අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය
கல்வி அமைச்சு
Ministry of Education

අ.පො.ස. (උ.පෙළ) උපකාරක සම්මන්ත්‍රණය - 2022

10 - සංයුක්ත ගණිතය I

ලකුණු දීමේ පටිපාටිය

සංයුක්ත ගණිතය I

A කොටස

(1) $\sum_{r=1}^{n} 6r(r-1) = 2n(n^2-1)$ බව

$n = 1$ විට $\text{L.H.S.} = \sum_{r=1}^{1} 6r(r-1) = 6.1(1-1) = 0$

$\text{R.H.S.} = 2(1)(1^2-1) = 0$

$n = 1$ සඳහා ප්‍රත්ඵලය සත්‍ය වේ. —— 5

$n = p$, $(p \in \mathbb{Z}^+)$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍යයැයි උපකල්පනයෙන්,

$\sum_{r=1}^{p} 6r(r-1) = 2p(p^2-1)$ ------------------(1) —— 5

$n = p+1$ සඳහා සාධනය

මේ සඳහා (1)හි දෙපසටම මෙම ශ්‍රේණියේ $(p+1)$ වන පදය ,

$T_{p+1} = 6(p+1)(p+1-1) = 6p(p+1)$ එකතු කරමු.

එවිට

$(1) \Rightarrow \sum_{r=1}^{p} 6r(r-1) + T_{p+1} = 2p(p^2-1) + T_{p+1}$

$= 2p(p^2-1) + 6p(p+1)$ —— 5

$= 2p(p+1)(p-1) + 6p(p+1)$

$= 2((p+1)[p(p-1)+3p]$

$= 2((p+1)[p^2+2p]$

$= 2((p+1)[(p+1)^2-1]$ —— 5

$\therefore n = p$ ට ප්‍රතිඵලය සත්‍ය නම් එවිට සඳහාද ප්‍රත්ඵලය සත්‍ය වන බව සාධනය වේ.

තවද $n = 1$ සඳහාද ප්‍රතිඵලය සත්‍ය විය.

$\therefore$ <u>ගණිත අභ්‍යුහන</u> මූලධර්මයට අනුව සියලු <u>ධන නිඛිල</u> n සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ. —— 5

---

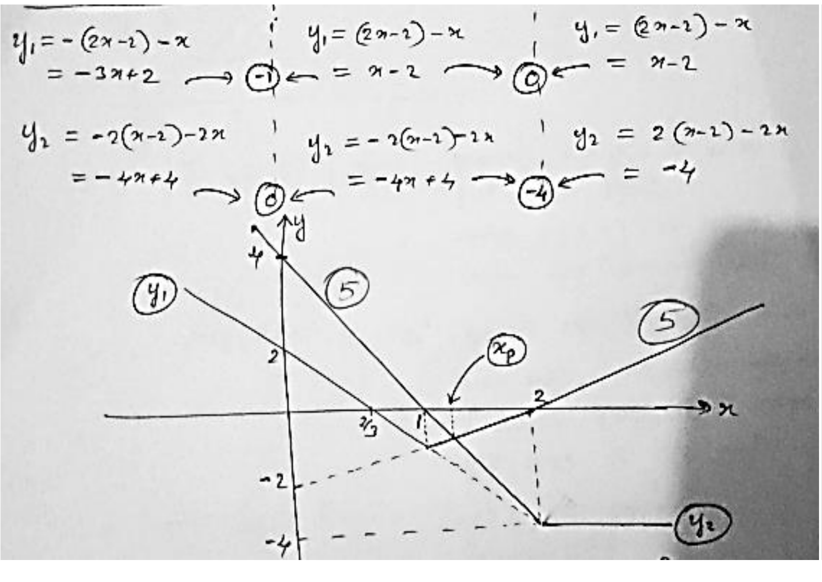
(2) $y = |2x-2| - x$ හා $y = 2|x-2| - 2x$

$|2x-2| \geq 0 \Rightarrow |2x-2| = 2x-2 \rightarrow x \geq 1$ විට

$|2x-2| < 0 \Rightarrow |2x-2| = -(2x-2) \rightarrow x < 1$ විට

$x-2 \geq 0 \Rightarrow |x-2| = x-2 \rightarrow x \geq 2$ විට

$x-2 < 0 \Rightarrow |x-2| = -(x-2) \rightarrow x < 2$ විට



x_P

$x - 2 = -4x + 4$

$x = \frac{4}{5}$

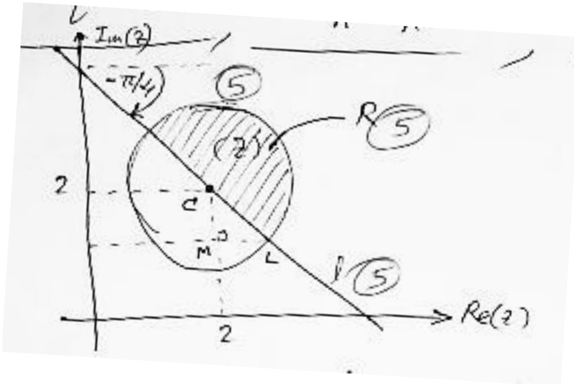
$y_1 = |2x-2| - x$ හා $y_2 = 2|x-2| - 2x$

