



மாகாணக் கல்வித் திணைக்களம்-வடமாகாணம்



இணைந்த கணிதம் - II

தரம் : 13 (2023)

10 T II

மூன்று மணித்தியாலம்
மேலதிக வாசிப்பு நேரம் 10 நிமிடங்கள்

சுட்டெண்

அறிவுறுத்தல்கள்:

- பகுதி A இன் எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் விடைகளைத் தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதி B இல் உள்ள 7 வினாக்களில் விரும்பிய 5 வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B யிற்கு மேலே இருக்கக்கூடியதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதி B யை மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

(10) இணைந்த கணிதம்-II		
பகுதி	வினா எண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
மொத்தம்		

இணைந்தகணிதம்-I

இணைந்தகணிதம்-II

இறுதிப் புள்ளிகள்

பகுதி A

1. A, B என்னும் m . em திணிவுகளையுடைய இரு சிறிய ஒப்பமான கோளங்கள் ஒப்பமான கிடைமேசையொன்றின் மேல் வைக்கப்பட்டு அவற்றிற்கு \overline{AB} திசையில் முறையே u, eu என்னும் வேகங்கள் கொடுக்கப்படுகின்றன; இங்கு $e(0 < e < 1)$ என்பது கோளங்களின் மீளமைவுக் குணகம் ஆகும். மோத்தலின் பின் அவற்றின் வேகங்களைக் கண்டு B இன் வேகமானது e இல் தங்கியிருக்கவில்லை எனக் காட்டுக.
- e மாறும்போது A யின் வேகமானது இழிவாயிருக்குமாறு e இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. கிடைத் தரையில் உள்ள ஒரு புள்ளி O இற்கு நிலைக்குத்தாக மேலே உயரம் $\frac{3a}{2}$ இல் உள்ள ஒரு புள்ளி A இலிருந்து கிடையாக கதி u உடன் எறியப்படும் துணிக்கை O இன் ஊடான கிடைத்தரையை புள்ளி B இல் கிடையுடன் 60° திசையில் அடிப்பின் $u = \sqrt{ag}$ எனக் காட்டி OB ஐ a சார்பில் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

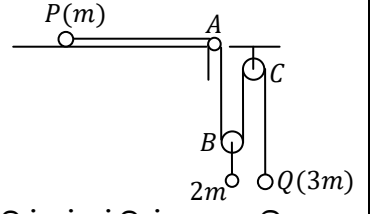
.....

.....

.....

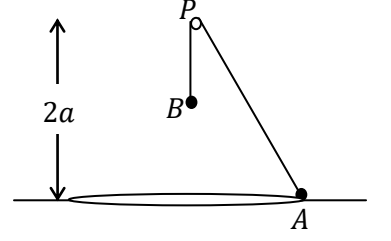
.....

3. ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசை மீதுள்ள திணிவு m ஐ உடைய துணிக்கை P உடன் தொடுக்கப்பட்ட ஓர் இலேசான நீட்டமுடியாத இழையானது மேசையின் ஓரத்தில் உள்ள நிலையான ஒப்பமான சிறிய கப்பி A யின் மேலாகச் சென்று $2m$ திணிவு தொங்கவிடப்பட்ட ஓர் இலேசான ஒப்பமான இயங்கத்தக்க கப்பி B இன் கீழாகச் சென்று நிலையான ஒப்பமான கப்பி C யின் மேலாகச் சென்று $3m$ திணிவுடைய துணிக்கை Q உடன் தொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இழை இறுக்கமாகவும் ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்திலும் இருக்க தொகுதி ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது. இழையின் இழுவைகளைத் துணிவதற்குப் போதிய சமன்பாடுகளை எழுதுக.



