

16 பெருக்கல் விருத்தி

இப்பாடத்தை கற்பதன் மூலம்,

- பெருக்கல் விருத்தி பற்றிய எண்ணக்கரு
- பெருக்கல் விருத்தியின் n ஆம் உறுப்பைக் காணல்
- பெருக்கல் விருத்தியின் முதல் n உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகையைக் காணல்
- பெருக்கல் இடையைக் காணல்.
என்பன பற்றிய விளக்கத்தைப் பெற்றுக்கொள்வீர்கள்.

16.1 பெருக்கல் விருத்தி

தொடரி என்பது ஒரு குறிப்பிட்ட கோலத்தில் அமைக்கப்பட்ட எண்களின் தொடை ஆகும். இவ் எண்கள் இத்தொடரியின் உறுப்புக்கள் எனப்படும். ஒவ்வொரு எண்ணும் அதற்கு அடுத்துள்ள எண்ணுடன் ஒரு குறிப்பிட்ட விதியினால் தொடர்புற்றிருக்கும். ஒரு தொடரியில் வரையறுக்கப்பட்ட உறுப்புக்களோ அல்லது முடிவில்லாத எண்ணிக்கையான உறுப்புக்களோ காணப்படலாம்.

உதாரணம்

3 , 6 , 12 , 24 , 48 , 96

மேலே தரப்பட்ட எண் தொடரியைக் கருதுக. இங்கு முதலாம் உறுப்பு 3 உம் கடைசி உறுப்பு 96 உம் ஆகும். ஒவ்வொரு உறுப்பையும் 2 ஆல் பெருக்க அடுத்த உறுப்பு பெறப்படும். அதாவது ஒவ்வொரு உறுப்பையும் அதற்கு முன்னைய உறுப்பால் வகுப்பதால் 2 பெறப்படும்.

பின்வரும் எண் கோலங்களை அவதானிக்க.

- (i) 2 , 4 , 8 , 16 , ...
- (ii) 1 , 3 , 9 , 27 , 81 , ...
- (iii) 64 , 32 , 16 , 8 , 4 , ...
- (iv) 100 , 10 , 1 , 0.1 , 0.01 , 0.001 , ...
- (v) 81 , -27 , 9 , -3 , 1 , ...

மேற்குறிப்பிட்ட தொடரிகளை அவதானித்துப் பின்வரும் முடிவுகளைப் பெறலாம்.

| தொடரி | முதல் உறுப்பு | யாதாயினுமொரு உறுப்பை அதற்கு முன்னைய உறுப்பால் வகுப்பதன் மூலம் பெறப்படும் மாறாப் பெறுமானம் |
|-------|---------------|---|
| (i) | 2 | $\frac{4}{2} = \frac{8}{4} = 2$ |
| (ii) | 1 | $\frac{3}{1} = \frac{27}{9} = 3$ |
| (iii) | 64 | $\frac{32}{64} = \frac{16}{32} = \frac{1}{2}$ |
| (iv) | 100 | $\frac{10}{100} = \frac{1}{10} = 0.1$ |
| (v) | 81 | $\frac{-27}{81} = \frac{9}{-27} = \frac{-1}{3}$ |

ஒரு எண் தொடரின் யாதாயினுமொரு உறுப்பை அதற்கு முன்னைய உறுப்பால் வகுத்தால் ஒரு மாறாப்பெறுமானம் பெறப்படும் எனின் அத்தொடரி **பெருக்கல் விருத்தி** எனப்படும். பெறப்பட்ட மாறாப்பெறுமானம் **பொது விகிதம்** எனப்படும்.

பெருக்கல் விருத்தியின் முதலுறுப்பு " a " எனவும் பொதுவிகிதம் " r " எனவும் குறிப்பிடப்படும்

முதலாம் உறுப்பு a ஆகவும் பொதுவிகிதம் r ஆகவுள்ள பெருக்கல் விருத்தி $a, ar, ar^2, ar^3, ar^4, \dots$ என எழுதப்படும்

உதாரணம் 1

பின்வரும் ஒவ்வொரு பெருக்கல் விருத்தியினதும் பொதுவிகிதத்தை காண்க.