$y_2 > y_1 \longrightarrow 2|x-2| - 2x > |2x-2| - x$

$|2x-4| - |2x-2| > x$

$x < \frac{4}{5}$

(3)



$|\mathbb{Z}-2-2i| \leq 1$ අවශ්‍යතාව සපුරාලන $\mathbb{Z}$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යා අයත් පෙදෙස වනුයේ , කේන්ද්‍රය $\equiv (2,2)$ හා අරය $= 1$වූ වෘත්තය තුළ ප්‍රදේශයයි.

$Arg(z-4i) \geq -\frac{\pi}{4}$ අවශ්‍යතාව සපුරාලිය යුතු විට ඉහත වෘත්තය තුළ, එහි කේන්ද්‍රය හරහා යන l රේඛාවට ඉහළින් පිහිටි අඳුරු කර ඇති පෙදෙස R විය යුතුයි.

Rපෙදෙස තුළ පිහිටමින් $\mathrm{Im(z)}$ අවම වනුයේ L *ලක්ෂයේදීය* ———— 5

$\therefore \mathrm{Im(Z)}$ අවම = $\therefore \mathrm{Im}(\mathrm{Z}_L)$

$= 2 - CM$

$= 2 - 2Cos\frac{\pi}{4}$

$= 2 - \frac{2}{\sqrt{2}}$ ———— 5

---

(4) $(\sqrt{3} + 11^{1/5})^{10}$ ප්‍රසාරණයේ $(r+1)$ වන පදය,

$T_{(r+1)} = {}^{10}_{r}c(\sqrt{3})^{10-r}(11^{1/5})^{r}$ ———— 5

$= {}^{10}_{r}c.\, 3^{(5-r/2)} 11^{r/5}$ ———— 5

මෙහි $r = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$ වේ.

මෙම පද 11 අතුරින් (පරිමේය පද ලැබෙනුයේ) පදයක් සඳහා පරිමේය අගයක් ලැබෙනුයේ

$r = 0 \rightarrow T_1 = {}^{10}_{0}c3^5$ ———— 5

$r = 10 \rightarrow T_{11} = {}^{10}_{10}c11^2$ ———— 5 යන පද 2 පමණි

$\therefore$ ඒවායේ එකතුව

$T_1 + T_{11} = {}^{10}_{0}c3^5 + {}^{10}_{10}c11^2$

$= 243 + 121$ ———— 5

$= 364$

(5) $\lim_{x\to\frac{\pi}{6}}\left[\frac{12-12\cos(2x-\pi/_3)}{(6x-\pi)^2}\right]$

$= 12\lim_{x\to\frac{\pi}{6}}\left[\frac{1-\cos 2(x-\pi/_6)}{36(x-\pi/_6)^2}\right]$ ——— 5

$= \frac{1}{3}\lim_{x\to\frac{\pi}{6}}\left[\frac{1-[1-2Sin^2(x-\pi/_6)}{(x-\pi/_6)^2}\right]$ ——— 5

$= \frac{2}{3}\lim_{x\to\frac{\pi}{6}}\left[\frac{Sin^2(x-\pi/_6)}{(x-\pi/_6)^2}\right]$ ——— 5

$= \frac{2}{3}\lim_{x-\frac{\pi}{6}\to 0}\left[\frac{Sin(x-\pi/_6)}{(x-\pi/_6)}\right].\lim_{x-\frac{\pi}{6}\to 0}\left[\frac{Sin(x-\pi/_6)}{(x-\pi/_6)}\right].$