4. ஒரு புகையிரத்தின் மொத்தத் திணிவு $150 \times 10^3 \text{ kg}$. இது கிடைப்பாதையில் செல்லும் போது எஞ்சின் 90 kW வீதத்தில் வேலை செய்கிறது அப்போது அதன் உயர் கதி 54 kmh^{-1} ஆகும். அதன் தடைவிசையைக் காண்க. அதே வலுவிலும் அதே தடைவிசை தொழிற்படும்போதும் கிடைக்கு α சாய்வில் உள்ள பாதையில் மேல் நோக்கி செல்லும் போது அதன் அதி உயர் கதியை kmh^{-1} இல் காண்க. இங்கு $\sin \alpha = \frac{1}{300}$ உம் $g = 10 \text{ ms}^{-2}$ உம் ஆகும்.

5. ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசையிற்கு மேலே $2a$ உயரத்திலுள்ள P என்னும் நிலைத்த ஒப்பமான கப்பியின் மேலாகச் செல்லும் $5a$ நீள இலேசான நீளா இழையின் முனைகளுக்கு ஒவ்வொன்றும் m திணிவுடைய A, B என்னும் துணிக்கைகள் இணைக்கப்பட்டுள்ளன.



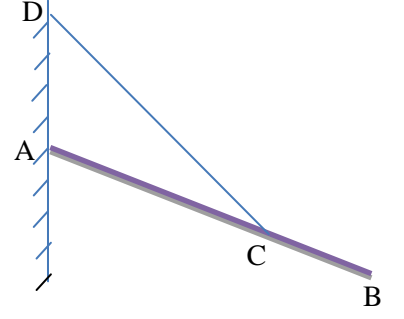
துணிக்கை A ஆனது மாறாக் கோணவேகம் $\sqrt{\frac{g}{4a}}$ உடன் மேசை மீது

கிடைவட்டத்தை வரைகின்றது. துணிக்கை B ஆனது நாப்பத்தில் தொங்குகின்றது. இழையின் பகுதி PA இன் நிலைக்குத்துடனான சாய்வு $\frac{\pi}{3}$ எனக் காட்டுக. துணிக்கை A மீது மேசையினால் உஞ்றற்படும் மறுதாக்கத்தைக் காண்க.

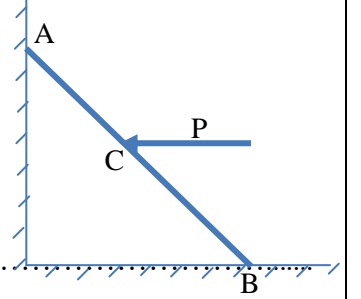
6. a, b என்பன பூச்சியமற்ற இரு காவிகளாகும். பின்வரும் ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும் a, b ஆகிய காவிகளிற்கு இடையில் உள்ள கோணத்தைக் காண்க.

- (i) $a.(a + 2b) = 0$ உம் $|b| = |a|$ உம்
(ii) $|a + b| = |a - b|$

7. படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு W நிறையும் $2a$ நீளமும் உள்ள சீரான கோலின் ஒரு முனை A ஒரு ஒப்பமான நிலைக்குத்துச் சுவருக்கு எதிரே கிடக்க $AC:CB = 3:1$ ஆகுமாறு கோலில் உள்ள ஒரு புள்ளி C இற்கு இலேசான நீளா இழையின் ஒரு முனை இணைக்கப்பட்டு இழையின் மறு முனை A இற்கு மேலே $\frac{3a}{2}$ உயரத்தில் உள்ள ஒரு புள்ளி D இற்கு இணைக்கப்பட்டு சமநிலை பேணப்படுகின்றது. கோல் நிலைக்குத்துடன் ஆக்கும் கோணத்தையும் இழையில் உள்ள இழுவையையும் காண்க.



8. W நிறையுடைய சீரான கோல் AB , அதன் முனை A ஒரு ஒப்பமான நிலைக்குத்துச் சுவருக்கு எதிரே கிடக்க மறு முனை B ஒரு கரடான கிடைத்தரையில் தங்கி இருக்க கோலின் நடுப்புள்ளி C இல் பிரயோகிக்கப்படும் கிடைவிசை P இனால் கோல் கிடையுடன் 45° சாய்வில் சமநிலையில் உள்ளது. கோலுக்கும் தரைக்கும் இடையிலான உராய்வுக் குணகம் $\frac{1}{3}$ எனின் $\frac{W}{3} \leq P \leq \frac{5W}{3}$ எனக் காட்டுக



9. A, B ஆகியன ஒரு மாதிரிவெளி Ω இன் இரு நிகழ்வுகளெனக் கொள்வோம். $P(A/B) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{2}$, $P(A \cup B) = \frac{2}{3}$ எனத் தரப்பட்டுள்ளன. $P(A \cap B)$, $P(A)$ ஆகியவற்றைக் கண்டு A, B என்பன சாரா நிகழ்வுகளெனக் காட்டுக.