(i) 4, 8, 16, 32

(ii) 64, 32, 16, 8

(iii) 3, -9, 27, -81

(iv) $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{18}, \frac{1}{54}$

விடைகள்.

$$(i) r = \frac{8}{4} = \frac{16}{8} = 2$$

$$(ii) r = \frac{32}{64} = \frac{16}{32} = \frac{1}{2}$$

$$(iii) r = \frac{-9}{3} = \frac{27}{-9} = -3$$

$$(iv) r = \frac{1}{6} \div \frac{1}{2} = \frac{1}{18} \div \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

பயிற்சி 16.1

1. பின்வரும் ஒவ்வொரு பெருக்கல் விருத்தியினதும் பொது விகிதத்தையும் ஒவ்வொரு விருத்தியினதும் அடுத்துவரும் இரு உறுப்புக்களையும் எழுதுக.

$$(i) 4, 12, 36, 108, \dots$$

$$(ii) -3, -9, -27, -81, \dots$$

$$(iii) 27, -18, 12, -8, \dots$$

$$(iv) \frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, \dots$$

$$(v) \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{9}{8}, \frac{27}{16}, \dots$$

$$(vi) x^2, -x, 1, \frac{-1}{x}, \dots$$

$$(vii) \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{9}, \frac{2}{27}, \dots$$

$$(viii) b^2c^3, b^3c^2, b^4c, b^5, \dots$$

2. கீழே தரப்பட்ட தரவுகளுக்கேற்ப ஒவ்வொரு விருத்தியினதும் முதல் நான்கு உறுப்புகளை எழுதுக.

$$(i) \begin{aligned} a &= 2 \\ r &= 7 \end{aligned}$$

$$(ii) \begin{aligned} a &= 7 \\ r &= 2 \end{aligned}$$

$$(iii) \begin{aligned} a &= 16 \\ r &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$(iv) \begin{aligned} a &= s \\ r &= s \end{aligned}$$

16.2 பெருக்கல் விருத்தியின் n ஆம் உறுப்பு (T_n)

பெருக்கல் விருத்தியின் n ஆம் உறுப்பை T_n என குறிப்பிடுவோம்

3 , 6 , 12 , 24 , ... என்ற பெருக்கல் விருத்தியைக் கருதுக.

இதன் பொது விகிதம் 2 முதலுறுப்பு 3 ஆகும்.

| | |
|------------------|--|
| முதலுறுப்பு | $T_1 = 3 = 3 \times 1 = 3 \times 2^0$ |
| இரண்டாம் உறுப்பு | $T_2 = 6 = 3 \times 2 = 3 \times 2^1$ |
| மூன்றாம் உறுப்பு | $T_3 = 12 = 3 \times 4 = 3 \times 2^2$ |
| நான்காம் உறுப்பு | $T_4 = 24 = 3 \times 8 = 3 \times 2^3$ |

முதலுறுப்பு a , பொதுவிகிதம் r என்க.

$$T_1 = a = ar^{1-1}$$

$$T_2 = ar = ar^{2-1}$$

$$T_3 = ar^2 = ar^{3-1}$$

.....

.....

.....

$$T_{10} = ar^9 = ar^{10-1}$$

மேற்காட்டப்பட்டவாறு பெருக்கல் விருத்தியின் n ஆம் உறுப்பு $T_n = ar^{n-1}$ என எழுதலாம்.

முதலுறுப்பு a , பொதுவிகிதம் r உடைய பெருக்கல் விருத்தியின் n ஆம் உறுப்பு $T_n = ar^{n-1}$ ஆகும்.

உதாரணம் 2.

பின்வரும் பெருக்கல் விருத்தியின் 8 ஆம் உறுப்பைக் காண்க.

(i) 3, 6, 12, 24, ...

(ii) 8, 4, 2, 1, ...

விடைகள்

(i) முதல் உறுப்பு $a = 3$, பொது விகிதம் $r = \frac{6}{3} = 2$ ஆகும்.

∴ பெருக்கல் விருத்தியின் n ஆம் உறுப்பு $T_n = ar^{n-1}$ ஆகும்.

∴ $T_8 = 3 \times 2^{8-1} = 3 \times 2^7 = 3 \times 128 = 384$

∴ பெருக்கல் விருத்தியின் 8 ஆம் உறுப்பு 384 ஆகும்.

(ii) முதல் உறுப்பு $a = 8$, பொது விகிதம் $r = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ ஆகும்.

பெருக்கல் விருத்தியின் n ஆம் உறுப்பு, $T_n = ar^{n-1}$ ஆகையால்

$$\begin{aligned} T_8 &= 8 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{8-1} \\ &= 8 \times \left(\frac{1}{2}\right)^7 \\ &= 8 \times \frac{1}{128} = \frac{1}{16} \end{aligned}$$

பெருக்கல் விருத்தியின் 8 ஆம் உறுப்பு $= \frac{1}{16}$ ஆகும்.

உதாரணம் 3.

