுரத்தின் பக்கங்களினதும் மூலை விட்டங்களினதும் நீளங்களைக் காண்க.

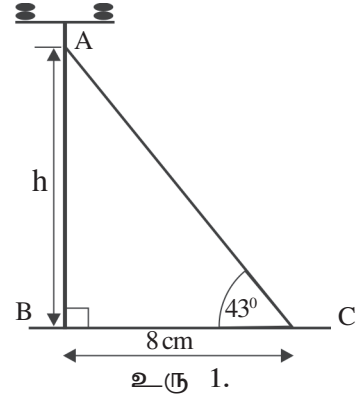


## 18.2 திரிகோணகணித அட்டவணைகள்

இது வரைக்கும்  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  போன்ற கோணங்களின் திரிகோணகணித விகிதங்களைப் பயன்படுத்திப் பல்வேறு கணிப்புக்களில் ஈடுபட்டோம். இப்போது பின்வரும் பிரச்சினத்தைக் கருதுவோம்.

ஒரு மின்கம்பம் AB ஆனது உருவில் காணப்படுகின்றவாறு ஒரு நிறுத்தக் கம்பியினால் நிலைக்குத்தாகப் பேணப்படுகின்றது. அதில் காணப்படும் தகவல்களுக்கேற்ப கம்பம் AB இன் உயரத்தைக் காண்க.

உருவிலுள்ள தகவல்களுக்கேற்ப வரையப்படும் அளவிடை வரிப்படத்தின் மூலம்  $h$  இன் பெறுமானத்தைப் பெறலாம். அதற்காக வரிப்படத்தை மிகவும் சரியாக வரையவும், அளவீடுகளைப் பெறவும், கணிப்புக்களை செய்யவும் வேண்டும். எம்மிடம் உள்ள கணிதக் கருவித் தொகுதி அதற்கு அவ்வளவு உகந்ததன்று. தேவைகளுக்கேற்ப ஒவ்வொரு கோணத்திற்கும் உரிய அளவிடை வரிப்படத்தை வரைதல் சலிப்பை ஏற்படுத்தும்.



- $\Delta ABC$  இல்  $\frac{AB}{BC} = \tan 43^\circ$  ஆகும்.

$$\text{அதாவது } \frac{AB}{8} = \tan 43$$

$$\therefore AB = h = 8 \tan 43^\circ \text{ ஆகும்.}$$

- திரிகோண கணித விதிகளைப் பயன்படுத்தி  $h$  ஐக் காண்பதற்கு  $\tan 43^\circ$  இன் பெறுமானத்தைக் காண வேண்டும்.
- அதற்காக மிகவும் திருத்தமாகத் தயாரிக்கப்பட்ட திரிகோண கணித விகித அட்டவணைகளைப் பயன்படுத்தலாம்.
- மடக்கை அட்டவணைகளின் மூலம் பெறுமானங்களைப் பெறுகின்றவாறே திரிகோண கணித அட்டவணைகளின் மூலமும்  $0^\circ$  தொடக்கம்  $90^\circ$  வரையுள்ள கோணங்களின் நேரொத்த திரிகோண கணித விகிதங்களைப் பெறலாம்.

### 18.3 கோணங்களுக்கான பாகை அளவு

கோண அளவு பெறப்படும் அலகு பாகையாகும் என்பதை நாம் அறிவோம். மிகவும் திருத்தமாக அளப்பதற்குப் ஒரு பாகையை 60 சம பகுதிகளாகப் பிரிக்கும்போது கிடைக்கும் அளவாகிய 1 கலை ( $1'$ ) பயன்படுத்தப்படும்.

$$\text{இதன்படி } 60' = 1^\circ$$

$0^\circ$  தொடக்கம்  $90^\circ$  வரையுள்ள எல்லாக் கோணங்களுக்கும் சைன், கோசைன், தான்சன் அட்டவணைகள் தயாரிக்கப்பட்டுள்ளன.

### 18.4 தான்சன் அட்டவணை

இந்நூலின் அடுத்த பக்கத்தில் தான்சன் அட்டவணை காணப்படுகின்றது.

- இவ்வட்டவணையை நன்றாக அவதானிக்க.

அதிலிருந்து  $\tan 43^\circ$  இன் பெறுமானம் 0.9325 எனக் காண்போம். இதற்கேற்ப உரு (1) இல்

$$\frac{h}{8\text{m}} = \tan 43^\circ$$

$$\frac{h}{8\text{m}} = 0.9325$$

$$h = 8 \times 0.9325 \text{ m}$$

$$h = 7.4600 \text{ m}$$

$$h = 7.5 \text{ m (கிட்டிய முதல் தசம தானத்திற்கு)}$$

பாடநூலில் உள்ள முழுத் தான்சன் அட்டவணையை நன்றாக அவதானித்துப் பின்வரும் கூற்றுக்களை உங்கள் அவதானிப்புக்களுடன் ஒப்பிடுங்கள்.

- $0^\circ$  இற்கு  $\tan 0^\circ$  இன் பெறுமானம் 0 ஆகும்
- $45^\circ$  இற்கு  $\tan 45^\circ$  இன் பெறுமானம் 1 ஆகும்.
- $90^\circ$  இற்கு  $\tan 90^\circ$  இன் பெறுமானம் பெறமுடியாது.
- கோணத்தின் பெறுமானம் அதிகரிக்கும் போது அதன்  $\tan$  பெறுமானமும் அதிகரிக்கும்.
- $45^\circ$  இலும் குறைந்த கோணங்களின்  $\tan$  பெறுமானங்கள் 0 தொடக்கம் 1 வரைக்கும் படிப்படியாக அதிகரிக்கும்.
- $45^\circ$  இலும் கூடிய கோணங்களின்  $\tan$  பெறுமானங்கள் 1 இலும் கூடிய பெறுமானங்களைக் கொண்டிருக்கும்.

மேற்குறித்த விடயங்களை வலியுறுத்திக் கொண்டு கோணங்கள் சிலவற்றின் தான்சன் பெறுமானங்களைப் பெறுவோம்.

## உதாரணம் 2.

- $22^\circ 30'$  இன்  $\tan$  பெறுமானத்தைக் காண்க.
- $54^\circ 27'$  இன்  $\tan$  பெறுமானத்தைக் காண்க.  
(இடை வித்தியாசங்களைக் கூட்டுக.)

## குறிப்பு

- அட்டவணையின் உரிய பகுதி இங்கு காணப்படுகின்றது.
- முழு அட்டவணையையும் அவதானிக்க.

பூகணி ௨௦௦௩  
இயற்கைத் தான்சன்கள்  
NATURAL TANGENTS

	0° 10' 20' 30' 40' 50' 60'						மீட்டர் அளவீடு இடை வித்தியாசங்கள் Mean Differences										
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'	
20	0.3640	0.3673	0.3706	0.3739	0.3772	0.3805	0.3839	69	3	7	10	13	17	20	24	27	30
21	.3839	.3872	.3906	.3939	.3973	.4006	.4040	68	3	7	10	13	17	20	24	27	30
22	.4040	.4074	.4108	.4142	.4176	.4210	.4245	67	3	7	10	14	17	20	24	27	31
23	.4245	.4279	.4314	.4348	.4383	.4417	.4452	66	3	7	10	14	17	21	24	28	31
24	.4452	.4487	.4522	.4557	.4592	.4628	.4663	65	4	7	11	14	18	21	25	28	32
50'	1.1918	1.1988	1.2059	1.2131	1.2203	1.2276	1.2349	39	7	14	22	29	36	43	50	58	65
51	.2349	.2423	.2497	.2572	.2647	.2723	.2799	38	8	15	23	30	38	45	53	60	68
52	.2799	.2876	.2954	.3032	.3111	.3190	.3270	37	8	16	24	31	39	47	55	63	71
53	.3270	.3351	.3432	.3514	.3597	.3680	.3764	36	8	16	25	33	41	49	57	66	74
54	.3764	.3848	.3934	.4019	.4106	.4193	.4281	35	9	17	26	35	43	51	60	69	78

(i)  $\tan 22^\circ 30' = 0.4142$

(ii)  $\tan 54^\circ 27'$  இன் பெறுமானம்  $\tan 54^\circ 20'$  இன் பெறுமானத்திலும் கூடிய பெறுமானமாக இருக்க வேண்டும்.

ஆனால்  $\tan 54^\circ 20' = 1.3934$

$\tan 54^\circ 20' = 1.3934 + 0.0060$  ( இடைவித்தியாசம் கூட்டப்பட்டது)

$\tan 54^\circ 20' = 1.3994$

### இயற்கைத் தான்சன்கள்

#### உதாரணம் 3

(iii)  $\tan$  பெறுமானம் 0.4568 ஆகவுள்ள கோணத்தைக் காண்க.  
(இடை வித்தியாசங்களைக் கூட்டுக.)

#### குறிப்பு

- அட்டவணையின் உரிய பகுதி இங்கு காணப்படுகின்றது.
- முழு அட்டவணையையும் அவதானிக்க.