10. ஒரு பரீட்சையில் 100 மாணவர்கள் பெற்ற புள்ளிகளின் இடையும் நியமவிலகலும் முறையே 50, 10 ஆகும். அப்பரீட்சையில் மாணவன் ஒருவனின் Z புள்ளி 2.2 எனின் அவன் பரீட்சையில் பெற்ற புள்ளி யாது? இந்தப் புள்ளி தவறாகப் பதியப்பட்ட புள்ளி எனவும் சரியான புள்ளி இப்புள்ளியிலும் 10 அதிகமாகனது எனவும் பின்னர் கண்டுபிடிக்கப்பட்டது. இப்பரீட்சையில் பெறப்பட்ட புள்ளிகளின் சரியான இடையைக் காண்க.

பகுதி B

11. (a) A, B என்பன ஒரு நேரிய வீதியில் a மீற்றர் இடைத்தூரத்தில் உள்ள இரு புள்ளிகளாகும். A இல் ஓய்விலிருந்து B ஐ நோக்கிப் புறப்படும் P என்னும் ஒரு கார் மாறா ஆர்முடுகல் $2f \text{ ms}^{-2}$ உடன் சிறிது தூரத்திற்கு இயங்கி பின்னர் மாறா அமர்முடுகல் $f \text{ ms}^{-2}$ உடன் எஞ்சிய தூரத்திற்கு இயங்கி B இல் ஓய்விற்கு வருகிறது. A புறப்படும் அதே நேரத்தில் B இல் ஓய்விலிருந்து A ஐ நோக்கிப் புறப்படும் Q என்னும் ஒரு கார் நேரம் $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3a}{f}}$ செக்கன்களிற்கு மாறா ஆர்முடுகலுடன் இயங்கி பின்னர் சீரான வேகத்துடன் இயங்கி கார் P ஆனது B இல் ஓய்வடையும் அதே கணத்தில் A ஐ அடைகின்றது.

P, Q ஆகியவற்றின் இயக்கங்களிற்கான வேக-நேர வரைபுகளை ஒரே உருவில் பரும்படியாக வரைக. **இதிலிருந்து,**

(i) கார் P இன் உயர்கதி $2\sqrt{\frac{af}{3}} \text{ ms}^{-1}$ எனக் காட்டுக.

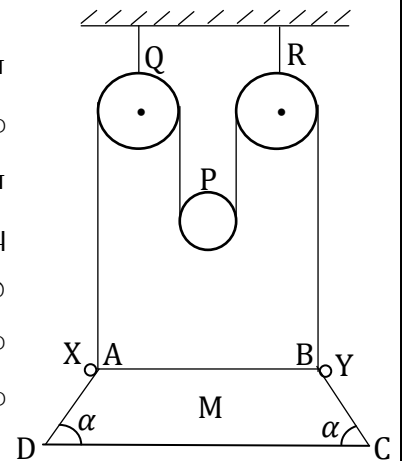
(ii) கார் Q இன் ஆர்முடுகலின் பருமனைக் காண்க.

(b) ஒரு கப்பல் P ஆனது சீரான கதி $\sqrt{3}u \text{ kmh}^{-1}$ உடன் வடக்கு நோக்கிச் செல்லும் அதே வேளை ஒரு கப்பல் Q ஆனது சீரான கதி $\frac{3}{2}u \text{ kmh}^{-1}$ உடன் கிழக்கு நோக்கிச் செல்கின்றது. ஒரு மூன்றாவது கப்பல் R ஆனது P இலிருந்து நோக்கப்படும்போது வடக்கின் 60° கிழக்குத் திசையில் இயங்குவதாகத் தோற்றும் அதேவேளை கப்பல் R ஆனது Q இலிருந்து நோக்கப்படும்போது வடக்கு நோக்கி இயங்குவதாகத் தோற்றுகின்றது. கப்பல் R இன் இயக்கத்திற்கான வேக முக்கோணிகளை **ஒரே படத்தில்** வரைந்து, கப்பல் R ஆனது கதி $3u \text{ kmh}^{-1}$ உடன் இயங்குகின்றது எனக் காட்டி, அதன் திசையையும் காண்க.