பெருக்கல் விருத்தி ஒன்றின் முதலாம் உறுப்பு 24, நான்காம் உறுப்பு -81 ஆகும். பொது விகிதத்தைக் காண்க.

$$T_1 = a = 24 \text{ ————— (1)}$$

$$T_4 = ar^3 = -81 \text{ ————— (2)}$$

$$\frac{(2)}{(1)} = \frac{ar^3}{a} = \frac{-81}{24} \text{ எனின்}$$

$$r^3 = \frac{-81}{24} = \frac{-27}{8}$$

$$r^3 = \left(\frac{-3}{2}\right)^3$$

$$\therefore r = \frac{-3}{2}$$

∴ பெருக்கல் விருத்தியின் பொதுவிகிதம் $\frac{-3}{2}$ ஆகும்.

உதாரணம் 4.

பெருக்கல் விருத்தி ஒன்றின் மூன்றாம் உறுப்பு 360, ஆறாம் உறுப்பு 1215 ஆகும். விருத்தியின் முதலாம் உறுப்பையும் பொதுவிகிதத்தையும் காண்க.

$$T_3 = ar^2 = 360 \text{---(1)}$$

$$T_6 = ar^5 = 1215 \text{---(2)}$$

$$\frac{(2)}{(1)} \Rightarrow \frac{ar^5}{ar^2} = \frac{1215}{360} \text{ ஆகும்.}$$

$$r^3 = \frac{27}{8}$$

$$= \left(\frac{3}{2}\right)^3$$

$$r = \frac{3}{2} \text{ ஆகும்.}$$

$ar^2 = 360$ இல் $r = \frac{3}{2}$ எனப் பிரதியிட

$$a\left(\frac{3}{2}\right)^2 = 360$$

$$a \times \frac{3^2}{2^2} = 360$$

$$a \times \frac{9}{4} = 360$$

$$\therefore a = \frac{360 \times 4}{9}$$

$$a = 160$$

\therefore தொடரின் முதலுறுப்பு 160 , பொது விகிதம் $\frac{3}{2}$ ஆகும்.

உதாரணம் 5.

பெருக்கல் விருத்தி ஒன்றின் முதல் உறுப்பு 4, முதல் மூன்று உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை 28 உம் ஆயின் அவ் விருத்தியின் முதல் மூன்று உறுப்புக்களைக் காண்க.

பெருக்கல் விருத்தியின் முதலுறுப்பு " a " எனவும் பொதுவிகிதம் " r " எனவும் கொள்க.

$$a = 4 \text{ ————— (1)}$$

$$a + ar + ar^2 = 28$$

$$a(1 + r + r^2) = 28 \text{ ————— (2)}$$

$a = 4$ ஐ சமன்பாடு (2) இல் பிரதியிடல்

$$4(1 + r + r^2) = 28$$

$$1 + r + r^2 = \frac{28}{4} = 7$$

$$1 + r + r^2 = 7$$

$$r^2 + r - 6 = 0$$

$$(r + 3)(r - 2) = 0$$

$\therefore r = -3$ அல்லது $r = 2$ ஆகும்.

இரண்டு பொது விகிதங்கள் கிடைப்பதனால் இரு விருத்திகளை பெறலாம்.

$a = 4$, $r = -3$ ஆயின் தொடரி வருமாறு

4, -12, 36,

$a = 4$, $r = 2$ ஆயின் தொடரி வருமாறு

4, 8, 16, ...

பயிற்சி 16.2

1. தரப்பட்ட பெருக்கல் விருத்திகளை அவதானித்துக் கீழே உள்ள அட்டவணையை நிரப்புக.

(i) 5, 15, 45, 135, 405, 1215, 3645

(ii) 3, 6, 12, 24, 48, 96, 192

(iii) 96, 48, 24, 12, 6, 3, 1.5

(iv) 1000, 100, 10, 1, 0.1, 0.01, 0.001

(v) $1, \frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{8}{27}, \frac{16}{81}, \frac{32}{243}, \frac{64}{729}$

| விருத்தி | a | r | T_l | n | l | T_5 |
|----------|-----|-----|-------|-----|-----|-------|
| (i) | | | | | | |
| (ii) | | | | | | |
| (iii) | | | | | | |
| (iv) | | | | | | |
| (v) | | | | | | |

இங்கு n, l என்பன முறையே உறுப்புக்களின் எண்ணிக்கையையும் கடைசி உறுப்பையும் குறிக்கின்றன.

2. கீழே தரப்பட்டுள்ள பெருக்கல் விருத்திகளில் குறிப்பிடப்பட்டுள்ள உறுப்புக்களைக் காண்க.

