



வடமாகாணக் கல்வித் திணைக்களத்தின் அனுசரணையுடன்
தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்

Field Work Centre

தவணைப் பரீட்சை, மார்ச் - 2017

Term Examination, March - 2017

தரம் :- 12 (2018)

இணைந்த கணிதம்

நேரம் :- 3 மணித்தியாலங்கள்

அறிவுறுத்தல்கள்:

- பகுதி A இன் எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் விடைகளைத் தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதி B இல் உள்ள 7 வினாக்களில் விரும்பிய 5 வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B யிற்கு மேலே இருக்கக் கூடியதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதி B யை மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

இணைந்த கணிதம்		
பகுதி	வினா எண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	மொத்தம்	

இறுதிப்புள்ளிகள்

பகுதி - A

- (1) $a, b, c \in R$ எனவும் a, b, c வெவ்வேறானவை எனவும் கொள்வோம். x இன் எல்லாப் பெறுமானங்களுக்கும் இருபடிச்சார்பு $y = x^2 - \frac{2}{3}(a + b + c)x + \frac{1}{3}(a^2 + b^2 + c^2)$ ஆனது x அச்சிற்கு மேலே இருக்கும் எனக் காட்டுக.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- (2) x, y, z நேர் மெய் எண்களாக அமைய, $\frac{1}{\log_{xy} xyz} + \frac{1}{\log_{yz} xyz} + \frac{1}{\log_{zx} xyz}$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- (3) $\frac{x-1}{x-2} \geq \frac{x-2}{x-3}$ எனும் சமனிலியின் தீர்வுத்தொடையை எழுதுக.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- (4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{\sqrt{x^2 + 9} - 3} = 48$ எனக் காட்டுக.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- (5) $\sin \theta = \frac{12}{13}, \cos \phi = \frac{-3}{5}$ எனவும் $0 < \theta < \frac{\pi}{2}, \pi < \phi < \frac{3\pi}{2}$ எனவும் கொள்வோம். $\sin(\theta + \phi)$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- (6) $\frac{\cos \theta}{(2 \cos \theta - 1)(3 \cos \theta - 1)}$ ஐப் பகுதிப் பின்னமாக்குக.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(7) கிடைத்தரையில் உள்ள ஒரு புள்ளி O வில் இருந்து நிலைக்குத்துத் தளத்தில் கிடையுடன் θ கோணத்தில் u வேகத்துடன் ஒரு துணிக்கை எறியப்படும்போது அது அடையும் அதியுயர் உயரம் h ஆகவும் எறியற் புள்ளி ஊடான கிடை வீச்சு R ஆகவும் இருப்பின், $\tan 2\theta = \frac{Rg}{u^2 - 4gh}$ எனக் காட்டுக.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(8) அலகுக் காவிகள் a, b ஆகியவற்றுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் θ எனின், $\tan \frac{\theta}{2} = \frac{|a-b|}{|a+b|}$ எனக் காட்டுக.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

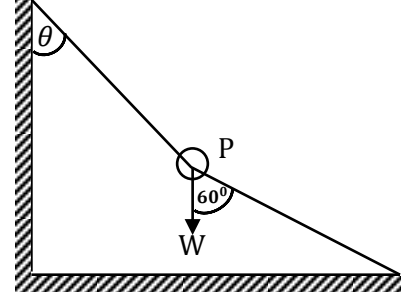
.....

.....

.....

.....

- (9) படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு W நிறை உடைய ஒரு துணிக்கை P யானது இரு இழைகளின் நுனிகளுக்கு இணைக்கப்பட்டு ஒரு இழை நிலைக்குத்துடன் 60° இலும் மற்றைய இழை நிலைக்குத்துடன் $\theta (< 60^\circ)$ கோணத்திலும் இருக்க சமநிலையில் உள்ளது. தரையுடன் இணைக்கப்பட்ட இழையில் உள்ள இழுவை $2W$ எனின், மற்றைய இழையில் உள்ள இழுவையையும் θ வையும் காண்க.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- (10) AB என்னும் ஓர் இலேசான கோலின் முனைகளில் w_1, w_2 என்னும் நிறைகள் கட்டப்பட்டுள்ளன. கோலில் உள்ள புள்ளி C பற்றித் தொங்கவிடப்படும்போது கோல்கிடையாக சமநிலை அடைகின்றது எனின், $AC : CB$ யைக் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



வடமாகாணக் கல்வித் திணைக்களத்தின் அனுசரணையுடன்
தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்

Field Work Centre

தவணைப் பரீட்சை, மார்ச் - 2017

Term Examination, March - 2017

தரம் :- 12 (2018)

இணைந்த கணிதம்

பகுதி - B

(11) (a) $x^2 - px + q = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α, β எனக் கொள்வோம்.