புறவி வரகை  
இயற்கைத் தான்சன்கள்  
NATURAL TANGENTS

	0' 10' 20' 30' 40' 50' 60'						மீட்டரஸ் தான்சன்கள் இடை வித்தியாசங்கள் Mean Differences										
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'	
20	0.3640	0.3673	0.3706	0.3739	0.3772	0.3805	0.3839	69	3	7	10	13	17	20	23	27	30
21	.3839	.3872	.3906	.3939	.3973	.4006	.4040	68	3	7	10	13	17	20	24	27	30
22	.4040	.4074	.4108	.4142	.4176	.4210	.4245	67	3	7	10	14	17	20	24	27	31
23	.4245	.4279	.4314	.4348	.4383	.4417	.4452	66	3	7	10	14	17	21	24	28	31
24	.4452	.4487	.4522	.4557	.4592	.4628	.4663	65	4	11	14	18	21	25	28	32	

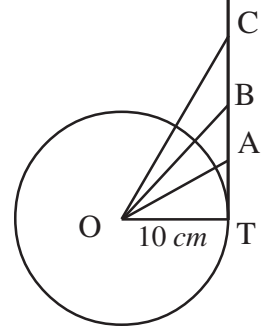
தான்சன் பெறுமானம் தரப்படும்போது உரிய கோணத்தைக் காணல்.

$\tan$  பெறுமானம் 0.4568 ஆகவுள்ள கோணம்  $24^\circ 33'$  ஆகும்.

(மேற்குறித்த உதாரணங்களில் பெறுமானம் பெறப்பட்டுள்ள விதத்தை மடக்கை அட்டவணையிலிருந்து பெறுமானம் பெறப்படும் விதத்துடன் ஒப்பிடுக.)

### செயற்பாடு 18.3

- 10 cm ஆரையுள்ள ஒரு வட்டத்தை வரைக.
- வட்டத்தின் மீது உள்ள புள்ளி  $T$  இல் ஒரு தொடலியை வரைக.
- $\widehat{AOT} = 20^\circ$ ,  $\widehat{BOT} = 40^\circ$ ,  $\widehat{COT} = 50^\circ$  ஆக இருக்குமாறு  $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$  ஆகியவற்றை வரைக.
- தூரம்  $AT$  ஐ அளந்து அப்பெறுமானத்தை 10 இனால் வகுக்கும்போது கிடைக்கும் பெறுமானத்தைத் தான்சன் அட்டவணையில்  $\tan 20^\circ$  உடன் ஒப்பிடுக.
- $BT$ ,  $CT$  ஆகிய தொடலிகளின் நீளங்களுக்கும் அதே செய்கையைச் செய்க.
- உங்களுக்கு விருப்பமான கோணங்கள் சிலவற்றுக்கும் இதே செய்கையைச் செய்க.



### பயிற்சி 18.2

- பின்வரும் கோணங்கள் ஒவ்வொன்றினதும்  $\tan$  பெறுமானத்தைக் காண்க.
 

(i) $25^\circ 30'$	(ii) $23^\circ 40'$	(iii) $30^\circ 30'$	(iv) $42^\circ 58'$
(v) $45^\circ 58'$	(vi) $60^\circ 27'$	(vii) $46^\circ 36'$	(viii) $70^\circ 50'$
(ix) $10^\circ 54'$	(x) $40^\circ 47'$		
- பின்வரும்  $\tan$  பெறுமானங்கள் ஒவ்வொன்றினதும் நேரொத்த கோணத்தை காண்க.
 

(i) 0.5216	(ii) 1.7321	(iii) 1.1785	(iv) 7.3000
(v) 0.5116	(vi) 8.0281	(vii) 57.29	(viii) 20.45
(ix) 2.0794	(x) 2.1759		



## 18.5 சைன் அட்டவணை

இயற்கைச் சைன்கள்.

பாடநூலில் உள்ள முழுச் சைன் அட்டவணையையும் நன்றாக அவதானிக்க. பின்வரும் கூற்றுகளை உங்கள் அவதானிப்புகளுடன் ஒப்பிடுங்கள்.

- $0^\circ$  இற்கு  $\sin 0^\circ$  இன் பெறுமானம் 0 ஆகும்.
- $45^\circ$  இற்கு  $\sin 45^\circ$  இன் பெறுமானம் 0.7071 ஆகும்.
- $90^\circ$  இற்கு  $\sin 90^\circ$  இன் பெறுமானம் 1.0000 ஆகும்.
- $0^\circ$  தொடக்கம்  $90^\circ$  வரையுள்ள கோணங்களின்  $\sin$  பெறுமானங்கள் 0 தொடக்கம் 1.0000 வரைக்கும் படிப்படியாக அதிகரிக்கும்.

மேற்குறித்த விடயங்களை வலியுறுத்திக் கொண்டு கோணங்கள் சிலவற்றில் சைன் பெறுமானங்களைப் பெறுவோம்.

### உதாரணம் 4.

- $25^\circ 40'$  இன் சைன் பெறுமானத்தைக் காண்க.
- $55^\circ 56'$  இன் சைன் பெறுமானத்தைக் காண்க.  
(இடை வித்தியாசங்களைக் கூட்டுக.)

### குறிப்பு

- அட்டவணையின் உரிய பகுதி இங்கு காணப்படுகின்றது.
- முழு அட்டவணையையும் அவதானிக்க.

ஓசைக் கலை  
இயற்கைச் சைன்கள்  
NATURAL SINES

							மெசை என்னை இடை வித்தியாசங்கள் Mean Differences										
							1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'		
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'										
25	0.4226	0.4253	0.4279	0.4305	0.4331	0.4358	0.4384	64	3	5	8	10	13	6'	18	21	24
26	.4348	.4410	.4436	.4462	.4488	.4514	.4540	63	3	5	8	10	13	6	18	21	23
55	0.8192	0.8208	0.8225	0.8241	0.8258	0.8274	0.8290	34	2	3	5	7	10	12	13	15	
56	.8290	.8307	.8323	.8339	.8355	.8371	.8387	33	2	3	5	6	8	10	11	13	14

(i)  $\sin 25^\circ 40' = 0.4331$

(ii)  $\sin 55^\circ 56' = \sin 55^\circ 50' + 0.0010 = 0.8274 + 0.0010$

$\therefore \sin 55^\circ 56' = 0.8284$

சைன் பெறுமானம் தரப்படும்போது உரிய கோணத்தைக் காணல்.

**உதாரணம் 5.**

சைன் பெறுமானம் 0.8864 ஆகவுள்ள கோணத்தைக் காண்க. (இடை வித்தியாசங்களைக் கூட்டுக)

**குறிப்பு**

- அட்டவணையில் உரிய பகுதி இங்கு காணப்படுகின்றது.
- முழு அட்டவணையையும் அவதானிக்க.

**புறக்கக் கணிதம்**  
இயற்கைக் சைன்கள்  
**NATURAL SINES**

	0' 10' 20' 30' 40' 50' 60'							மீட்டர் அளவை இடை வித்தியாசங்கள் Mean Differences									
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'	
57	.8387	.8403	.8418	.8434	.8450	.8465	.8480	32	2	3	5	6	8	9	11	13	14
58	.8480	.8496	.8511	.8526	.8542	.8557	.8572	31	2	3	5	6	8	9	11	12	14
59	.8572	.8587	.8601	.8616	.8631	.8646	.8660	30	1	3	4	6	7	9	10	12	13
60	0.8660	0.8675	0.8689	0.8704	0.8718	0.8732	0.8746	29	1	3	4	6	7	9	10	11	13
61	.8746	.8760	.8774	.8788	.8802	.8816	.8829	28	1	3	4	6	7	8	10	11	12
62	.8829	.8843	.8857	.8870	.8884	.8897	.8910	27	1	3	4	5	7	8	9	11	12
63	.8910	.8923	.8936	.8949	.8962	.8975	.8988	26	1	3	4	5	6	8	9	10	12
64	.8988	.9001	.9013	.9026	.9038	.9051	.9063	25	1	3	4	5	6	8	9	10	11

∴ சைன் பெறுமானம் 0.8864 ஆகவுள்ள கோணம் 62° 25' ஆகும்.

(உதாரணம் 5 இல் கோணத்தைப் பெற்ற விதத்தை மடக்கை அட்டவணையிலிருந்து முரண் மடக்கை பெறப்படும் விதத்துடன் ஒப்பிடுக.)

### பயிற்சி 18.3

- பின்வரும் கோணங்கள் ஒவ்வொன்றினதும் sin பெறுமானத்தைக் காண்க.
  - 26° 36'
  - 42° 31'
  - 30° 54'
  - 52° 42'
  - 58° 45'
  - 67° 7'
  - 42° 37'
  - 72° 50'
  - 12° 55'
  - 80° 11'
- பின்வரும் சைன் பெறுமானங்கள் ஒவ்வொன்றினதும் நேரொத்த கோணங்களைக் காண்க.
  - 0.3717
  - 0.9643
  - 0.8225
  - 0.5555
  - 0.2372
  - 0.7232
  - 0.5897
  - 0.3227
  - 0.4325
  - 0.6767

---

## 18.6 கோசைன் அட்டவணை

### இயற்கை கோசைன்கள்.

பாடநூலில் உள்ள முழுக்கோசைன் அட்டவணையையும் நன்றாக அவதானிக்க. பின்வரும் கூற்றுகளை உங்கள் அவதானிப்புகளுடன் ஒப்பிடுக.