(i) 12, 6, 3, தொடரியின் T_5

(ii) 1, 2, 4, 8, தொடரியின் T_7

(iii) 9, 3, 1, தொடரியின் T_6

(iv) 27, 18, 12, தொடரியின் T_6

(v) 4, -12, 36, தொடரியின் T_7

3. பின்வரும் பெருக்கல் விருத்திகளின் முதலுறுப்பு, பொது விகிதம் என்பனவற்றைக் காண்க.

(i) $T_2 = 4$, $T_5 = 108$

(ii) $T_3 = 6$, $T_7 = 96$

(iii) $T_3 = 8$, $T_9 = 64$

(iv) $T_2 = 6$, $T_5 = 48$

(v) $T_3 = 40$, $T_6 = 625$

4. பெருக்கல் விருத்தி ஒன்றின் முதலாம், இரண்டாம் உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை $\frac{3}{4}$ உம் மூன்றாம், நான்காம் உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை $\frac{3}{16}$ உம் ஆகும். இவ்வாறான இருவிருத்திகள் உண்டெனக் காட்டுக. ஒவ்வொரு விருத்தியினதும் முதலுறுப்பையும் பொது விகிதத்தையும் கண்டு முதல் நான்கு உறுப்புக்களையும் எழுதுக.

5. பெருக்கல் விருத்தி ஒன்றின் முதலாம் மூன்றாம் உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகை 20. இரண்டாம் உறுப்பு, முதலாம் உறுப்பிலும் 4 கூடியது. இவ்வாறான இரு விருத்திகள் உண்டெனக்காட்டி ஒவ்வொரு விருத்தியிலும் முதல் நான்கு உறுப்புக்களை எழுதுக.

6. பெருக்கல் விருத்தி ஒன்றின் முதலாம் இரண்டாம் உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை 8 உம், மூன்றாம் நான்காம் உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை 72 உம் ஆகும். இவ்வாறான இரு விருத்திகள் உண்டெனக்காட்டி ஒவ்வொரு விருத்தியிலும் முதல் நான்கு உறுப்புக்களை எழுதுக.

7. பெருக்கல் விருத்தி ஒன்றின் n ஆம் $(n-1)$ ஆம் உறுப்புக்கள் முறையே 640, (-320) ஆகும். முதலாம் உறுப்பு 10 உம் எனின் n இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

16.3 பெருக்கல் விருத்தியின் முதல் n உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை (S_n)

முதல் n உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகையானது S_n என குறிப்பிடப்படும்.

உதாரணம் 8.

முதல் உறுப்பு 2 ஆகவும் பொது விகிதம் 3 ஆகவும் உள்ள பெருக்கல் விருத்தி ஒன்றின்

- (i) முதல் மூன்று உறுப்புக்களின்
- (ii) முதல் ஐந்து உறுப்புக்களின்
- (iii) முதல் எட்டு உறுப்புக்களின்
கூட்டுத்தொகைகளை காண்க

இப் பெருக்கல் விருத்தியின் உறுப்புக்களை சுட்டி வடிவில் எழுதுவோம்.

$$2, 2 \times 3, 2 \times 3^2, 2 \times 3^3 \dots$$

(i) முதல் 3 உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை S_3 என்க.

$$S_3 = 2 + 2 \times 3 + 2 \times 3^2 \quad \text{————(1)}$$

$$3.S_3 = \quad 2 \times 3 + 2 \times 3^2 + 2 \times 3^3 \text{————(2)} \quad \left\{ \text{சமன்பாடு (1) ஐ}$$

பொதுவிகிதம் 3 ஆல் பெருக்குக}

$$(2) - (1), \quad 3S_3 - S_3 = 2 \times 3^3 - 2$$

$$(3-1)S_3 = 2(3^3 - 1)$$

$$S_3 = \frac{2(3^3 - 1)}{(3-1)} \quad \text{———— (A)}$$

$$= 26$$

(ii) முதல் 5 உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை S_5 என்க

$$S_5 = 2 + 2 \times 3 + 2 \times 3^2 + 2 \times 3^3 + 2 \times 3^4 \text{————(1)}$$

$$3 S_5 = \quad 2 \times 3 + 2 \times 3^2 + 2 \times 3^3 + 2 \times 3^4 + 2 \times 3^5 \text{————(2)}$$

