සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved

අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය
கல்வி அமைச்சு கல்வி அமைச்சு கல்வி அமைச்சு கல்வி அமைச்சு கல்வி அமைச்சு கல்வி அமைச்சு கல்வி அமைச்சு
Ministry of Education Ministry of Education Ministry of Education Ministry of Education Ministry of Education Ministry of Education

**අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය**
**கல்வி அமைச்சு**
**Ministry of Education**

## අ.පො.ස. (උ.පෙළ) උපකාරක සම්මන්ත්‍රණය - 2023

**සංයුක්ත ගණිතය I**
**இணைந்த கணிதம் I**
**Combined Mathematics I**

**10 S I**

*පැය තුනයි*
*மூன்று மணித்தியாலம்*
*Three hours*

| | | |
|---|---|---|
| අමතර කියවීම් කාලය | - | මිනිත්තු 10 යි |
| மேலதிக வாசிப்பு நேரம் | - | 10 நிமிடங்கள் |
| Additional Reading Time | - | 10 minutes |

**අමතර කියවීම් කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගන්න.**

| විභාග අංකය | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|

**උපදෙස්:**

- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
  **A කොටස** (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17).
- **A කොටස:**
  **සියලු ම** ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
- **B කොටස:**
  ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය, **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
- ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.

### පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

| (10) සංයුක්ත ගණිතය I | | |
|---|---|---|
| **කොටස** | **ප්‍රශ්න අංකය** | **ලකුණු** |
| A | 1 | |
| | 2 | |
| | 3 | |
| | 4 | |
| | 5 | |
| | 6 | |
| | 7 | |
| | 8 | |
| | 9 | |
| | 10 | |
| B | 11 | |
| | 12 | |
| | 13 | |
| | 14 | |
| | 15 | |
| | 16 | |
| | 17 | |
| | **එකතුව** | |

**එකතුව**

| | |
|---|---|
| ඉලක්කමෙන් | |
| අකුරින් | |

**සංකේත අංක**

| | | |
|---|---|---|
| උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක | | |
| පරීක්ෂා කළේ: | 1 | |
| | 2 | |
| අධීක්ෂණය කළේ: | | |

[දෙවැනි පිටුව බලන්න]

## A කොටස

**1.** සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^{n} 2^r = 2(2^n - 1)$ බව **ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය** ඇසුරෙන් සාධනය කරන්න.

**2.** $y = \left||x-2|-2\right|$ හි ප්‍රස්ථාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න. එනයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ $\left||x-2|-2\right| = \frac{x}{2}$ සමීකරණය විසඳන්න.

**3.** ආර්ගන්ඩ් තලය මත $0 \leq \text{Arg } Z \leq \frac{\pi}{3}$ යන අවශ්‍යතාවය තෘප්ත කරන z සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන R පෙදෙස අඳුරු කර දක්වන්න.
R පෙදෙස තුළවූ z සඳහා $|iZ + 2|$ හි අඩුතම අගය ද සොයන්න.

,

**4.** $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $(1 + x)^n$ හි ද්විපද ප්‍රසාරණය, $x$ හි ආරෝහණ බල ඇසුරින් ලියා දක්වන්න.
$(1 + x + ax^2)^7$ ප්‍රසාරණයේ $x^2$ පදයේ සංගුණකය 14 නම් $a = -1$ බව පෙන්වන්න.

**5.** $\lim_{x\to\frac{\pi}{4}} \frac{2\sqrt{x}-\sqrt{\pi}}{\sin(x-\frac{\pi}{4})} = \frac{2}{\sqrt{\pi}}$ බව පෙන්වන්න.

6. $f(x) = (x+1)tan^{-1}(\sqrt{x}) - \sqrt{x}$ විට $\frac{d[f(x)]}{dx}$ සොයන්න.

එනයින් $\int tan^{-1}\sqrt{x}\ dx$ ලබාගන්න.

$x = 3,\ y = 0$ හා $y = \sqrt{tan^{-1}\sqrt{x}}$ වක්‍ර මගින් ආවෘත වර්ගඵලය $x -$ අක්ෂය වටා රේඩියන $2\pi$ කෝණයකින් භ්‍රමණය කළ විට ජනිතවන ඝන වස්තුවේ පරිමාව $\frac{\pi}{3}\left(4\pi - 3\sqrt{3}\right)$ බව පෙන්වන්න.