- $0^\circ$  இற்கு  $\cos 0^\circ$  இன் பெறுமானம் 1.0000 ஆகும்.
- $45^\circ$  இற்கு  $\cos 45^\circ$  இன் பெறுமானம் 0.7071 ஆகும்.  
( $\sin 45^\circ$  இன் பெறுமானத்துடன் ஒப்பிடுக.)
- $90^\circ$  இற்கு  $\cos 90^\circ$  இன் பெறுமானம் 0.0000 ஆகும்.
- $0^\circ$  தொடக்கம்  $90^\circ$  வரையுள்ள கோணங்கள் படிப்படியாக அதிகரிக்கும் போது கோசைன் பெறுமானம் 1.0000 தொடக்கம் 0 வரை படிப்படியாக குறையும்.
- கோணம் அதிகரிக்கும்போது கோசைன் பெறுமானம் குறைகின்றமையால் கோசைன் பெறுமானங்களைப் பெறுகையில் அட்டவணையின் உரிய இடைவித்தியாசப் பெறுமானங்களைக் கழிக்க வேண்டும்.

மேற்குறித்த விடயங்களை வலியுறுத்திக் கொண்டு கோணங்கள் சிலவற்றின் கோசைன் பெறுமானங்களைப் பெறுவோம்.

### உதாரணம் 6.

- (i)  $28^\circ 20'$  இன் கோசைன் பெறுமானத்தைக் காண்க.
- (ii)  $63^\circ 45'$  இன் கோசைன் பெறுமானத்தைக் காண்க.  
(இடை வித்தியாசங்களைக் கழிக்க.)

### குறிப்பு

- அட்டவணையின் உரிய பகுதி இங்கு காணப்படுகின்றது.
- முழு அட்டவணையையும் அவதானிக்க.

25	0.4226	0.4253	0.4279	0.4305	0.4331	0.4358	0.4384	64	3	5	8	10	13	16	18	21	24
26	.4348	.4410	.4436	.4462	.4488	.4514	.4540	63	3	5	8	10	13	16	18	21	23
27	.4540	.4566	.4592	.4617	.4643	.4669	.4695	62	3	5	8	10	13	15	18	21	23
28	.4695	.4720	.4746	.4772	.4797	.4823	.4848	61	3	5	8	10	13	15	18	20	23
29	.4848	.4874	.4899	.4924	.4950	.4975	.5000	60	3	5	8	10	13	15	18	20	23
60'	0.8660	0.8675	0.8689	0.8704	0.8718	0.8732	0.8746	29	1	3	4	6	7	9	10	11	13
61	.8746	.8760	.8774	.8788	.8802	.8816	.8829	28	1	3	4	6	7	8	10	11	12
62	.8829	.8843	.8857	.8870	.8884	.8897	.8910	27	1	3	4	5	7	8	9	11	12
63	.8910	.8923	.8936	.8949	.8962	.8975	.8988	26	1	3	4	5	6	8	9	10	12
64	.8988	.9001	.9013	.9026	.9038	.9051	.9063	25	1	3	4	5	6	8	9	10	11
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'		1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'

இயற்கைக் கோசைன்கள்  
 NATURAL COSINES

$$(i) \cos 28^{\circ} 20' = 0.8802$$

$$(ii) \cos 63^{\circ} 45' = 0.4436 - 0.0013$$

$$\therefore \cos 63^{\circ} 45' = 0.4423$$

கோசைன் பெறுமானம் தரப்படும்போது உரிய கோணத்தை காணல்.

### உதாரணம் 7.

COS பெறுமானம் 0.5698 ஆகவுள்ள கோணத்தைக் காண்க.

(இடை வித்தியாசங்களைக் கழிக்க.)

- உரிய கோசைன் பகுதி இங்கு காணப்படுகின்றது.
- முழு அட்டவணையையும் அவதானிக்க.
- பெறுமானம் பெறப்பட்டுள்ள விதத்தை அவதானிக்குக.

33	.5446	.5471	.5495	.5519	.5544	.5568	.5592	56	2	5	7	10	12	15	17	19	22
34	.5592	.5616	.5640	.5664	.5688	.5712	.5736	55	2	5	7	10	12	14	17	19	22
35	0.5736	0.5760	0.5783	0.5807	0.5831	0.5854	0.5878	54	2	5	7	9	12	14	17	19	21
36	.5878	.5901	.5925	.5948	.5972	.5995	.6018	53	2	5	7	9	12	14	16	19	21

60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'
-----	-----	-----	-----	-----	-----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

பூகாசி அங்ககிடு  
இயற்கைக் கோசைன்கள்  
NATURAL COSINES

அட்டவணையில் 0.5698 இற்கு மிகக் கிட்டிய பெறுமானம் 0.5688 ஆகும். இடை வித்தியாசத்தைக் கழிக்கும்போது கோசைன் பெறுமானம் 0.5698 ஆகவுள்ள கோணம்

$$= 55^{\circ} 20' - 4'$$

$$= 55^{\circ} 16' \text{ ஆகும்.}$$

## பயிற்சி 18.4

1. பின்வரும் கோணங்கள் ஒவ்வொன்றினதும் கோசைனைக் காண்க.

(i)  $36^{\circ}$       (ii)  $43^{\circ} 12'$       (iii)  $74^{\circ} 42'$       (iv)  $84^{\circ} 57'$

(v)  $44^{\circ} 29'$       (vi)  $55^{\circ} 18'$       (vii)  $64^{\circ} 45'$       (viii)  $37^{\circ} 27'$

(ix)  $22^{\circ} 35'$       (x)  $75^{\circ} 35'$

2. பின்வரும் கோசைன்கள் ஒவ்வொன்றினதும் நேரொத்த கோணத்தைக் காண்க.

(i) 0.1435      (ii) 0.2346      (iii) 0.6172      (iv) 0.8457

(v) 0.4429      (vi) 0.5586      (vii) 0.9928      (viii) 0.4391

(ix) 0.2251      (x) 0.7743

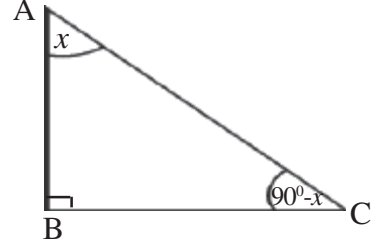
சைன் அட்டவணையைப் பயன்படுத்திக் கோணத்தின் கோசைன் பெறுமானத்தைக் காணல்.

தரப்பட்டுள்ள உருவில் உள்ள செங்கோண முக்கோணி  $ABC$  இல்

$\hat{A} = x$  எனின்,  $\hat{C} = (90^\circ - x)$  ஆகும்.

$\cos x = \frac{AB}{AC}$  உம்  $\sin (90^\circ - x) = \frac{AB}{AC}$  உம் ஆகும்.

$$\boxed{\cos x = \sin (90^\circ - x)}$$



**உதாரணம் 8.**

$x = 40^\circ$  ஆக இருக்கும்போது

$$\cos 40^\circ = \sin(90^\circ - 40^\circ) = \sin 50^\circ$$

$x = 60^\circ$  ஆக இருக்கும்போது,

$$\cos 60^\circ = \sin(90^\circ - 60^\circ) = \sin 30^\circ$$

## செயற்பாடு 18.4

உமக்கு விருப்பமான மூன்று கூர்ங்கோணங்களின் கோசைன் பெறுமானத்தை,

- கோசைன் அட்டவணையைப் பயன்படுத்திக் காண்க.
- சைன் அட்டவணையைப் பயன்படுத்திக் காண்க.
- கிடைத்த விடைகளை ஒன்றோடொன்று ஒப்பிடுக.
- வேறுபாடுகள் இருந்தால், அதற்குக் காரணங்களை காண்க.
- சைன் அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி ஒரு கோணத்தின் கோசைன் பெறப்படும் விதத்தை ஏனைய மாணவர்களுடன் கலந்துரையாடுக.

## பயிற்சி 18.5

1. பின்வரும் கோசைன்கள் ஒவ்வொன்றினதும் பெறுமானத்தின் நேரொத்த கோணத்தை,

(a) கோசைன் அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி,

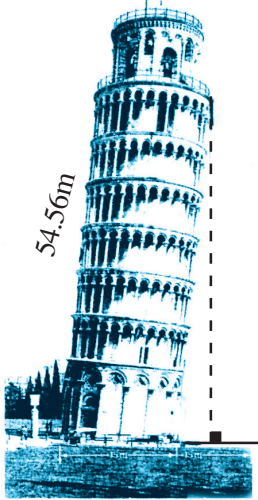
(b) சைன் அட்டவணையைப் பயன்படுத்திக் காண்க.

உங்களுக்குக் கிடைக்கும் விடைகளை ஒப்பிட்டு, வேறுபாடுகள் இருந்தால், அதற்குரிய காரணங்களைக் விளக்குக.

(i) 0.3145 (ii) 0.6127 (iii) 0.4795 (iv) 0.8527

(v) 0.5555 (vi) 0.9987 (vii) 0.3149 (viii) 0.1272

## 18.7 திரிகோணகணித அட்டவணைகளைப் பயன்படுத்தல்.



இத்தாலியில் பிரசித்தி பெற்ற பீசா கோபுரத்தின் படம் இங்கு காணப்படுகின்றது. ஒரு சந்தர்ப்பத்தில் பெற்ற அதன் அளவீடுகள் இங்கு தரப்பட்டுள்ளன. தூண் இச்சந்தர்ப்பத்தில் நிலத்துடன் எவ்வளவிற்குச் சாய்ந்துள்ளதெனக் காண இயலுமா?