(i) $\alpha + 3, \beta + 3$ என்பவற்றை மூலங்களாகவுடைய இருபடிச் சமன்பாட்டை p, q இன் சார்பில் காண்க.

(ii) இருபடிச் சமன்பாடு $x^2 - p(p^2 - 3q)x + q^3 = 0$ இன் மூலங்களை a, β இன் சார்பில் காண்க.

(iii) $x^2 - px + q = 0$ ஆனது வெவ்வேறு மெய்மூலங்களைக் கொண்டிருப்பின் k இன் எல்லா மெய்ப் பெறுமானங்களுக்கும் $x^2 + (2k - p)x + q - kp = 0$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு வெவ்வேறு மெய்மூலங்கள் இருக்கும் எனக் காட்டுக.

(b) $f(x) \equiv (k^2 - 3)x^4 + kx^3 - 2x^2 + k^2 + 4$ இன் ஒரு காரணி $(x - 2)^2$ எனின் k இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

k இன் இப்பெறுமானத்திற்கு x இன் எல்லா மெய்ப்பெறுமானங்களுக்கும் $f(x) \geq 0$ எனக் காட்டுக.

(12) (a) $(2x)^{\ln 2} = (3y)^{\ln 3}, (3)^{\ln x} = 2^{\ln y}$ ஆகிய சமன்பாடுகளைக் கருதி $x = \frac{1}{2}$ எனக் காட்டுக.

(b) $\frac{2x^3}{(x+1)(x-2)}$ என்பதை பகுதிப் பின்னமாக எழுதுக.

(c) x இன் எல்லா மெய்ப்பெறுமானங்களிற்கும் $\frac{x+2}{x^2+3x+6}$ என்னும் சார்பு $-\frac{1}{5}$ தொடக்கம் $\frac{1}{3}$ வரை பெறுமானம் எடுக்கும் எனக் காட்டுக.

(d) a, b மெய்யாக அமைய $ab \leq \frac{1}{4}(a+b)^2$ எனக் காட்டுக. இதிலிருந்து அல்லது

வேறுவிதமாக $a, b > 0, a + b = 1$ என அமைய $\left(1 + \frac{1}{a}\right)\left(1 + \frac{1}{b}\right) \geq 9$ எனக் காட்டுக.

(13) (a) முதற்தத்துவத்திலிருந்து $\sqrt{1+x}$ இன் பெறுதியைக் காண்க.

(b) பின்வருவனவற்றில் $\frac{dy}{dx}$ ஐக் காண்க.

(i) $y = \frac{x^2-x+1}{x^2+x+1}$

(ii) $y = \tan^{-1} \left\{ \frac{1+\sin x}{1-\sin x} \right\}^{\frac{1}{2}}$; இங்கு $0 < x < \frac{\pi}{2}$

(c) $y = (\sin^{-1}x)^2 + a \sin^{-1}x + b$ எனின் $(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} = 2$ எனக் காட்டுக. இங்கு

a, b மாறிலிகள்

(d) $x^2y = a \cos nx$ எனின்

$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 4x \frac{dy}{dx} + (n^2x^2 + 2)y = 0$ எனக் காட்டுக. இங்கு a, n மாறிலிகள்

(14) (a) $\sin x - 3 \sin 2x + \sin 3x = \cos x - 3 \cos 2x + \cos 3x$ ஐத் தீர்க்க.

(b) $\tan^{-1} \left(\frac{x+1}{x+2} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{x-1}{x-2} \right) = \frac{\pi}{4}$ ஐத் தீர்க்க.

(c) வழமையான குறியீடுகளுடன் யாதாயினும் ஒரு முக்கோணி ABC இற்கு சைன்நெறியைக் கூறி நிறுவுக.

வழமையான குறியீடுகளுடன்

$(a^2-b^2) \cot c + (b^2-c^2) \cot A + (c^2-a^2) \cot B = 0$ எனக் காட்டுக.

(15) உற்பத்தி O வில் இருந்து கிடையுடன் θ கோணத்தில் u வேகத்துடன் ஒரு துணிக்கை ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்தில் புவியீர்ப்பின் கீழ் எறியப்படுகின்றது. $t = t$ யில் O குறித்து அதன் பாதையில் உள்ள புள்ளியின் ஆள்கூறு (x, y) எனின், $y = x \tan \theta - \frac{gx^2}{2u^2} \sec^2 \theta$ எனக் காட்டுக.