7. $\theta$ පරාමිතියක් විට $x = a\cos\theta$, $y = b\sin\theta$ මගින් $C$ නම් වක්‍රයක් දෙනු ලැබේ. $\theta = \alpha$ වන $P$ ලක්ෂ්‍යයේ දී $C$ වක්‍රයට ඇඳි අභිලම්බයේ සමීකරණය $a\,x\sec\alpha - by\,\mathrm{cosec}\,\alpha + b^2 - a^2 = 0$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. මෙහි $(0 \le \alpha \le \pi)$ වේ. $C$ මත $\left(-\frac{a}{\sqrt{2}}, \frac{b}{\sqrt{2}}\right)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී ඇඳි අභිලම්භයේ සමීකරණය සොයන්න.

8. $l \equiv y - mx = 0$ සරල රේඛාව $4x + 3y - k = 0$ හා $5x - 12y + 7 = 0$ යන රේඛා දෙකෙහි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය හරහා ගමන් කරයි. $m$ හි අගය $k$ ඇසුරින් ලබා ගන්න. තවදුරටත් $l = 0$ රේඛාව $x + y = 0$ රේඛාවට ලම්භක බව දී ඇත්නම් $m$ හා $k$ හි අගයන් සොයන්න.

9. කේන්ද්‍රය $y$ - අක්ෂය මත පිහිටන $S$ නම් වෘත්තයක් $x^2 + y^2 = 9$ වෘත්තය ප්‍රලම්භව ඡේදනය කරයි. $x^2 + y^2 + x - 7y + 5 = 0$ වෘත්තය මගින් $S$ වෘත්තයේ පරිධිය සමච්ඡේදනය කරයි නම් $S$ සඳහා පිහිටීම් දෙකක් ඇති බව පෙන්වා එම වෘත්තවල සමීකරණ සොයන්න.

.............................................................................................................................................
.............................................................................................................................................
.............................................................................................................................................
.............................................................................................................................................
.............................................................................................................................................
.............................................................................................................................................
.............................................................................................................................................
.............................................................................................................................................
.............................................................................................................................................
.............................................................................................................................................
.............................................................................................................................................
.............................................................................................................................................
.............................................................................................................................................

10. $tan\,A = \frac{5}{12}$ හා $sinB = \frac{4}{5}$ නම් $sin\,(A + B)$ හි අගය සොයන්න.

මෙහි $\pi < A < \frac{3\pi}{2}$ හා $\frac{\pi}{2} < B < \pi$ වේ.

.............................................................................................................................................
.............................................................................................................................................
.............................................................................................................................................
.............................................................................................................................................
.............................................................................................................................................
.............................................................................................................................................
.............................................................................................................................................
.............................................................................................................................................
.............................................................................................................................................
.............................................................................................................................................
.............................................................................................................................................
.............................................................................................................................................
.............................................................................................................................................
.............................................................................................................................................
.............................................................................................................................................
.............................................................................................................................................
.............................................................................................................................................
.............................................................................................................................................

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved

අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය කල්வி அமைச்சு Ministry of Education

අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය
கல்வி அமைச்சு
Ministry of Education

අ.පො.ස. (උ.පෙළ) උපකාරක සම්මන්ත්‍රණය - 2023

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

10 S I

## B කොටස

✱ ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

**11** (a) $a, b, c \in \mathbb{R},\ a \neq 0$ සඳහා $ax^2 + bx + c = 0$ වර්ගජ සමීකරණයේ මූල එකතුව හා මූල ගුණිතය $a, b$ හා $c$ ඇසුරින් ලියා දක්වන්න.

$f(x) \equiv x^2 - p^2qx + q^2$ ලෙස දී ඇත. මෙහි $p, q \in \mathbb{R}^+$ වේ.

$f(x) = 0$ හි මූල α හා β නම්

(i) $\alpha^{\frac{3}{2}} + \beta^{\frac{3}{2}}$ හි අගය $p$ හා $q$ පදවලින් සොයන්න.