இவ்வளவீடுகளை ஒரு செங்கோண முக்கோணியில் பின்வருமாறு காட்டலாம்.

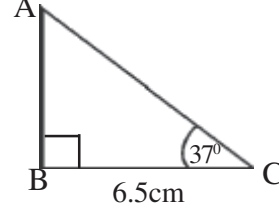
$$\cos \theta = \frac{4.877}{54.56}$$

ஆகையால் கோசைன் பெறுமானத்தைக் கொண்டு  $\theta$  இன் பெறுமானத்தைக் காணலாம். இங்கு காணப்படும் அளவீடுகளுக்கேற்பத் தூண் நிலத்துடன் (கிடையுடன்) கொண்டுள்ள சாய்வு ஏறத்தாழ  $85^\circ$  ஆகும். கணித்து, அவ்விடை சரியாவெனப் பார்க்க.

எளிதாக அடைய இயலாத ஓர் இடத்திற்கு உள்ள தூரம், உயரம் போன்ற ஒரு பெறுமானத்தைத் திரிகோணகணித முறையில் கணிப்பதன் மூலம் எளிதாகப் பெறலாம். பெரும்பாலான சந்தர்ப்பங்களில் அளவிடை வரிப்படங்களை வரைந்து பெற வேண்டிய அளவீடுகளையும் எளிய கணிப்பின் மூலம் திருத்தமாகப் பெறுவதற்குத் திரிகோணகணித அட்டவணைகள் உதவும்.

### உதாரணம் 9.

ஒரு முக்கோணி  $ABC$  இல்  $\hat{B} = 90^\circ$ ,  $\hat{C} = 37^\circ$   $BC = 6.5\text{cm}$  ஆகும்.  $AB, AC$  ஆகிய பக்கங்களின் நீளங்களைக் காண்க.



$$\frac{AB}{BC} = \tan 37^\circ$$
$$\frac{AB}{6.5\text{cm}} = 0.7536$$

$$AB = 0.7536 \times 6.5\text{cm}$$

(மடக்கை அட்டவணைகளைப் பயன்படுத்தித் தீர்வைப் பெறலாம்.)

$$AB = 4.898\text{cm}$$

$$AB = 4.9\text{cm} \text{ (கிட்டிய முதல் தசம தானத்திற்கு)}$$

$\Delta ABC$  இல்

$$\frac{BC}{AC} = \cos 37^\circ$$
$$\frac{6.5}{AC} = 0.7986$$

$$AC = \frac{6.5}{0.7986} \text{ (மடக்கை அட்டவணைகளைப் பயன்படுத்தித் தீர்க்கலாம்.)}$$

$$AC = 8.14\text{cm}$$

- சைன் அட்டவணையைப் பயன்படுத்தியும்  $AC$  ஐக் காணலாம்.

$$\hat{A} = 90^\circ - 37^\circ = 53^\circ$$

$$\sin 53^\circ = \frac{BC}{AC}$$

$$0.7986 = \frac{6.5\text{cm}}{AC}$$

$$\therefore AC = \frac{6.5}{0.7986}$$

$$AC = 8.14\text{cm}$$



## உதாரணம் 10.

ஒரு முக்கோணி  $ABC$  இல்  $AB = AC$ ,  $AB = 20 \text{ cm}$ ,  $\hat{A} = 47^\circ 40'$  ஆகும். புள்ளி  $B$  இலிருந்து  $AC$  இற்கு வரையப்படும் செங்குத்தின் நீளத்தைக் காண்க. இதிலிருந்து முக்கோணி  $ABC$  இன் பரப்பளவைக் காண்க.  $BC$  இன் நீளத்தையும் காண்க.

$\Delta ABX$  இல்  $\hat{A} \hat{X} B = 90^\circ$

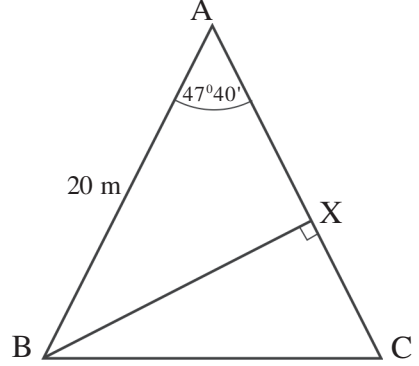
$$\frac{BX}{AB} = \sin 47^\circ 40'$$

$$\frac{BX}{20} = 0.7393$$

$$BX = 0.7393 \times 20 \text{ cm}$$

$$BX = 14.7860 \text{ cm}$$

$$BX = 15 \text{ cm} \text{ (கிட்டிய முழு எண்ணிற்கு)}$$



$$\Delta ABC \text{ இன் பரப்பளவு} = \frac{1}{2} \times 20 \text{ cm} \times 14.786 \text{ cm}$$

$$= 10 \times 14.786 \text{ cm}^2$$

$$= 147.86 \text{ cm}^2$$

$$= 148 \text{ cm}^2 \text{ (கிட்டிய முழு எண்ணிற்கு)}$$

$$\Delta ABC \text{ இல் } \hat{C} = \frac{180^\circ - 47^\circ 40'}{2} = 66^\circ 10'$$

$\Delta BXC$  இல்  $\hat{B} \hat{X} C = 90^\circ$

$$\frac{BX}{BC} = \sin 66^\circ 10'$$

$$\frac{14.786}{BC} = 0.9148 \quad BC = \frac{14.786}{0.9148}$$

$$BC = 16.17 \text{ cm}$$

## உதாரணம் 11.

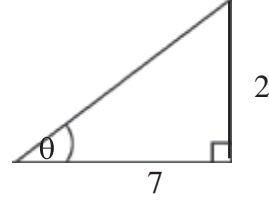
சரிவான ஒரு நேரிய பாதையின் சாய்வின்  $\tan$  இன் பெறுமானம்  $\frac{2}{7}$  ஆகும். இப்பாதை கிடை நிலத்துடன் ஆக்கும் கோணத்தைக் காண்க. பாதைக்கும் கிடை நிலத்திற்குமிடையே உள்ள கோணம்  $Q$  எனின்,

$$\tan\theta = \frac{2}{7} = 0.285714$$

$$\tan\theta = 0.2857 \text{ (அண்ணளவாக)}$$

$\tan$  அட்டவணையிலிருந்து

$$\theta = 15^\circ 57'$$

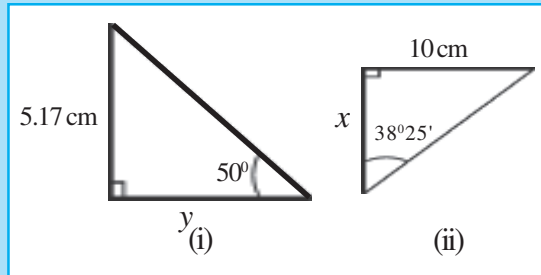


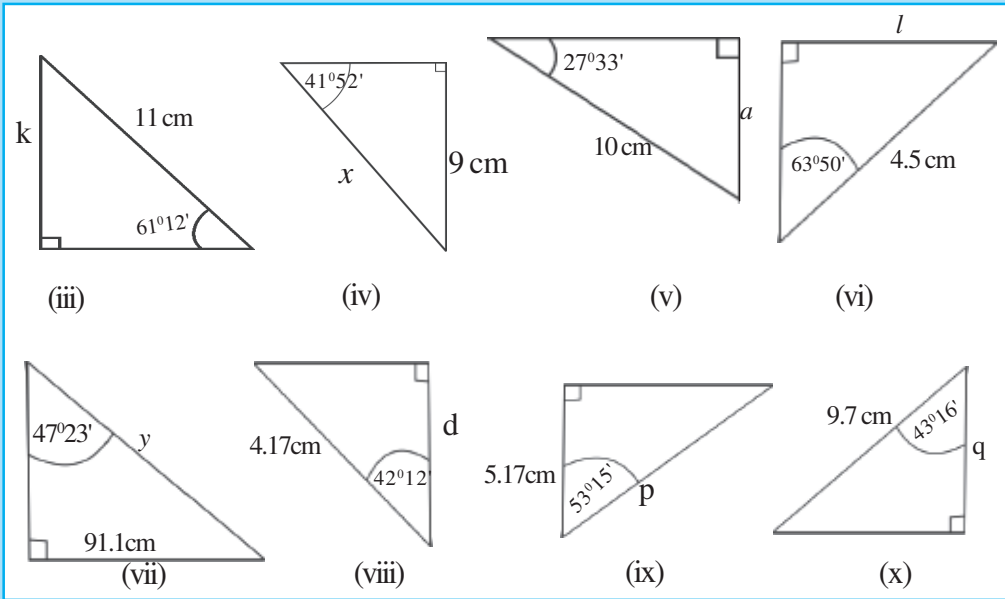
கோணங்களைக் குறிப்பிட பயன்படுத்தும் சில கிரேக்க எழுத்துக்களைப் பின்வருமாறு எடுத்துரைப்போம்.