$$(2) - (1), \quad 3S_5 - S_5 = 2 \times 3^5 - 2$$

$$(3 - 1) S_5 = 2 (3^5 - 1)$$

$$S_5 = \frac{2(3^5 - 1)}{(3-1)} \quad \text{———— (B)}$$

$$= 242$$

(iii) முதல் 8 உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை S_8 என்க

$$S_8 = 2 + 2 \times 3 + 2 \times 3^2 + \dots + 2 \times 3^7 \text{ ———(1)}$$

$$(1) \times 3, \quad 3S_8 = 2 \times 3 + 2 \times 3^2 + \dots + 2 \times 3^7 + 2 \times 3^8 \text{ ———(2)}$$

$$(2) - (1), \quad 3S_8 - S_8 = 2 \times 3^8 - 2$$

$$(3-1)S_8 = 2(3^8 - 1)$$

$$S_8 = \frac{2(3^8 - 1)}{(3-1)} \text{ ——— (C)}$$

= 6560 ஆகும்

A,B,C இலிருந்து n உறுப்புகளுக்கான கூட்டுத்தொகை $S_n = \frac{2(3^n - 1)}{3-1}$ என எழுதலாம்.

முதலுறுப்பு a , பொது விகிதம் r ஆகவுள்ள பெருக்கல் விருத்தியின் n உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை S_n என்க.

$$S_n = a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1} \text{ ———(1)}$$

$$(1) \times r, \quad rS_n = ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1} + ar^n \text{ ———(2)}$$

$$(2) - (1), \quad (r-1)S_n = ar^n - a$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r-1}$$

முதல் உறுப்பு a ஆகவும், பொது விகிதம் r ஆகவும் உள்ள பெருக்கல் விருத்தி ஒன்றின் முதல் n உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை S_n ஆனது

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{(r-1)} \text{ ஆல் தரப்படும். இங்கு } r \neq +1$$

$$\text{இனி } S_n = \frac{a(r^n - 1)}{(r-1)}$$

$$= \frac{-a(1-r^n)}{-(1-r)}$$

$$= \frac{a(1-r^n)}{(1-r)}$$

இங்கு $r \neq +1$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{(r-1)} \text{ அல்லது } S_n = \frac{a(1-r^n)}{(1-r)} \text{ என்ற சூத்திரங்கள் இரண்டில் எந்த}$$

ஒன்றையும் பயன்படுத்தலாம்.

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{(r - 1)} \quad [r > 1 \text{ ஆகவுள்ளபோது }]$$

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{(1 - r)} \quad [r < 1 \text{ ஆகவுள்ளபோது }]$$

என்பதையும் பயன்படுத்தினால் கணித்தல் இலகுவாகும்.

உதாரணம் 9.

3 , 6 , 12 , எனும் பெருக்கல் விருத்தியின் முதல் 6 உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

$$a = 3, r = \frac{6}{3} = 2, n = 6$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \quad \text{இல் பிரதியிட}$$

$$\begin{aligned} \therefore S_6 &= \frac{3(2^6 - 1)}{2 - 1} \\ &= 3 \times 63 \\ &= 189 \end{aligned}$$

உதாரணம் 10.

பெருக்கல் தொடர் ஒன்றின் n ஆம் உறுப்பு $\left(-\frac{1}{2}\right)^n$ ஆகும் . இத்தொடரின் முதல் n உறுப்பையும், முதல் 8 உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகையையும் காண்க.

$$T_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^n$$

$n = 1$ ஆகும்போது தொடரின் முதலுறுப்பு பெறப்படும்.

$$\therefore T_1 = \left(-\frac{1}{2}\right)^1 = -\frac{1}{2}$$

$n = 2$ ஆகும்போது இரண்டாம் உறுப்பு பெறப்படும்.

$$T_2 = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$r = \frac{T_2}{T_1} = \frac{\frac{1}{4}}{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{4} \times \frac{-2}{1} = -\frac{1}{2}$$

கூட்டுத்தொகையை காண்பதற்கு $a = -\frac{1}{2}$, $r = -\frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{a(1-r^n)}{1-r} \text{ இல் பிரதியிட} \\ S_8 &= \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)\left[1-\left(-\frac{1}{2}\right)^8\right]}{\left[1-\left(-\frac{1}{2}\right)\right]} \\ &= -\frac{1}{2} \frac{\left[1-\left(\frac{1}{256}\right)\right]}{\left(\frac{3}{2}\right)} \\ &= -\frac{1}{3} \left(\frac{255}{256}\right) \\ &= -\frac{255}{768} = -\frac{85}{256} \end{aligned}$$

உதாரணம் 11.