(ii) α හා β තාත්ත්වික වීම සඳහා $p$ ට ගත හැකි අඩුතම නිඛිල අගය සොයන්න.

(iii) $p$ සඳහා එම නිඛිල අගය ඇති විට $\alpha^{\frac{3}{2}}$ හා $\beta^{\frac{3}{2}}$ මූල වශයෙන් ඇති වර්ගජ සමීකරණය $q$ ඇසුරින් සොයන්න.

(b) $\lambda \in \mathbb{R}^+$ සඳහා $P(x) \equiv 2x^3 + x^2 - 2x + \lambda$ ලෙස බහුපදයක් දී ඇත.

(i) $\lambda$ යනු $P(x)$ බහුපදයේ ශුන්‍යයක් නම් $\lambda$ සඳහා ගතහැකි අගයන් සොයන්න.

(ii) $-\lambda$ යනු $P(x)$ බහුපදයේ ශුන්‍යයක් නම් $\lambda$ සඳහා ගතහැකි අගයන් සොයන්න.

(iii) ඉහත (i) හා (ii) අවස්ථා දෙකම සපුරාලන $\lambda$ හි අගයට අනුරූප $P(x)$ බහුපදය ලියා දක්වා, $P(x)$ යන්න ඒකජ සාධකවල ගුණිතයක් ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න.

(iv) $G(x) \equiv P(x) + 3x + 2$ බහුපදය $x^2 + 1$ න් බෙදූවිට ශේෂය සොයන්න.

**12** (a) ආයතනයක මෝටර් රථ 8 ක් ඇති අතර එහි රථ ගාලෙහි එක් පෙළකට මෝටර් රථ 4 බැගින් පේළි 2 ක නැවතුම් පහසුකම් ඇත.

(i) ආයතනය සතු මෝටර් රථ 8 ගාල් කර තැබිය හැකි ආකාර ගණන සොයන්න.

(ii) මුල් පෙළෙහි මුල් ස්ථානය සභාපතිතුමාගේ මෝටර් රථයට ද මුල් පෙළෙහි ස්ථානයක් ලේකම්තුමාගේ මෝටර් රථයට ද වෙන් කළ යුතු නම් වාහන 8 ගාල් කර තැබිය හැකි ආකාර ගණන සොයන්න.

(iii) මුල් පෙළෙහි මුල් ස්ථානය සභාපතිතුමාගේ හෝ ලේකම්තුමාගේ වාහන දෙකෙන් එකකට වෙන් කළ යුතු අතර ඉන් අනෙක් වාහනයට ද මුල් පෙළෙහි ස්ථානයක් වෙන් කළ යුතු නම් වාහන ගාල් කර තැබිය හැකි ආකාර ගණන සොයන්න.

(b) $\dfrac{r^2+3r-1}{(r^2-r+1)(r^2+r+1)} = \dfrac{Ar+B}{r^2-r+1} - \dfrac{Ar+2B}{r^2+r+1}$ වන පරිදි A හා B නියත ලබාගන්න. $r \epsilon \mathbb{Z}^+$ වේ.

$U_r = \dfrac{r^2+3r-1}{(r^2-r+1)(r^2+r+1)}$ නම් $U_r = f_r - f_{r+1}$ වන පරිදි $f_r$ සොයන්න.

එනයින්, $\sum_{r=1}^{n} U_r = 2 - \dfrac{(n+2)}{n^2+n+1}$ බව පෙන්වන්න.

මෙම ශ්‍රේණිය අභිසාරී වේ ද? හේතු දක්වන්න.

$$\sum_{r=1}^{n} U_r < 2 - \frac{11}{91}$$ නම් $n$ ට ගත හැකි උපරිම අගය සොයන්න.

[අටවැනි පිටුව බලන්න.

**13** (a) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ නම්, ගුණනය යටතේ A න්‍යාසය සමඟ න්‍යාදේශ වන B නම් න්‍යාසයක් $\lambda A + \mu I$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කල හැකි බව පෙන්වන්න.

මෙහි $\lambda$ සහ $\mu$ යනු තාත්ත්වික නියත ද $I$ යනු 2 වන ගණයේ ඒකක න්‍යාසය ද වේ.