அல்பா (Alpha)	$\alpha$	லம்டா (Lambda)	$\lambda$
பீற்றா (Beta)	$\beta$	மியூ (Mu)	$\mu$
காமா (Gamma)	$\gamma$	பை (Pie)	$\pi$
டெல்டா (Delta)	$\delta$	ஓமேகா (Omega)	$\omega$

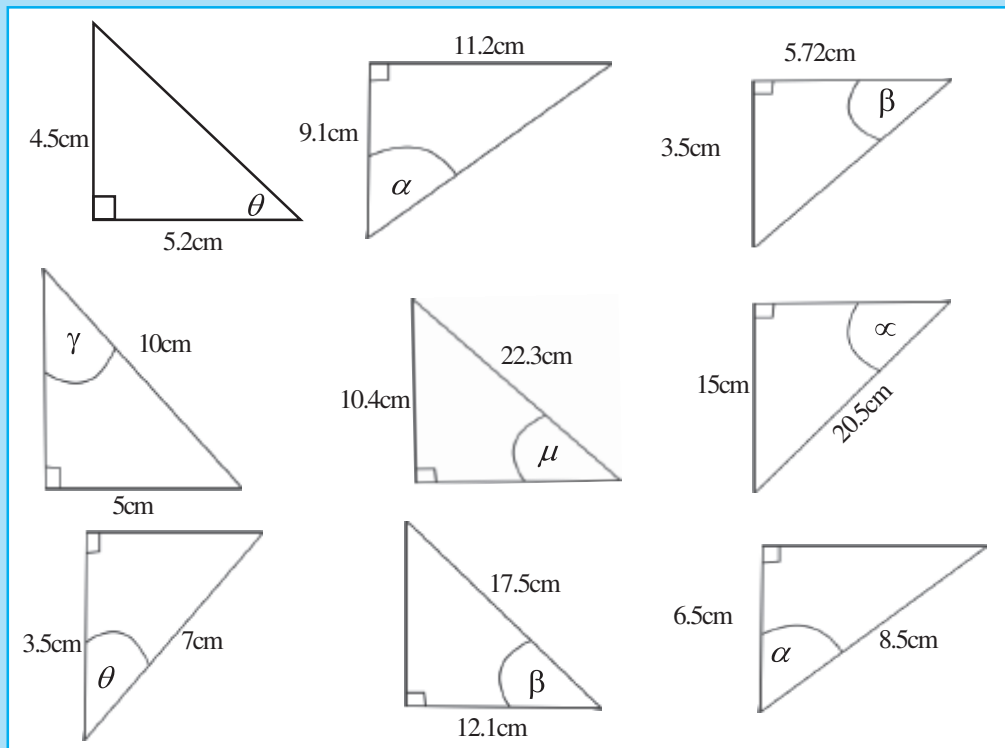
## பயிற்சி 18.6

1. பின்வரும் முக்கோணிகள் ஒவ்வொன்றிலும் ஆங்கில எழுத்தினால் பெயரிடப்பட்டுள்ள பக்கத்தின் நீளத்தைக் காண்க.



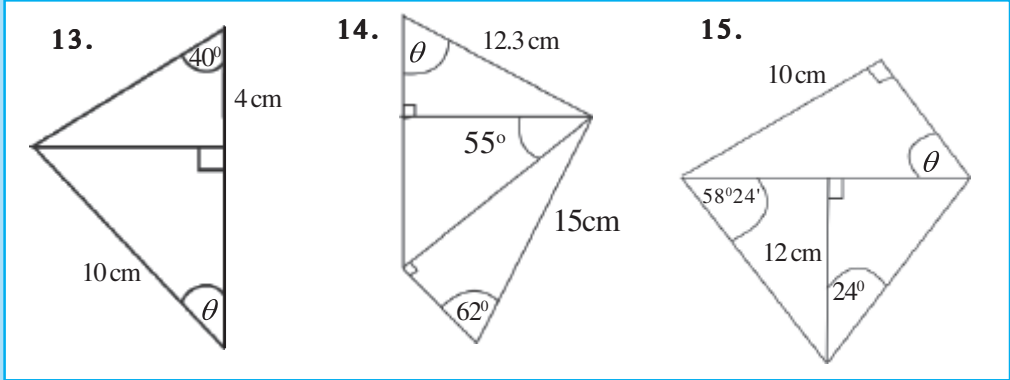


2. பின்வரும் முக்கோணிகள் ஒவ்வொன்றிலும் கிரேக்க எழுத்தினால் பெயரிடப்பட்டுள்ள கோணத்தின் பெறுமானத்தைக் காண்க.



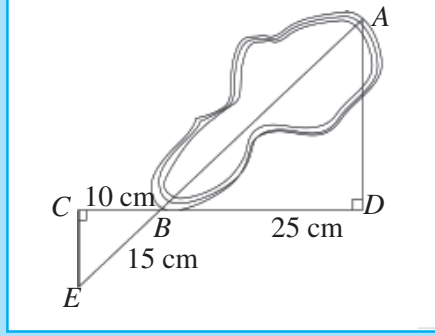
3.  $\triangle ABC$  இல்  $\hat{B} = 90^\circ$ ,  $BC = 4$  cm,  $\hat{C} = 40^\circ$  எனின்  $AB$  இன் நீளத்தைக் காண்க.
4.  $\triangle DEF$  இல்  $\hat{E} = 90^\circ$ ,  $\hat{F} = 35^\circ 30'$ ,  $DE = 7$  cm எனின்  $EF$  இன் நீளத்தைக் காண்க.
5.  $\triangle GHI$  இல்  $\hat{H} = 90^\circ$ ,  $\hat{I} = 70^\circ$ ,  $GI = 12$  cm எனின்  $IH$  ஐக் காண்க.
6.  $\triangle JKL$  இல்  $\hat{K} = 90^\circ$ ,  $\hat{J} = 55^\circ 20'$ ,  $JK = 8.21$  cm  $JL$  ஐக் காண்க.
7.  $\triangle MNO$  இல்  $\hat{N} = 90^\circ$ ,  $\hat{M} = 42^\circ 24'$ ,  $MO = 14.3$  cm எனின்  $ON$  இன் நீளத்தைக் காண்க.
8.  $\triangle PQR$  இல்  $\hat{Q} = 90^\circ$ ,  $\hat{P} = 28^\circ 35'$ ,  $PR = 8.23$  cm எனின்  $QR$  இன் நீளத்தைக் காண்க.
9.  $\triangle RST$  இல்  $\hat{S} = 90^\circ$ ,  $ST = 4.5$  cm,  $RT = 7.1$  cm எனின்  $SR$  ஐக் காண்க.
10.  $\triangle UVW$  இல்  $\hat{V} = 90^\circ$ ,  $VW = 5.5$  cm,  $UW = 10$  cm எனின்  $UV$  ஐக் காண்க.
11.  $\triangle XYZ$  இல்  $\hat{Y} = 90^\circ$ ,  $XY = 9$  cm,  $YZ = 10$  cm எனின்,  $XZ$  ஐக் காண்க.
12.  $\triangle LMN$  இல்  $\hat{M} = 90^\circ$ ,  $LM = 3.4$  cm,  $LN = 15.2$  cm எனின்,  $MLN$  ஐக் காண்க.

பின்வரும் வரிப்படங்கள் ஒவ்வொன்றிலும் கோணம்  $\theta$  வைக் காண்க.



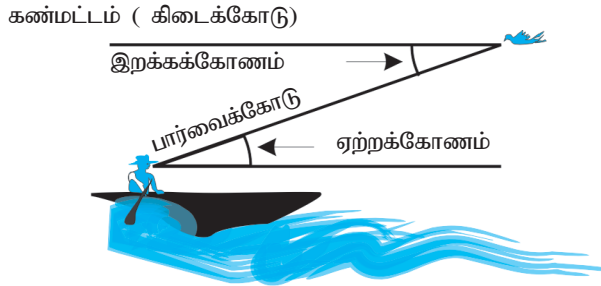
16. ஓர் இருசமபக்க முக்கோணியின் அகக் கோணங்கள்  $66^\circ, 66^\circ, 48^\circ$  ஆகும். முக்கோணியின் மிகக் குறுகிய பக்கத்தின் நீளம்  $8.4$  cm ஆகும். முக்கோணியின் ஏனைய பக்கங்களில் ஒன்றின் நீளத்தையும் முக்கோணியின் பரப்பளவையும் காண்க.

17. சரிவகம்  $ABCD$  இல்  $AB, DC$  ஆகிய பக்கங்கள் சமாந்தரமானவை.  $AB = 14$  cm,  $DC = 20$ cm,  $AD = BC = 6$  cm ஆகும்.  $\widehat{ADC}$  இன் பெறுமானத்தையும், சரிவகத்தின் பரப்பளவையும் காண்க.
18. ஒரு குளத்தின் நீளத்தை அளப்பதற்கு அளவையாளர் ஒருவர் பெற்ற தகவல்கள் உருவில் காணப்படுகின்றன. அத்தகவல்களைக் கொண்டு குளத்தின் நீளம்  $AB$  ஐக் காண்க.



19. ஒரு மலைச்சரிவின் மீது உள்ள நேரிய பாதை ஒன்றின் சாய்வின்  $\tan$  பெறுமானம்  $\frac{4}{17}$  ஆகும். இப்பாதை கிடை நிலத்துடன் ஆக்கும் கோணத்தைக் காண்க.
20. கிடை நிலத்திலிருந்து ஒரு மலையுச்சிக்குக் செல்லும் நேரிய வீதி ஒன்று கிடையுடன்  $12^\circ$  சாய்வைக் கொண்டுள்ளது. நிலமட்டத்திலிருந்து இவ்வீதி வழியே 250 m சென்ற ஒருவர் எந்நிலைக்குத்து உயரத்தில் உள்ளார்?