5, 20, 80...எனும் பெருக்கல் விருத்தியின் கூட்டுத்தொகை 6825 ஆவதற்கு முதல் உறுப்பிலிருந்து எத்தனை உறுப்புக்கள் எடுக்க வேண்டும்?

$$a = 5, r = 4, S_n = 6825$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \text{ இல் பிரதியிட}$$

$$6825 = \frac{5(4^n - 1)}{4 - 1}$$

$$\frac{6825}{5} \times 3 = 4^n - 1$$

$$4^n = 4096 = 4^6$$

$$n = 6$$

பயிற்சி 16.3

1. 2, 6, 18, 54என்ற விருத்தியின் முதல் எத்தனை உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை 728 ஆகும்.
2. 4, 8, 16..... என்ற பெருக்கல் விருத்தியின்
 - (i) பொது விகிதம் யாது?
 - (ii) எட்டாம் உறுப்பு யாது ?
 - (iii) முதல் எட்டு உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.
3. பெருக்கல் விருத்தி ஒன்றின் முதலாம் உறுப்பினதும் இரண்டாம் உறுப்பினதும் கூட்டுத்தொகை 15 ஆகும். அவ்விருத்தியின் பொது விகிதம் 2 ஆகும். அவ்விருத்தியின்
 - i. முதலாம் உறுப்பையும்
 - ii. ஏழாம் உறுப்பையும்
 - iii. முதல் ஏழு உறுப்புகளின் கூட்டுத் தொகையையும் காண்க.
4. பெருக்கல் விருத்தி ஒன்றின் முதல் உறுப்பு 5 உம் பொது விகிதம் 2 உம் எனின் முதல் எட்டு உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.
5. 2, + 4, 8 என்ற பெருக்கல் விருத்தியின் கூட்டுத்தொகை 1022 ஆவதற்கு முதல் உறுப்பில் இருந்து எத்தனை உறுப்புகள் எடுக்கப்பட வேண்டும்?
6. பெருக்கல் விருத்தி ஒன்றின் 5 ஆம் உறுப்பு 8 உம், 3ஆம் உறுப்பு 4 உம் ஆகும். முதல் பத்து உறுப்புகளினதும் கூட்டுத்தொகை நேர்ப்பெறுமானம் ஆகுமெனின் பின்வருவனவற்றை காண்க.
 - (i) முதல் உறுப்பு
 - (ii) பொது விகிதம்
 - (iii) முதல் பத்து உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை
7. $x + 1, x + 3, x + 7...$ என்பவை ஒரு பெருக்கல் விருத்தியில் அடுத்து வரும் 3 உறுப்புகள் எனின் x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.
8. கூட்டல் விருத்தி ஒன்றின் 2 ஆம், 4 ஆம், 8 ஆம் உறுப்புகள் முறையே பெருக்கல் விருத்தி ஒன்றின் முதல் மூன்று உறுப்புகள் ஆகும். பெருக்கல் விருத்தியின் பொதுவிகிதத்தைக் காண்க.
9. $(n-6), n, (n+9)$ என்பன பெருக்கல் விருத்தி ஒன்றின் முதல் மூன்று உறுப்புகள் எனின் n இன் பெறுமானத்தைக் காண்க. இவ்விருத்தியின் முதல் 7 உறுப்புகளினதும் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

10. இயந்திரம் ஒன்றின் தொடக்கப் பெறுமதி ரூபா 3000 ஆகும். ஒவ்வொரு வருடமும் அதன் பெறுமானத்தில் 10% பெறுமானத் தேய்வு அடைகிறது. 8 வருட முடிவில் இயந்திரத்தின் பெறுமானம் என்ன?
11. எந்தவொரு நேர் நிறை எண் n இற்கும் பெருக்கல் விருத்தி ஒன்றின் n உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை $3^n - 1$ ஆகும். விருத்தியின் முதலாம் உறுப்பையும், பொதுவிகிதத்தையும் காண்க.
12. பொதுவிகிதம் $\frac{2}{3}$ உம் முதல் உறுப்பு 81 உம் உடைய பெருக்கல் விருத்தியொன்றின் முதல் ஐந்து உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.
13. முதல் உறுப்பு 36 உம் பொதுவிகிதம் $\frac{5}{6}$ உம் உடைய பெருக்கல் விருத்தியொன்றின் முதல் 20 உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க. (மடக்கையைப் பயன்படுத்துக.)
14. முதல் உறுப்பு 16 உம் பொதுவிகிதம் $\frac{4}{3}$ உம் ஆகவுள்ள பெருக்கல் தொடர் ஒன்றின் முதல் 10 உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை $16x$ எனக் காட்டுக. இங்கு $x = \frac{4^{10} - 3^{10}}{3^9}$ ஆகும்.