$B = A^2$ වන පරිදි $\lambda$ සහ $\mu$ වල අගයන් සොයා එනයින් $A^{-1}$ සොයන්න.

(b) $Z^6$- 1 සාධකවලට වෙන්කිරීමෙන් $Z^6 - 1 = 0$ සමීකරණයේ සියලුම විසදුම් සොයන්න.

$Z_1$ සහ $Z_2$ යනු $Z^6 = 1$ සමීකරණයේ ඕනෑම ප්‍රභින්න විසදුම් දෙකක් නම්, ආගන්ඩ් සටහන භාවිතයෙන් හෝ අන්ක්‍රමයකින් හෝ $|Z_1 - Z_2|$ ට ලබාගත හැකි අගයන් $1, 2$ හෝ $\sqrt{3}$ බව පෙන්වන්න.

(c) ධන නිඛිලමය $n$ සඳහා ද' මුවාවර් ප්‍රමේයය භාවිතයෙන්

$\left(\frac{1+\sin\theta+i\cos\theta}{1+\sin\theta-i\cos\theta}\right)^n = \cos n\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right) + i\sin n\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)$ බව පෙන්වන්න.

$\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2n} = (-1)^n$ බව අපෝහනය කරන්න.

**14** (a) $x \neq -1$ සඳහා $f(x) = \frac{x(x+3)}{(x+1)^2}$ යැයි ගනිමු. $f(x)$ හි පළමු ව්‍යුත්පන්නය $f'(x)$ යන්න

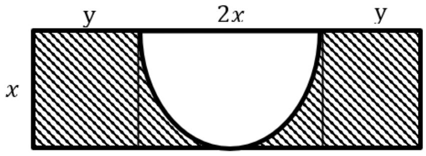
$f'(x) = -\frac{(x-3)}{(x+1)^3}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

එනයින් $f(x)$ හි අඩුවන හා වැඩිවන $x$ හි ප්‍රාන්තර සොයන්න. $f(x)$ හි හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක ලබාගන්න.

$x \neq -1$ සඳහා $f''(x) = \frac{2(x-5)}{(x+1)^4}$ බව දී ඇත. $y = f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයේ නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

ස්පර්ශෝන්මුඛ, හැරුම් ලක්ෂ්‍ය හා නතිවර්තන ලක්ෂ්‍ය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

(b) රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි දිග මීටර් $2(x+y)$ හා පළල මීටර් $x$ වූ සෘජුකෝණාස්‍රාකාර තහඩුවක වර්ගඵලය වර්ගමීටර් $8\pi$ වේ. එම තහඩුවෙන් අරය මීටර් $x$ වූ අර්ධ වෘත්තාකාර කොටසක් කපා ඉවත් කිරීමෙන් අඳුරු කළ කොටස ලබාගෙන ඇත. අඳුරු කළ කොටසේ පරිමිතිය මීටර් $P$ නම්, $P = \pi\left(x + \frac{16}{x}\right)$ බව පෙන්වා, $P$ අවම වන පරිදි $x$ හි අගය සොයන්න.




**15** (a) සියලු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $x^4 + 1 = A(x^4-1) + B(x^2+1)(x+1) + C(x^2+1)(x-1) - (x^2-1)$

වන පරිදි $A$ , $B$ හා $C$ නියතයන්ගේ අගයන් සොයන්න. එනයින් $\int \frac{x^4+1}{x^4-1}dx$ සොයන්න.

(b) (i) $y = x + \cos x \sin^3 x$ විට $\frac{dy}{dx} = 1 + 3\sin^2 x - 4\sin^4 x$ බව පෙන්වන්න.

$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x + 3x\sin^2 x - 4x\sin^4 x)\, dx$ විට,

ඉහත (i) හි ප්‍රතිඵලය හා කොටස් වශයෙන් අනුකලනය යොදගනිමින්

$I = \frac{1}{8}(\pi^2 - 2)$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $J_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + 3cos^2x - 4cos^4x)\, dx$ හා

$J_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x + 3x\, cos^2x - 4x\, cos^4x)\, dx$ වන විට

$\int_0^a f(x)\, dx = \int_0^a f(a-x)\, dx$ බව යොදාගනිමින්, $I = \frac{\pi}{2}J_1 - J_2$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $I$ යන්න (i) කොටසේ දී ඇත.