## 18.8 நிலைக்குத்துத் தளத்தின் திசைகளைக் காட்டல்

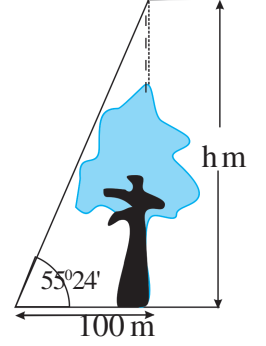


சாய்மானியின் மூலம் ஏற்றக் கோணத்தை அல்லது இறக்கக் கோணத்தை அளக்கலாம்.

- மனிதனுக்குப் பறவை தோன்றும் கோணம் **ஏற்றக் கோணம்**.
- பறவைக்கு மனிதன் தோன்றும் கோணம் **இறக்கக் கோணம்** ஆகும்.

### உதாரணம் 12.

ஒரு மரத்தின் அடியிலிருந்து 100 m தூரத்தில் ஒருவர் அம்மரத்திற்கு நேர் மேலே வானில் வானிலையை அளக்கும் பலூன்  $55^{\circ}24'$  ஏற்றக் கோணத்தில் இருப்பதைக் காண்கின்றார். இக்கணத்தில் பலூன் நில மட்டத்திலிருந்து எவ்வளவு உயரத்தில் இருக்கும்?



$$\frac{h}{100} = \tan 55^{\circ}24'$$

$$h = 1.4496 \times 100 \text{ m}$$

$$h = 144.9600 \text{ m}$$

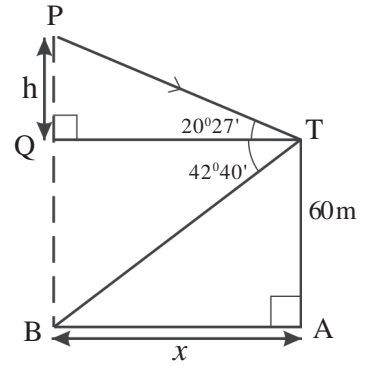
$$h = 144.96 \text{ m}$$

$$h = 145 \text{ m}$$

### உதாரணம் 13.

60 m உயரமுள்ள கலங்கரைவிளக்கம் ஒன்றின் உச்சியில் இருக்கும் நோக்குனர் ஒருவர் கடலில்  $42^{\circ}40'$  இறக்கக் கோணத்தில் ஒரு படகு இருப்பதைக் காண்கின்றார். இக் கணத்தில் படகிற்கு மேலே ஆகாய விமானம்  $20^{\circ}27'$  ஏற்றக் கோணத்தில் அவதானிக்கின்றார்.

- படகிலிருந்து கலங்கரை விளக்கத்தின் அடிக்கு உள்ள தூரத்தையும்
- ஆகாய விமானம் நிலத்திலிருந்து உள்ள உயரத்தையும் காண்க.



படகிலிருந்து கலங்கரைவிளக்கத்தின் அடிக்கு உள்ள தூரம்  $x$  எனின்,

$\Delta ABT$  இலிருந்து

$$\frac{x}{60} = \tan 47^{\circ}20' \text{ (ஏற்றக் கோணத்தின் நிரப்பி)}$$

$$x = 1.0850 \times 60 \text{ m}$$

$$= 65.1 \text{ m}$$

படகிலிருந்து கலங்கரை விளக்கத்தின் அடியின் தூரம் = 65 m (அண்ணளவாக)

$$\frac{h}{65.1} = \tan 20^\circ 27'$$

$$h = 0.3729 \times 65.1 \text{ m}$$

$$h = 24.28 \text{ m (மடக்கைகளை பயன்படுத்திச் சுருக்கும்போது)}$$

$$BP = h + 60 \text{ m} = 24.28 + 60 \text{ m}$$

$$BP = 84.28 \text{ m}$$

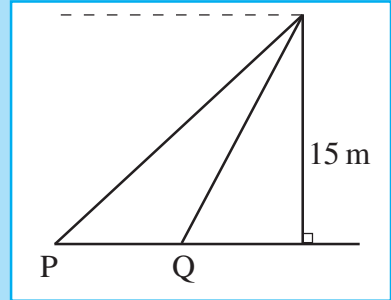
$$BP = 84 \text{ m (அண்ணளவாக)}$$

∴ ஆகாய விமானம் படகிற்கு ஏறத்தாழ 84 m மேலே வானில் உள்ளது.

### பயிற்சி 18.7

1. ஒரு கிடைத் தரையில் கொடிக்கம்பம் ஒன்று நடப்பட்டுள்ளது. கொடிக்கம்பத்தின் அடியிலிருந்து 20 m தூரத்திலே தரையில் உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து பார்க்கும்போது கொடிக் கம்பத்தின் உச்சி  $50^\circ$  ஏற்றக் கோணத்தில் இருப்பதாக தோன்றுகின்றது. கொடிக்கம்பத்தின் உயரத்தைக் காண்க.

2. 15 m உயரமுள்ள நிலைக்குத்துக் கம்பம் ஒன்றின் உச்சியிலிருந்து பார்க்கும் ஒருவருக்குக் கிடைத் தரையில் P, Q என்னும் புள்ளிகளில் உள்ள இரு பிள்ளைகள் முறையே  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  என்னும் இறக்கக் கோணங்களில் இருப்பதாகத் தோன்றுகின்றது. இவ்விரு பிள்ளைகளும் எவ்வளவு இடைத்தூரத்தில் உள்ளனர்.



3. ஒரு சுவரில் சாய்த்து வைக்கப்பட்டுள்ள ஏணி ஒன்றின் மேல் முனை சுவரின் உச்சியை மட்டுமட்டாகக் தொடுகின்றது. ஏணியின் அடிக்கும் சுவருக்குமிடையே உள்ள தூரம் 1.5 m ஆகும். ஏணி தரையுடன்  $60^\circ$  கோணத்தை ஆக்குமெனின், ஏணியின் நீளத்தையும் சுவரின் உயரத்தையும் காண்க.

4. ஒரு தூணின் உச்சியிலிருந்து பார்க்கும்போது 7 m உயரமுள்ள ஒரு கட்டடத்தின் உச்சியினதும் அடியினதும் இறக்கக் கோணங்கள் முறையே  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  ஆகும். தூணின் உயரத்தைக் காண்க.

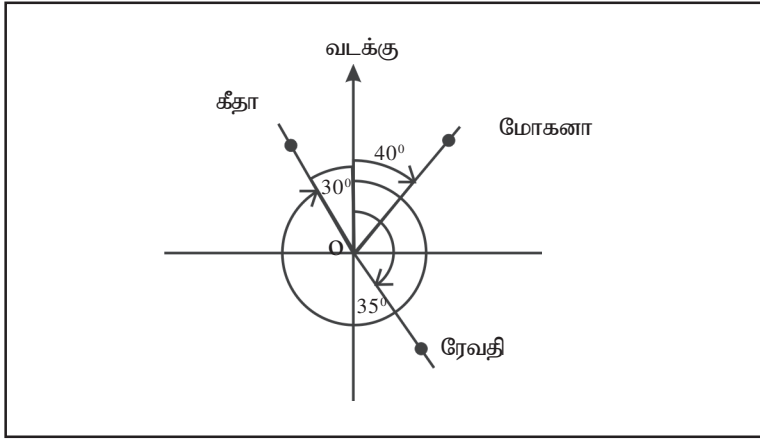
5. சூரியனின் ஏற்றக் கோணம்  $45^\circ$  ஆக இருக்கும்போது சமதளத் தரை ஒன்றில் உள்ள ஒரு தூணின் நிழலினது நீளம் சூரியனின் ஏற்றக் கோணம்  $60^\circ$  ஆக இருக்கும்போது உள்ள இந்நிழலின் நீளத்திலும்  $40\text{ m}$  இனால் கூடியதாகும். தூணின் உயரத்தைக் கணிக்க.
6. ஏவுகணை (ரொக்கட்) ஒன்று தொடக்கத்தில் நிலைக்குத்தாக  $10\text{ km}$  செல்கின்றது. பின்னர் அது நிலைக்குத்துடன்  $15^\circ$  சாய்வில்  $20\text{ km}$  தூரமும் அதன் பின்னர் நிலைக்குத்துடன்  $26^\circ$  சாய்வில்  $60\text{ km}$  தூரமும் செல்கின்றது. மூன்றாம் சந்தர்ப்பத்தின் இறுதியில் நிலத்திலிருந்து ஏவுகணையின் உயரம் என்ன?
7. சமதளத் தரையில் உள்ள ஒரு புள்ளி A இல் இருக்கும் ஒரு சிறுகுன்றின் மீது உள்ள ஒரு கொடிக் கம்பத்தின் உச்சியினதும் அடியினதும் ஏற்றக் கோணங்கள் முறையே  $47^\circ 54'$ ,  $39^\circ 45'$  ஆகும். கொடிக் கம்பின் உயரம்  $35.5\text{ m}$  எனின், சிறுகுன்றின் நிலைக்குத்து உயரத்தைக் காண்க.
8. நிலைக்குத்தாகக் கிளம்பும் ஹெலிகொப்ரர் ஒன்றை நோக்கும் நோக்குனர் ஒருவர் அதன் ஏற்றக் கோணம் ஒரு குறித்த கணத்தில்  $48^\circ 36'$  ஆகவும் அதற்கு  $10$  செக்கனுக்குப் பின்னர்  $72^\circ 24'$  ஆகவும் இருப்பதாகக் குறித்துக்கொள்கின்றார். ஹெலிகொப்ரர் தொடக்கத்தில் நிறுத்தப்பட்டிருந்த இடத்திலிருந்து  $150\text{ m}$  தூரத்தில் இந்நோக்கல் மேற்கொள்ளப்பட்ட தெனின், ஹெலிகொப்ரர் கிளம்பிய கதையைக் கணிக்க.
9. வானொலி ஒலிபரப்புக் கோபுரம் ஒன்று ஒரு குறித்த நோக்கற் புள்ளியிலிருந்து  $62.5\text{ m}$  தூரத்தில் இருக்கும்  $41\text{ m}$  உயரமுள்ள ஒரு கட்டத்தின் மீது அமைக்கப்பட்டுள்ளது. நோக்கற் புள்ளியைக் கோபுரத்தின் உச்சியுடன் தொடுக்கும் கோட்டிற்கும் அடியுடன் தொடுக்கும் கோட்டிற்குமிடையே உள்ள கோணம்  $15^\circ$  ஆகும். கோபுரத்தின் உயரத்தைக் காண்க.
10. ஒரு படகில் உள்ள ஒருவர் அதிலிருந்து  $245\text{ m}$  தூரத்தில் இருக்கும் ஒரு குன்றின் உச்சியின் ஏற்றக் கோணம்  $8^\circ$  எனக் காண்கிறார். குன்றின் உயரத்தைக் காண்க. அவர் அவ்விடத்திலிருந்து குன்றை நோக்கி நேரே  $65\text{ m}$  செல்கின்றார் இப்போது அவர் உள்ள இடத்திலிருந்து குன்றின் ஏற்றக்கோணத்தைக் காண்க.