ஆரம்பத்தில் கப்பல் R ஆனது P இலிருந்து $d \text{ km}$ அப்பால் மேற்குத் திசையிலும் Q இலிருந்து $\sqrt{3}d \text{ km}$ அப்பால் தெற்குத் திசையிலும் இருக்கின்றனவென மேலும் தரப்பட்டுள்ளன.

P இற்கும் R இற்கும் இடையிலான மிகக்குறுகிய தூரத்தையும் அத்தூரத்தில் இருப்பதற்கு எடுத்த நேரத்தைக் கண்டு, இந்நேரத்தில் Q இற்கும் R இற்கும் இடையிலான தூரம் $\frac{\sqrt{3}d}{4} \text{ km}$ எனக் காட்டுக.

12. (a) படத்தில் காட்டியவாறு திணிவு m ஐ உடைய இயங்கும் ஒப்பமான கப்பி P இனூடும் நிலைத்த Q, R என்னும் ஒப்பமான கப்பிகளினூடும் செல்லும் நீட்ட முடியாத இழை மூலம் $ABCD$ எனும் சமச்சீரான இருசமபக்க சரிவக வடிவமுள்ள M திணிவுடைய ஒப்பமான ஆப்பு இணைக்கப்பட்டு ஓய்வில் இருந்து இயங்கவிடும் கணத்தில் ஒவ்வொன்றும் திணிவு m ஐ உடைய X, Y என்னும் துணிக்கைகளும் ஓய்விலிருந்து சாய்வுகள் AD, BC வழியே இயங்குகின்றன. இயங்கும் கப்பி P இன் திணிவு m ஆகும். இழை, கப்பிகள், துணிக்கைகள்



ஆகியன ஆப்பின் திணிவு மையத்தினூடு செல்லும் நிலைக்குத்துத் தளத்தில் உள்ளன. இழையில் உள்ள இழுவையையும், ஆப்பின் ஆர்முடுகலையும் துணிவதற்கான போதிய சமன்பாடுகளைப் பெறுக.

(b) O வை மையமாகவும் a ஐ ஆரையாகவுமுடைய திண்மக்கோளம் ஒன்று நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. திணிவு m ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை P ஆனது கோளத்தின் ஒப்பமான மேற்பரப்பில் உள்ள புள்ளி A யில் வைக்கப்பட்டு மெதுவாக விடப்படுகின்றது; இங்கு OA ஆனது மேன்முக நிலைக்குத்துடன் $\cos^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$ என்னும் கோணத்தை அமைக்கின்றது. OP ஆனது மேன்முக நிலைக்குத்துடன் கோணம் θ ஐ ஆக்கும்போது துணிக்கை கோளமெற்பரப்பில் இருக்கின்றதெனவும் அதன் வேகம் v எனவும் கொள்வோம்.

(i) $v^2 = \frac{ag}{2} (3 - 4 \cos \theta)$ எனக் காட்டுக.

(ii) இக்கணத்தில் துணிக்கை மீதான மறுதாக்கத்தைக் காண்க.

இதிலிருந்து, மேன்முக நிலைக்குத்துடன் OP ஆனது கோணம் $\frac{\pi}{3}$ ஐ ஆக்கும்போது துணிக்கை மேற்பரப்பை விட்டு வெளியெறுமெனக் காட்டுக. இக்கணத்தில் துணிக்கையின் வேகத்தின் கிடை, நிலைக்குத்து கூறுகளைக் காண்க.