பூச்சியம் ஒரு பெருக்கல் விருத்தியொன்றின் உறுப்பாக அமைய முடியுமா?

16.4 பெருக்கல் இடை

(i) a, b என்பன நேரெண்களாயிருக்க இரு எண்களினதும் பெருக்கல் இடை \sqrt{ab} என வரையறுக்கப்படும். இது நேர்ப் பெறுமானம் ஆகும்.

உதாரணம் 12.

3 , 6, 12, 24, 48 எனும் பெருக்கல் தொடரில்

3 , 12 ஆகிய இரு எண்களினதும் பெருக்கல் இடை $\sqrt{3 \times 12}$ ஆகும்.

3 , 12 என்பவற்றின் பெருக்கல் இடை $= \sqrt{3 \times 12}$

$$= \sqrt{36}$$

$$= 6 \text{ ஆகும்.}$$

இங்கு 3, 6, 12 என்பன பெருக்கல் விருத்தியொன்றின் அடுத்துள்ள உறுப்புக்கள் ஆகும்.

a, b என்பன இரண்டு நேர் எண்களாகவும், c என்பது a, b என்பவற்றின் பெருக்கல் இடையும் எனின் a, c, b என்பன ஒரு பெருக்கல் விருத்தியில் அமையும்

உதாரணம் 13.

125, 25, 5 எனும் பெருக்கல் தொடரில்

125 , 5 என்பவற்றின் பெருக்கல் இடை

$$= \sqrt{125 \times 5}$$

$$= \sqrt{625}$$

$$= \sqrt{25^2}$$

$$= 25$$

இங்கு 125, 25, 5 என்பன பெருக்கல் விருத்தியின் அடுத்துள்ள உறுப்புக்கள் என்பதைக் கவனிக்க.

உதாரணம் 14.

12, 6, 3, $\frac{3}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{8}$, என்ற பெருக்கல் விருத்தியைக் கருதுக.

$$\begin{aligned} 6, \frac{3}{2} \text{ என்பவற்றின் பெருக்கல் இடை} &= \sqrt{6 \times \frac{3}{2}} \\ &= \sqrt{9} \\ &= 3 \end{aligned}$$

6, 3, $\frac{3}{2}$ என்பன பெருக்கல் விருத்தியில் அமைகின்றன.

(ii) a, b என்பன யாதாயினும் இரு எண்ணாகவிருக்க a, x, b என்பன பெருக்கல் விருத்தி ஒன்றின் அடுத்துள்ள உறுப்புக்களாக அமையுமாறு x இன் பெறுமானங்களைக் காண்போம்.

a, x, b என்பன பெருக்கல் விருத்தியின் அடுத்துள்ள உறுப்புக்கள் என்பதால் பொது விகிதத்தைக் கருதும்போது

$$\frac{x}{a} = \frac{b}{x}$$

$$\therefore x^2 = ab$$

$$\therefore x = \pm\sqrt{ab}$$

$\therefore x$ எடுக்கக் கூடிய பெறுமானங்கள் $+\sqrt{ab}$, $-\sqrt{ab}$ ஆகும். ஆகவே a, \sqrt{ab}, b, \dots , $a, -\sqrt{ab}, b, \dots$ என்றவாறு இரண்டு பெருக்கல் விருத்திகள் உண்டு.

குறிப்பு

\sqrt{ab} ஐக் காண்பதற்கு வர்க்க மூலக் குறியினுள் உள்ள பெறுமானம் நேர்ப் பெறுமானமாக இருப்பது அவசியம். எனவே a, b ஆகிய இரண்டு எண்களும் நேர்ப் பெறுமானங்களாக இருத்தல் வேண்டும் அல்லது இரண்டும் மறைப்பெறுமானமாக இருத்தல் வேண்டும்.

உதாரணம் 15.

4, x , 16 என்பன பெருக்கல் விருத்தி ஒன்றின் அடுத்துள்ள உறுப்புக்களாக இருப்பதற்கு x எடுக்கக் கூடிய பெறுமானங்களைக் காண்க. பொது விகிதத்தை கருதும்போது

$$\frac{x}{4} = \frac{16}{x}$$

$$\therefore x^2 = 64$$

$$x = \pm\sqrt{64} = \pm 8$$

$\therefore x$ எடுக்கக் கூடிய பெறுமானங்கள் 8 அல்லது -8 ஆகும். இதற்கேற்ப இரண்டு பெருக்கல் விருத்திகள் உண்டு.

$$4, 8, 16, \dots, \quad 4, -8, 16, \dots$$

உதாரணம் 16.