11. ஒரு குறித்த கணத்தில் கடலில் உள்ள ஒரு மிதவையிற்கு P நிலைக்குத்தாக மேலே 3000 m இல் ஒரு விமானிக்கு வேறொரு மிதவை Q ஆனது  $65^\circ$  இறக்கக் கோணத்தில் இருப்பதாகத் தோற்றுகின்றது. P இற்கும் Q இற்குமிடையே உள்ள தூரத்தைக் காண்க கோடு PQ வழியே Q இலிருந்து 1500 தூரத்தில் வேறொரு மிதவையைக் காண்பாரெனின், அதன் இறக்கக் கோணம் யாது?

## 18.9 கிடைத் தளத்தில் திசைகளைக் காட்டல்

திசைகோள்

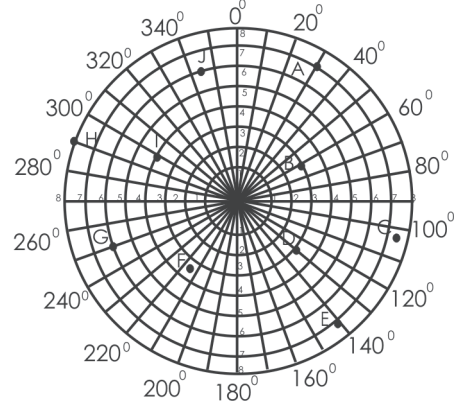


- மோகனா O இலிருந்து  $040^\circ$  திசைகோளில் நிற்கின்றார்.
- ரேவதி O இலிருந்து  $145^\circ$  திசைக்கோளில் நிற்கின்றார்.
- கீதா O இலிருந்து  $330^\circ$  திசைக்கோளில் நிற்கின்றார்.
- கோணமானியின் மூலமும் திசைகாட்டியின் மூலமும் திசைகோளை அளக்கலாம்.
- வடக்கிலிருந்து வலஞ்சுழியாகக் கோணத்தை அளந்து திசைகோள் மூன்று இலக்கங்களுடன் குறிக்கப்படுகின்றது.
- திசைகோளுடன் தொடர்புபட்ட பிரச்சினைகளைத் தீர்க்கும்போதும் திரிகோணகணித விகிதங்களைப் பயன்படுத்தலாம்.

## செயற்பாடு 18.5

இங்கு காணப்படும் றேடார்த் திரையில் A தொடக்கம் J வரையுள்ள புள்ளிகளின் திசைகோள்களைப் பின்வருமாறு அட்டவணைப்படுத்துக.

புள்ளி	திசைகோள்



### உதாரணம் 14.

A இலிருந்து  $025^\circ$  திசைகோளில் 70 m சென்று B இற்கு வருகின்றார் இப்போது அவர்

- A இலிருந்து வடக்கே எவ்வளவு தூரத்தில் உள்ளார்?
- A இலிருந்து கிழக்கே எவ்வளவு தூரத்தில் உள்ளார்?

$$(i) \Delta AXB \text{ இல் } \frac{AX}{70} = \cos 25^\circ$$

$$AX = 0.9063 \times 70 \text{ m}$$

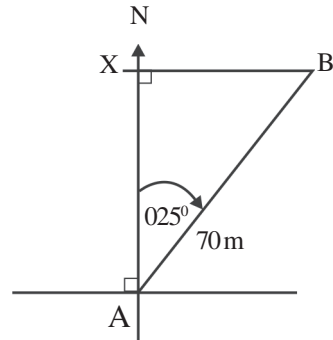
$$AX = 63.4410 \text{ m}$$

$\therefore$  சேகர் A இலிருந்து வடக்கே 63.441 m இல் உள்ளார்.

$$(ii) \text{ இவ்வாறே } \Delta AXB \text{ இல் } \frac{BX}{70} = \sin 25^\circ$$

$$BX = 0.4226 \times 70 \text{ m}$$

$$BX = 29.5820 \text{ m}$$



### உதாரணம் 15.

ஒரு துறைமுகத்திலிருந்து புறப்படும் கப்பல் ஒன்று முதலில் வடக்கு நோக்கி 12 km உம் பின்னர்  $080^\circ$  திசைகோளில் 12 km உம் செல்கின்றது. இப்போது கப்பல் துறைமுகத்திலிருந்து எவ்வளவு தூரத்திலும் என்ன திசைகோளிலும் உள்ளது?

$$\Delta OBA \text{ இல் } OB = BA$$

$$\therefore \widehat{BAO} = \frac{180^\circ - \widehat{OBA}}{2} = \frac{180^\circ - 100^\circ}{2} = 40^\circ$$

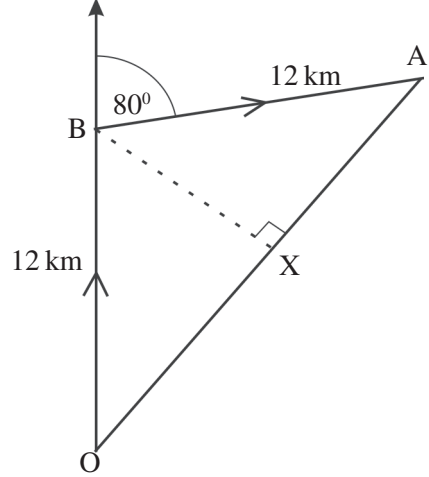
செங்கோண  $\Delta ABX$  இல்

$$\frac{AX}{12} = \cos 40^\circ$$

$$AX = 0.7660 \times 12 \text{ km}$$

$$OA = 9.1920 \times 2 \text{ km}$$

$$= 18.3840 \text{ km}$$



$\therefore$  இப்போது கப்பல் துறைமுகத்திலிருந்து 18.384 km இலும்  $040^\circ$  திசைகோளிலும் உள்ளது.

### உதாரணம் 16.

ஒரு துறைமுகம் A இலிருந்து புறப்படும் கப்பல் ஒன்று  $042^\circ$  திசைகோளில் 22 km செல்கின்றது பின்னர் அது  $090^\circ$  திசைகோளில் 30 km சென்று வேறொரு துறைமுகம் B ஐ அடைகின்றது. A இலிருந்து B இன் திசைகோளையும் இரு துறைமுகங்களுக்குமிடையே உள்ள தூரத்தையும் காண்க.