13. இயற்கை நீளம் a ஐ உடைய ஒரு இலேசான மீள்தன்மை இழையின் ஒரு நுனி ஒப்பமான நீளமான மேசையின் ஒரு புள்ளி O இற்கு இணைக்கப்பட்டு இழையின் மற்றைய நுனியில் m திணிவுள்ள ஒரு துணிக்கை P இணைக்கப்பட்டு துணிக்கை P ஆனது O இல் இருந்து மேசை வழியே $2a$ தூரத்தில் உள்ள புள்ளி A இல் பிடிக்கப்பட்டு துணிக்கைக்கு \overline{OA} திசையில் $2\sqrt{6ag}$ வேகம் கொடுக்கப்பட்டபோது துணிக்கையானது O இல் இருந்து \overline{OA} திசையில் $6a$ தூரத்தில் கணநிலை ஒய்வடைந்தது எனின், இழையின் மீள்தன்மை மட்டு mg எனக் காட்டுக.

இப்போது m திணிவுள்ள துணிக்கை அகற்றப்பட்டு இழையின் நுனிக்கு $2m$ திணிவுள்ள துணிக்கை இணைக்கப்பட்டு துணிக்கையானது O இற்கு அருகே பிடிக்கப்பட்டு \overline{OA} திசையில் $5\sqrt{2ag}$ வேகம் கொடுக்கப்படுகின்றது. பொறிமுறை சக்திக்காப்பு கோட்பாட்டைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் $x \geq a$ இற்கு $\dot{x}^2 = -\frac{g}{2a} (x^2 - 2ax - 99a^2)$ எனக் காட்டுக; இங்கு x இழையின் நீளமாகும்.

இதிலிருந்து, துணிக்கையின் இயக்கச் சமன்பாடானது $x \geq a$ இற்கு $\ddot{x} = -\frac{g}{2a} (x - a)$ இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக.

$X = x - a$ எனக் கொண்டு மேற்குறித்த இயக்கச் சமன்பாட்டினை $X \geq 0$ இற்கு வடிவம் $\ddot{X} = -\frac{g}{2a} X$ இல் மறுபடியும் எழுதுக. எளிய இசை இயக்கத்தின் அலைவு மையத்தைக் காண்க. $\ddot{X} = -\frac{g}{2a} X$ இன் தீர்வு வடிவம் $\dot{X}^2 = \omega^2 (b^2 - X^2)$ எனத் தரப்படின், ω ஐயும் வீச்சம் b ஐயும் காண்க. O இலிருந்து \overline{OA} திசையில் $9a$ தூரத்தில் உள்ள புள்ளி B ஐ அடைவதற்கு எடுக்கும் இழிவு நேரம்

$\sqrt{\frac{2a}{g}} \left(\frac{1}{10} + \sin^{-1} \frac{4}{5} \right)$ எனக் காட்டுக.

B இல் துணிக்கையின் கதியைக் காண்க.

B ஐ துணிக்கை முதன் முதலில் அடையும் போது துணிக்கையானது தனது பாதையில் ஓய்விலுள்ள m திணிவுள்ள ஒரு துணிக்கையுடன் மோதி இணைகின்றது. மோதுகைக்குச் சற்றுப் பின்னர் சேர்த்தித் துணிக்கையின் கதியைக் காண்க.

சேர்த்தித் துணிக்கை O இல் இருந்து எவ்வளவு தூரத்தில் கணநிலை ஓய்வடையும் எனக் காண்க. சேர்த்தித் துணிக்கையின் அலைவுமையம், வீச்சத்தை காரணங்களுடன் எழுதுக.

சேர்த்தித் துணிக்கையின் இயக்கச் சமன்பாடானது $x \geq a$ இற்கு $\ddot{x} = -\frac{g}{3a}(x - a)$ இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக; இங்கு x இழையின் நீளமாகும்.

சேர்த்தித் துணிக்கையானது B இலிருந்து முதல் தடவை இழை தளர்வுறும் வரைக்கும் எடுக்கும் நேரம் $\sqrt{\frac{3a}{g}} \left\{ \frac{\pi}{2} + \cos^{-1} \frac{2\sqrt{22}}{11} \right\}$ எனக் காட்டுக.