2, 8 என்பவற்றுக்கு இடையில் ஒரு எண்ணை இடுவதன் மூலம் ஒரு பெருக்கல் விருத்தியின் மூன்று உறுப்புக்களைப் பெறுக.

அவ்வெண்ணை x என்க. அப்போது பெருக்கல் விருத்தியின் மூன்று உறுப்புக்கள் 2, x , 8 ஆகும்.

$$\frac{x}{2} = \frac{8}{x}$$

$$\therefore x^2 = 16$$

$$\therefore x = \pm 4$$

\therefore மூன்று உறுப்புக்களும் 2, 4, 8 அல்லது 2, -4 , 8 ஆகும்.

உதாரணம் 17.

ஐந்து உறுப்புக்கள் ஒரு பெருக்கல் விருத்தியில் அமையுமாறு 2, 32 என்ற எண்களுக்கிடையில் மூன்று உறுப்புக்களைக் காண்க.

$$2, *, *, *, 32$$

$$\therefore T_1 = a = 2$$

$$T_5 = ar^4 = 32$$

$$\therefore \frac{ar^4}{a} = \frac{32}{2}$$

$$r^4 = 16$$

$$r = \pm 2$$

$r = 2$ எனின் கேட்கப்பட்ட மூன்று உறுப்புக்களும் 4, 8, 16 ஆகும்.

$r = (-2)$ எனின் கேட்கப்பட்ட மூன்று உறுப்புக்களும் -4, 8, -16 ஆகும்.

உதாரணம் 18.

ஒரு பெருக்கல் விருத்தியில் அமையுமாறு $\left(-\frac{1}{4}\right), (+2)$ என்பவற்றிற்கிடையில்

இரண்டு எண்களை புகுத்துக.

$$-\frac{1}{4}, *, *, +2$$

$$T_1 = a = -\frac{1}{4} \dots \dots \dots (1)$$

$$T_4 = ar^3 = 2 \dots \dots \dots (2)$$

$$\frac{(2)}{(1)} \Rightarrow \frac{ar^3}{a} = \frac{2}{\left(-\frac{1}{4}\right)}$$

$$r^3 = 2 \times (-4) = -8$$

$$\therefore r^3 = (-2)^3$$

$$r = -2$$

$$\therefore T_2 = ar = -\frac{1}{4} \times (-2) = \frac{1}{2}$$

$$T_3 = ar^2 = -\frac{1}{4} \times (-2)^2 = -\frac{1}{4} \times 4 = -1$$

\therefore பெருக்கல் விருத்தி $-\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, -1, 2$ ஆகும்.

பயிற்சி 16.4

1. 1, 64 என்பவற்றின் பெருக்கல் இடையைக் காண்க.
2. $\frac{1}{x^2y^2}, x^2y^2$ என்பவற்றின் பெருக்கல் இடையைக் காண்க.
3. $\frac{1}{8}, 128$ என்பவற்றுக்கிடையில் நான்கு உறுப்புக்களைச் சேர்ப்பதன் மூலம் பெருக்கல் விருத்தி ஒன்று கிடைக்கின்றது. அந்த நான்கு உறுப்புக்களையும் காண்க.
4. இரண்டு எண்களின் பெருக்கல் இடை 12 ஆகும். அவற்றுள் ஒரு எண் 6 எனின், மற்றைய எண்ணைக் காண்க.
5. 0.3, 8.1 என்பவற்றுக்கிடையில் இரண்டு உறுப்புக்களைச் சேர்ப்பதன் மூலம் பெருக்கல் விருத்தி ஒன்று கிடைக்கின்றது. அவ்விரு உறுப்புக்களையும் காண்க.
6. $3\frac{3}{4}, 60$ என்பவற்றுக்கிடையில் அமைந்து, அந்த இரு உறுப்புக்களுடன் ஒரு பெருக்கல் விருத்தியை அமைக்கும் மூன்று உறுப்புக்களைக் காண்க.

a, b என்பன இரண்டு நேர் எண்களாயிருக்க அவற்றின் பெருக்கல் இடை \sqrt{ab} ஆகும். a, x, b என்பன ஒரு பெருக்கல் விருத்தியின் அடுத்துள்ள மூன்று உறுப்புக்களாக இருக்குமாறு x இன் பெறுமானங்கள் \sqrt{ab} அல்லது $-\sqrt{ab}$ ஆகும்.