දැන් තවදුරටත් $\frac{d}{dx}(x - sinx\, cos^3x) = 1 + 3cos^2x - 4cos^4x$ බව දී ඇත්නම්,

$J_2 = \frac{1}{8}(\pi^2 + 2)$ බව පෙන්වා $J_1$ හි අගය අපෝහනය කරන්න.

(c) $\sqrt{x^3+1} = t$ යන ආදේශය යොදාගනිමින් $\int_0^2 \frac{x^8}{\sqrt{x^3+1}}\, dx$ අනුකලය අගයන්න.

**16** $l_1 \equiv x - \sqrt{3}y + 1 + k = 0$ හා $l_2 \equiv x + \sqrt{3}y + 1 - k = 0$ සරල රේඛා $(-1, 3)$ හරහා ගමන් කරයි නම් $k = 3\sqrt{3}$ බව පෙන්වන්න. $k$ සඳහා එම අගය ඇති විට $l_1 = 0$ හා $l_2 = 0$ අතර කෝණ සමච්ඡේදක වල සමීකරණ සොයන්න. මේවායින් සුළු කෝණ සමච්ඡේදකය $l$ ලෙස ගනිමු. $A \equiv (2,3)$ ලක්ෂ්‍යය $l$ සරල රේඛාව මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.

$A$ කේන්ද්‍රය වූ ද විෂ්කම්භය ඒකක 3 ක් වූ ද $S$ වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

$A$ සිට $l_1 = 0$ රේඛාවට ඇති ලම්බ දුර සොයා එනයින් $(-1, 3)$ ලක්ෂ්‍යයේ සිට $S$ වෘත්තයට අඳිනු ලබන ස්පර්ශකවල සමීකරණ අපෝහණය කරන්න.

$l = 0$ මත වූ $P$ ලක්ෂ්‍යයක සිට $S$ වෘත්තයට අඳිනු ලබන ස්පර්ශක එකිනෙකට ලම්බ වේ. $P$ සඳහා පිහිටීම් දෙකක් ඇති බව පෙන්වා එම ලක්ෂ්‍ය වල ඛණ්ඩාංක සොයන්න. තවදුරටත් එම ස්පර්ශක වලින් වටවූ චතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය ද සොයන්න.

**17** (a)

(i) $cos\, A, cos\, B, sin\, A$ හා $sin\, B$ ඇසුරෙන් $cos(A+B)$ ලියා දක්වන්න. $cos\, 3A$ සඳහා ප්‍රකාශනයක් $cos\, A$ ඇසුරෙන් ලබාගන්න.

(ii) $$\frac{2\cos 3x - 4cos^5x + 3cos^3x}{cosx(1 + sin^2x)} = \lambda \cos 2x + k$$

වන පරිදි $\lambda$ හා $k$ තාත්ත්වික නියත නිර්ණය කරන්න. එනයින්,

$$f(x) = \frac{2\, cos\, 3x - 4cos^5x + 3cos^3x}{cosx(1 + sin^2x)}$$

හි උපරිම හා අවම අගයන් සොයා $x\epsilon[-\pi, \pi]$ සඳහා $y = f(x)$ ප්‍රස්තාරයෙහි දළ සටහන අඳින්න.

(b) $ABC$ ත්‍රිකෝණයක් තුළ $P\hat{A}B = P\hat{B}C = P\hat{C}A = \alpha$ වන පරිදි $P$ ලක්ෂ්‍යයක් ඇත. සුදුසු ත්‍රිකෝණ දෙකක් සළකා **සයින් නීතිය** යෙදීමෙන් $PC$ සඳහා ප්‍රකාශන දෙකක් ලියා දක්වා,

$cot\alpha = cotA + cotB + cotC$ බව පෙන්වන්න.

(c) $x\epsilon\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ සඳහා $2\, tan^{-1}(cos\, x) = tan^{-1}(2cosec\, x)$ සමීකරණය විසදන්න.

***