14. (a) $\overline{AB} = \underline{a}$, $\overline{AD} = \underline{b}$ ஆகும்போது $|\underline{a}| = 1$, $|\underline{b}| = 2$ ஆகும்போது $ABCD$ ஓர் செவ்வகம். $BC = CF$ ஆகும்போது நீட்டப்பட்ட BC இல் F ஒரு புள்ளி. P ஆனது நீட்டப்பட்ட AB இல் $AB:BP = 1:m$ ஆகும்போதுள்ள ஒரு புள்ளி ஆகும். AF, DP என்பன E இல் சந்திக்கின்றன.

(i) \overline{AF} ஐ $\underline{a}, \underline{b}$ சார்பிலும் \overline{DP} ஐ $\underline{a}, \underline{b}, m$ சார்பிலும் காண்க.

இதிலிருந்து, $\angle AED = 90^\circ$ எனின் $m = 7$ எனக் காட்டுக.

(ii) $m = 7$ இற்கு $AE:EF = 1:r$ ஆகவும் $DE:EP = 1:k$ ஆகவும் இருப்பின் \overline{AE} ஐ $\underline{a}, \underline{b}, r$ சார்பிலும் \overline{DE} ஐ $\underline{a}, \underline{b}, k$ சார்பிலும் காண்க.

இதிலிருந்து, r, k இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(b) $Ox.Oy$ அச்சக்கள் குறித்து A, C, D ஆகிய புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகள் முறையே $(4, 0)$, $(4, 4\sqrt{3})$, $(0, 4\sqrt{3})$ ஆகும். B ஆனது $\angle OAB = \frac{5\pi}{6}$, $\angle DCB = \frac{2\pi}{3}$ ஆகும்போது Oxy தளத்தில் $OABCD$ ஒரு ஐங்கோணி ஆகும்போதுள்ள ஒரு புள்ளி ஆகும். A, B, C, D ஆகிய புள்ளிகளில் முறையே $\alpha \underline{i} + 2\sqrt{3} \underline{j}$, $8 \underline{i} + 4\sqrt{3} \underline{j}$, $6 \underline{i} - 5\sqrt{3} \underline{j}$, $-4 \underline{i} + 3\sqrt{3} \underline{j}$ என்னும் விசைகள் தாக்குகின்றன.

(i) $B \equiv (7, \sqrt{3})$ எனக் காட்டுக.

(ii) α இன் எப்பெறுமானத்திற்கும் இவ்விசைத் தொகுதி ஒரு தனி விசைக்கு ஒடுங்கும் எனவும் இவ் விசைத்தொகுதியின் விளையுள் உற்பத்தி O இனாடு செல்லும் எனவும் காட்டுக.

(iii) $\alpha = -6$ எனத் தரப்படின் விசைத் தொகுதியின் விளையுளைக் கண்டு விளையுள்ளனது C இனாடு செல்லும் எனக் காட்டுக. மேலும் விளையுளின் தாக்கக் கோட்டின் சமன்பாட்டையும் காண்க

(iv) இவ் விசைத்தொகுதியின் விளையுள் A இனாடு செல்வதற்குச் சேர்க்க வேண்டிய இணையைக் காண்க.

(v) விசைத் தொகுதியின் விளையுள் \overline{AB} வழியே $8\sqrt{3}$ ஆக அமைய வேண்டுமாயின் உற்பத்தி O இல் சேர்க்க வேண்டிய விசையையும் தளத்தில் சேர்க்க வேண்டிய இணையையும் காண்க.

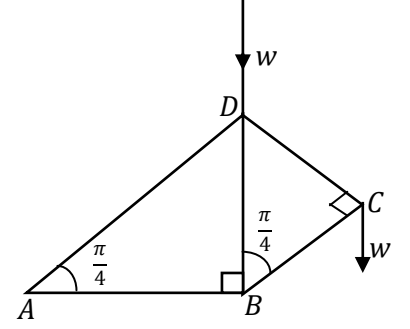
15. (a) ஒவ்வொன்றும் $2a$ நீளமும் W நிறையும் உடைய OA, AB, BC என்னும் மூன்று சீரான கோல்கள் A, B என்பவற்றில் சுயாதீனமாக மூட்டப்பட்டு O இலுள்ள நிலைத்த பிணையிலிருந்து சுயாதீனமாகத் தொங்குகின்றது. கோல் BC யிற்கு C இல் கிடையாக P எனும் விசை பிரயோகிக்கப்படுகிறது. சமநிலையில் BC கிடையுடன் 45° ஐ அமைகின்றது.