$\Delta ADE$  இல்

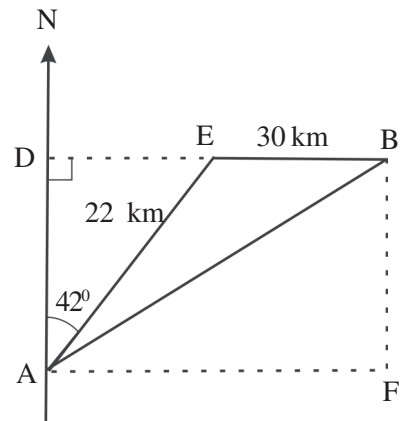
$$\frac{DE}{22 \text{ km}} = \sin 42^\circ$$

$$\therefore DE = 0.6691 \times 22 = 14.72 \text{ km}$$

இவ்வாறே  $\Delta ADE$  இல்

$$\frac{AD}{22 \text{ km}} = \cos 42^\circ$$

$$\therefore AD = 0.7431 \times 22 = 16.35 \text{ km}$$



செங்கோண  $\Delta ABF$  இல் பைதகரசின் தேற்றத்திற்கேற்ப,

$$AB^2 = AF^2 + BF^2 \text{ ஆகும்.}$$

மேலும்  $AF = DE + BE = 14.72 + 30 = 44.72 \text{ km}$

அத்துடன்  $BF = AD = 16.35 \text{ km}$  ஆகும்.

$$\therefore AB^2 = (44.72)^2 + (16.35)^2 = 2267.2$$

$$AB = \sqrt{2267.2}$$

$$AB = 47.6 \text{ km (அண்ணளவாக)}$$

$\widehat{DAB} = \widehat{ABF}$  (ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்)

$$\tan \widehat{ABF} = \frac{AF}{BF} = \frac{44.72}{16.35} = 2.7352$$

$$\therefore \widehat{ABF} = 69^\circ 55'$$

$\therefore$  A இலிருந்து B இன் திசைகோள்  $069^\circ 55'$  உம் A,B ஆகிய இரு துறைமுகங்களுக்கிடையே உள்ள தூரம் 47.6 km உம் ஆகும்.

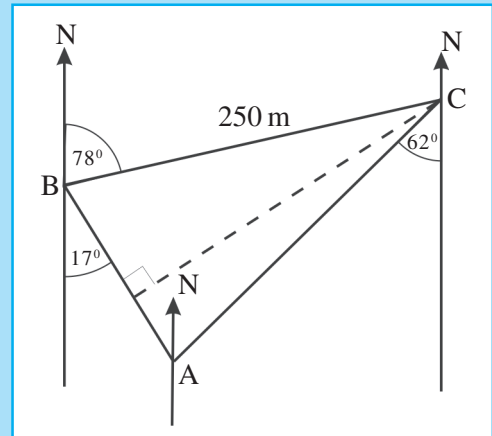
## 18.8 பயிற்சி

1. (a) உருவில் உள்ள தகவல்களுக்கேற்ப பின்வரும் திசைகோள்களைக் காண்க.

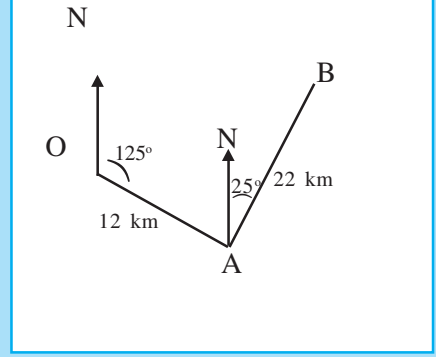
- B இலிருந்து C
- B இலிருந்து A
- A இலிருந்து B
- C இலிருந்து B

(b) முக்கோணி ABC இல் உள்ள கோணங்களின் பெறுமானங்களைக் காண்க,

(c) முக்கோணியில் AB, AC ஆகிய பக்கங்களின் பெறுமானங்களைக் காண்க.



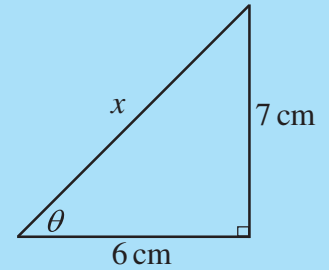
2. ஒரு மோட்டர் வாகனம் முதலில்  $125^\circ$  திசைகோளில் 12 km உம் பின்னர்  $025^\circ$  திசைகோளில் 22 km உம் செல்கின்றது. இப்போது வாகனம் தொடக்க இடத்திலிருந்து
- கிழக்கே எவ்வளவு தூரத்திலும்
  - வடக்கே எவ்வளவு தூரத்திலும் உள்ளது?



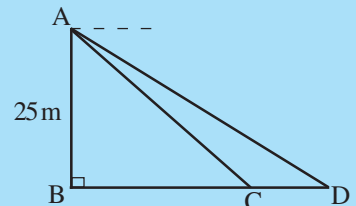
3. சம வெளித் தரையில் ஒரு மரம் C இற்கு வடக்கே 225 m இல் வேறொரு மரம் A உள்ளது C யிற்கு கிழக்கே 375 m இல் இன்னொரு மரம் B உள்ளது. A யிலிருந்து B யின் திசைகோளையும் B யிலிருந்து A இன் திசைகோளையும் காண்க.
4. ஒரு குறித்த சந்தர்ப்பத்தில் A, B, C என்னும் மூன்று கப்பல்கள் பின்வருமாறு உள்ளன. A ஆனது C இற்கு மேற்கே 25 km இலும் B ஆனது C இற்குத் தெற்கே  $25^\circ 10'$  கிழக்கிலும் 15 km இலும் உள்ளன.
- A இற்கும் B இற்குமிடையே உள்ள தூரத்தைக் காண்க.
  - B இற்கும் C இற்குமிடையே உள்ள தூரத்தைக் காண்க.
  - B இற்கும் A இற்குமிடையே உள்ள திசைகோள் காண்க.
5. ஒரு துறைமுகம் P இலிருந்து புறப்படும் கப்பல் ஒன்று முதலில்  $306^\circ$  திசைகோளில் 7 km உம் பின்னர்  $070^\circ$  திசைகோளில் 11 km உம் செல்கின்றது. இக்கணத்தில் கப்பலிலிருந்து P இற்குள்ள தூரத்தைக் கணிக்க.

### பலவினப் பயிற்சி 18.9

1. உருவில் உள்ள தகவல்களுக்கேற்ப
- $\theta$  இன் பெறுமானத்தைக் கணிக்க
  - $x$  இன் பெறுமானத்தைக் கணிக்க



2. உருவில் A இலிருந்து C இன் இறக்கக் கோணம்  $55^\circ$  உம் D இன் இறக்கக் கோணம்  $36^\circ$  உம் ஆகும்.  $AB = 25$  m
- BC
  - DC
  - AD
- ஆகியவற்றைக் காண்க.



3. செவ்வகம் ஒன்றின் ஒரு மூலைவிட்டத்தின் நீளம் 27 cm ஆகும். அதன் ஒரு பக்கத்தின் நீளம் 24 cm ஆகும். ஒரு மூலைவிட்டத்திற்கும் பக்கங்களுக்குமிடையே உள்ள கோணங்களைக் காண்க.
4. கண்ணன் தனது வீட்டிலிருந்து புறப்பட்டு முதலில்  $015^\circ$  திசைக்கோளில் 50 m உம் பின்னர் அவ்விடத்திலிருந்து  $040^\circ$  திசைக்கோளில் 70 m உம் செல்கின்றான். பின்னர் அவன்  $330^\circ$  திசைக்கோளில் 100 m சென்று தனது பயணத்தை முடித்தான் இப்போது கண்ணன் தனது வீட்டிலிருந்து வடக்கேயும் மேற்கேயும் எவ்வளவு தூரத்தில் இருக்கின்றானெனக் காண்க.
5. 320 m தூரத்தில் உள்ள ஒரு கலங்கரைவிளக்கத்தை நோக்கிப் படகு ஒன்றைச் செலுத்துபவர் கலங்கரைவிளக்கத்தின் உச்சியின் ஏற்றக் கோணம்  $24^\circ 30'$  என அவதானிக்கின்றார். கலங்கரைவிளக்கத்தை நோக்கி மேலும் 120 m செல்லும்போது கலங்கரைவிளக்கத்தின் உச்சி எந்த ஏற்றக் கோணத்தில் இருப்பதைக் காண்பார்? கலங்கரை விளக்கத்தின் உயரம் யாது?
6. ஒரு குறித்த நாளில் பி.ப. 3.30 மணிக்கு ஒரு கலங்கரை விளக்கிற்குத் தெற்கே 1 km இல் உள்ள ஒரு புள்ளி A இல் ஒரு கப்பல் இருந்தது. கப்பல் மாறாக் கதியிலே  $060^\circ$  திசைக்கோளில் சென்று பி.ப 3.40 மணிக்குக் கலங்கரைவிளக்கத்திற்குக் கிழக்கே உள்ள ஒரு புள்ளி B ஐ அடைந்தது. கலங்கரை விளக்கத்திலிருந்து கப்பல் செல்லும் பாதைக்கு உள்ள மிகக் குறுகிய தூரம் LC ஆகும்.
- (a) மேற்குறித்த தகவல்களைக் காட்டுவதற்கு ஒரு வரிப்படத்தை வரைக.
- (b) நீளம் LC ஐக் கணிக்க.
- (c) தூரம் AC ஐக் கணிக்க.
- (d) கப்பல் புள்ளி C ஐப் பிற்பகல் எத்தனை மணிக்கு அடையும்?
7. கடற்கரை வழியே கிழக்கு - மேற்குத் திசையில் உள்ள ஒரு நேரிய பாதையில் இருக்கும் A, B என்னும் இரு புள்ளிகளிலிருந்து பார்க்கும்போது கடலில் ஒரு கப்பல் S முறையே  $060^\circ$ ,  $330^\circ$  என்னும் திசைக்கோள்களில் இருக்கக் காணப்படுகின்றது.
- (a)  $\hat{ASB}$  செங்கோணம் என்பதற்குக் காரணங் காட்டுக.  
AB = 5 km எனின்,
- (b) தூரம் AS ஐக் கணிக்க.
- (c) தூரம் BS ஐக் கணிக்க.