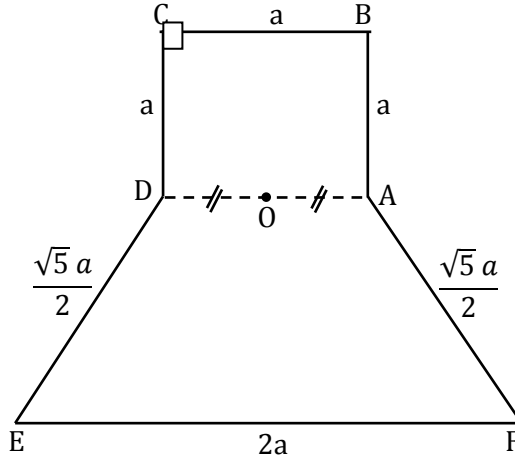
கிடைத் தரையில் இருந்து h உயரத்தில் உள்ள ஒரு புள்ளி O வில் இருந்து P, Q ஆகிய இரு துணிக்கைகள் முறையே u, v என்னும் வேகங்களுடன் முறையே கிடையாக, கிடையுடன் 60° கோணத்தில் மேல்நோக்கி ஒரே நிலைக்குத்துத் தளத்தில் எறியப்படுகின்றன. இரு துணிக்கைகளும் R தூரத்தில் கிடைத்தரையை ஒரே புள்ளியில் அடிப்பின்,

(i) $R^2 = \frac{2u^2h}{g}$ எனக்காட்டுக.

(ii) $h = \frac{2gR^2}{v^2} - \sqrt{3}R$ எனக் காட்டுக.

(iii) $\frac{4u}{v^2} - \frac{1}{u} = \sqrt{\frac{6}{gh}}$ எனக்காட்டுக.

(16)



உருவில் உள்ள தளத்தின் மீது OA, OB, OC, OD, OE, OF வழியே முறையே $1, 2\sqrt{5}, 3\sqrt{5}, 4, 5\sqrt{2}, 6\sqrt{2} N$ பருமனுள்ள விசைகள் தாக்குகின்றன. விளையுளின் பருமனையும் அது OA யுடன் அமைக்கும் கோணத்தையும் காண்க.

இப்போது, தளத்தின் மீது OG, OH வழியே முறையே $P, Q N$ பருமனுள்ள விசைகள் தாக்குகின்றன. இங்கு G, H என்பன முறையே AB, AF இன் நடுப்புள்ளிகள் ஆகும். தொகுதி சமநிலையில் இருப்பின், P, Q ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(17) (a) A, B என்னும் புள்ளிகளின் தானக்காவிகள் முறையே \mathbf{a}, \mathbf{b} ஆகும். AB யில் உள்ள யாதாயினும் ஒரு புள்ளி C யின் தானக்காவியை $(1 - \alpha)\mathbf{a} + \alpha\mathbf{b}$ என்னும் வடிவில் எழுதலாம் எனக்காட்டுக.

$ABCD$ என்பது ஒரு சரிவகம் ஆகும். $AB \parallel DC, AB = 2DC, AD = BC$ ஆகும். BC யின் நடுப்புள்ளி M ஆகும். நீட்டப்பட்ட AM நீட்டப்பட்ட DC யை N இல் சந்திக்கின்றது. $AN = \lambda AM, DN = \mu DC, \overrightarrow{DC} = \mathbf{a}, \overrightarrow{AD} = \mathbf{b}$ எனக் கொண்டு,

- (i) \overrightarrow{AN} ஐ \mathbf{a}, \mathbf{b} ஆகியவற்றில் காண்க.
- (ii) \overrightarrow{DN} ஐ \mathbf{a}, \mathbf{b} ஆகியவற்றில் காண்க.
- (iii) காவிக் கூட்டலைப் பயன்படுத்தி, λ, μ ஆகியவற்றைக் காண்க.
- (iv) இதிலிருந்து, M ஆனது AN இன் நடுப்புள்ளி எனக் காட்டுக.
- (v) DN ஐ C பிரிக்கும் விகிதம் யாது?

(b) $12m$ நீளமும் $270 kg$ நிறையும் உடைய AB என்னும் ஒரு சீரான கோல் அதன் நடுப் புள்ளியிலிருந்து முறையே $5m, 4m$ தூரங்களில் உள்ள இரு புள்ளிகளில் கட்டப்பட்ட இரு நிலைக்குத்தான இழைகளினால் கிடை நிலையில் தாங்கப்படுகின்றது. இழைகளில் உள்ள இழுவைகளைக் காண்க.

ஒவ்வொரு இழையும் தாங்கக்கூடிய மிகக்கூடிய நிறை $225 kg$ எனின், கோலில் இருந்து தொங்கவிடக்கூடிய மிகக்கூடிய நிறையைக் காண்க.

இந்நிறை தொங்கவிடப்படும் புள்ளிக்கும் கோலின் நடுப்புள்ளிக்கும் இடையேயான தூரத்தைக் காண்க.