(i) விசை P ஐ W இன் சார்பில் காண்க.

(ii) பிணையல் O இலுள்ள மறுதாக்கம் $\frac{W}{2}\sqrt{37}$ என காட்டி, அதன் திசையையும் காண்க.

(iii) கிடையுடன் கோல் OA இன் சாய்வு $\tan^{-1} 5$ எனக் காட்டுக.

(b) ஐந்து இலேசான கோல்களால் ஒப்பமாக மூட்டப்பட்ட சட்டப்படலை உரு காட்டுகின்றது. AB கிடையாகவும் BD நிலைக்குத்தாகவும் உள்ளது. C, D இல் ஒவ்வொன்றும் w நிறையுடைய சுமை தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. A, B இல் இரு நிலைக்குத்து விசைகளால் சமநிலை பேணப்படுகின்றது.



$\hat{A}BD = \frac{\pi}{2}$ $\hat{B}CD = \frac{\pi}{2}$. ஏனைய கோணங்கள் $\frac{\pi}{4}$ ஆகும். தகைப்பு வரிப்படமொன்றை வரைக.

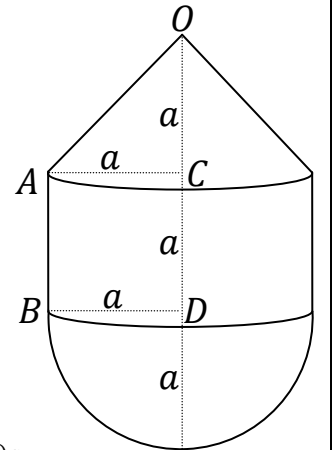
இதிலிருந்து, எல்லாக் கோல்களில் உள்ள தகைப்புகளைக் கண்டு அவை இழுவையா, உதைப்பா என வேறுபடுத்துக. மேலும் A, B இலுள்ள நிலைக்குத்து விசைகளையும் காண்க.

16. (i) ஆரை r ஐ உடைய ஒரு சீரான திண்ம அரைக் கோளத்தின் திணிவுமையம் அதன் மையத்திலிருந்து $\frac{3r}{8}$ தூரத்தில் உள்ளது எனவும்

(ii) அடியின் ஆரை r ஆகவும் உயரம் h ஆகவும் உள்ள ஒரு சீரான திண்ம செவ்வட்டக் கூம்பின் திணிவுமையம் உச்சியில் இருந்து தூரம் $\frac{3h}{4}$ இல் உள்ளது எனவும்

காட்டுக.

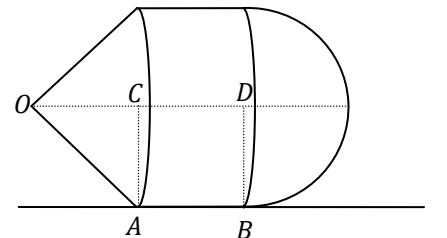
அடியின் ஆரை a உம் உயரம் a உம் உடைய ஒரு சீரான திண்ம செவ்வட்டக் கூம்பு, ஆரை a உம் உயரம் a உம் உடைய ஒரு சீரான திண்ம செவ்வட்ட உருளை, ஆரை a ஐ உடைய ஒரு சீரான திண்ம அரைக்கோளம் ஆகியவற்றை உருவில் காட்டியவாறு விறைப்பாகப் பொருத்துவதன் மூலம் ஒரு கூட்டுப்பொருள் உருவாக்கப்பட்டுள்ளது. கூம்பு, உருளை ஆகியவற்றின் அடர்த்தி σ உம் அரைக்கோளத்தின் அடர்த்தி $k\sigma$ உம் ஆகும்.



கூட்டுப்பொருளின் திணிவுமையம் கூம்பின் உச்சி O இலிருந்து தூரம் $\frac{(19k+21)a}{8(k+2)}$ இல் உள்ளதெனக் காட்டுக.

கூட்டுப்பொருளானது கூம்பு, உருளை என்பன ஒன்றிணையும் விளிம்பின் ஒரு புள்ளி A இலிருந்து நிலைக்குத்து இழையினால் சுயாதீனமாகத் தொங்கவிடப்படும்போது நாப்பத் தானத்தில் OD நிலைக்குத்துடன் அமைக்கும் கோணத்தைக் காண்க.

இப்போது கூட்டுப்பொருள் தொங்கப் புள்ளியிலிருந்து விடுவிக்கப்பட்டு உருளையின் வளைபரப்பின் பகுதி AB ஆனது ஒரு கிடைத்தளத்துடன் தொடுகையில் இருக்க நாப்பத்தில் இருக்குமெனின் $0 < k < \frac{11}{3}$ எனக் காட்டுக.



17. (a) A, B, C என்னும் மூன்று சர்வசமப் பெட்டிகள் ஒவ்வொன்றிலும் அவற்றின் நிறங்களைத் தவிர எல்லா அம்சங்களிலும் சர்வசமமான 6 பந்துகள் உள்ளன. பெட்டி A இல் 4 சிவப்புப் பந்துகளும் 2 வெள்ளைப் பந்துகளும் பெட்டி B இல் 3 சிவப்புப் பந்துகளும் 3 வெள்ளைப் பந்துகளும் பெட்டி C இல் 2 சிவப்புப் பந்துகளும் 4 வெள்ளைப் பந்துகளும் உள்ளன. இரு பெட்டிகள் எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுக்கப்பட்டு அவை ஒவ்வொன்றிலும் இருந்து ஒரு பந்து வெளியே எடுக்கப்படுகின்றன. வெளியே எடுக்கப்பட்டு இரு பந்துகளும்

(i) சிவப்பு நிறமாக இருப்பதற்கான

(ii) வெவ்வேறு நிறங்களை உடையதாக இருப்பதற்கான

(iii) வெவ்வேறு நிறங்களை உடையதெனத் தரப்படும்போது பெட்டிகள் A யும் B யும் தெரிந்தெடுக்கப்பட்டிருப்பதற்கான

நிகழ்தகவைக் காண்க.

(b) தரவுத் தொடை $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ இன் இடையும் நியமவிலகலும் முறையே \bar{x}, σ_x எனவும் $i = 1, 2, 3, \dots, n$ இற்கு $y_i = \frac{x_i - a}{b}$ எனவும் கொள்வோம்; இங்கு a, b ஆகியன மெய்ம் மாறிலிகளாகும். $\bar{y} = \frac{\bar{x} - a}{b}$ எனவும் $\sigma_y = \frac{\sigma_x}{|b|}$ எனவும் காட்டுக; இங்கு \bar{y}, σ_y ஆகியன முறையே தரவுத்தொடை $\{y_1, y_2, y_3, \dots, y_n\}$ இன் இடையும் நியமவிலகலும் ஆகும்.

ஒரு பரீட்சையில் தோற்றிய 100 மாணவர்கள் பெற்ற புள்ளிகள் பின்வரும் மீட்டன் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

புள்ளிகள்	மாணவர் எண்ணிக்கை
30 - 39	8
40 - 49	15
50 - 59	28
60 - 69	20
70 - 79	19
80 - 89	10

உருமாற்றம் $y = \frac{x - 54.5}{10}$ ஐப் பயன்படுத்தி y இன் இடையையும் நியமவிலகலையும்

$\frac{3(\text{இடை} - \text{இடையம்})}{\text{நியமவிலகல்}}$ இனால் வரையறுக்கப்படும் y இன் ஓராயக் குணகத்தையும் மதிப்பிடுக.

இதிலிருந்து, x இன் இடை, நியமவிலகல், ஓராயக் குணகம் ஆகியவற்றை மதிப்பிடுக.