$= \frac{2}{3}.1.1$

$= \frac{2}{3}$

හෝ

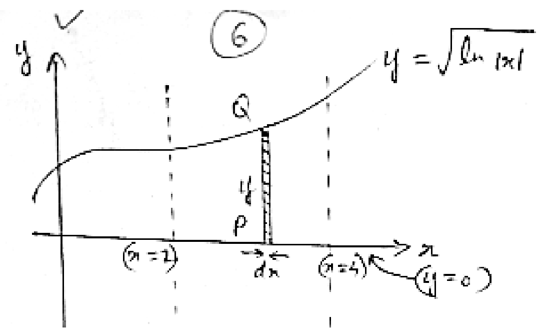
$= \frac{2}{3}\lim_{x-\frac{\pi}{6}\to 0}\left[\frac{Sin(x-\pi/_6)}{(x-\pi/_6)}\right]^2.$ ——— 5

$= \frac{2}{3}.(1)^2$

$= \frac{2}{3}$ ——— 5

---

(06)



අංශුමාත්‍රීය PQ තීරය x අක්ෂය වටා $2\bar{a}$ මගින් හමණයෙන් ජනිත අංශුමාත්‍රීය (තැටිය) සිලින්ඩරයේ පරිමාව

$\delta v = (\pi r^2 h)$

$= \pi y^2 dx$

$\therefore$ $x = 2$ සිට $x = 4$ දක්වා වූ මුලු පෙදෙස (y වක්‍රය යට වර්ගඵලය) x අක්ෂය වටා $2\,\pi$ මගින් භ්‍රමණයෙන් ජනිත පරිමාව

$v = \int_2^4 \delta v$

$= \int_2^4 \pi\, y^2 dx$

$= \pi \int_2^4 ln|x| dx$ ——— 5

$= \pi \int_2^4 \left[ln[x] . \frac{d(x)}{d(x)} \right] d(x)$

$= \pi \left\{ [x ln|x|]_2^4 - \int_2^4 x . \frac{1}{x}\, dx \right\}$ ——— 5 + 5

$= \pi\{[4\, ln(4) - 2ln(2)] - [x]_2^4\}$ ——— 5

$= \pi\{4\, ln(4) - 2ln(2) - (4-2)\}$

$= 2\,\pi\, [2\, ln(4) - ln(2) - 1]$

$= 2\,\pi [ln(16) - ln(2) - 1]$ ——— 5

$= 2\,\pi\, ln(2^3)$

$= 6\pi ln(2)$

---

(07)

$x = 3, Sec\,\theta$ හා $y = 6\, tan\theta$ ඛණ්ඩාංක මගින්

$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{36} = \frac{(3Sa\theta)^2}{9} - \frac{(6\, tan\theta)^2}{36}$

$= Sec^2\theta - tan^2\theta$

$= 1 + tan^2\theta - tan^2\theta$ ——— 5

$\Rightarrow \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{36} = 1$

$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{36} = 1$ බහුඵලය මත පරාමිතිය θ වන ලක්ෂායේ

$P \equiv [3\, Sec\theta\, ; 6\, ta\theta]$ ලෙසින් දැක්විය හැක

$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{36} = 1$, x විෂයයෙන් අවකලනයෙන්

$\frac{2x}{9} - \frac{2y}{36}\frac{dy}{dx} = 0$ ——— 5

$\frac{dy}{dx} = \frac{4x}{y} = \frac{4.3\, Sec\theta}{6\, tan\theta} = \frac{2}{Sec\,\theta}$

$\therefore \left(\frac{dy}{dx}\right)_{\theta = \frac{\pi}{6}} = \frac{2}{Sin\frac{\pi}{6}} = \frac{2}{1/2} = 4$ ——— 5

$\therefore \theta = \frac{\pi}{6}$ වන ලක්ෂායේ දී බහුවලයට ඇඳි අභිලම්භයේ අනුක්‍රමණය $= \frac{1}{4}$ වේ. $\because m_1 m_2 = -1$

තවද $\therefore \theta = \frac{\pi}{6} \rightarrow P(\theta) \equiv [3 sec\frac{\pi}{6}\, ; 6\, tan\frac{\pi}{6}]$

$\equiv (2\sqrt{3}\, ; 2\sqrt{3})$ ——— 5

∴ $P(\theta = \pi/6)$ වන P ලක්ෂ්‍යයකදී බහුවලයට ඇඳි අභිලම්භය

$$y - y^1 = m(x - x^1)$$

$$y - 2\sqrt{3} = -\frac{1}{4}\left(x - 2\sqrt{3}\right) \qquad 5$$

$$x + 4y = 10\sqrt{3}$$

---

(08)

$l = 0$ හි අනුක්‍රමණය m බැවින්

$l \equiv y = mx + c$ ලෙසින් දැක්විය හැක.

එම රේඛාවට O $(0,0)$ සිට ඇති ලම්භ දුර ඒකක 1ක් බැවින්

$\left|\frac{m(0)-(0)+c}{\sqrt{m^2+1}}\right| = 1$

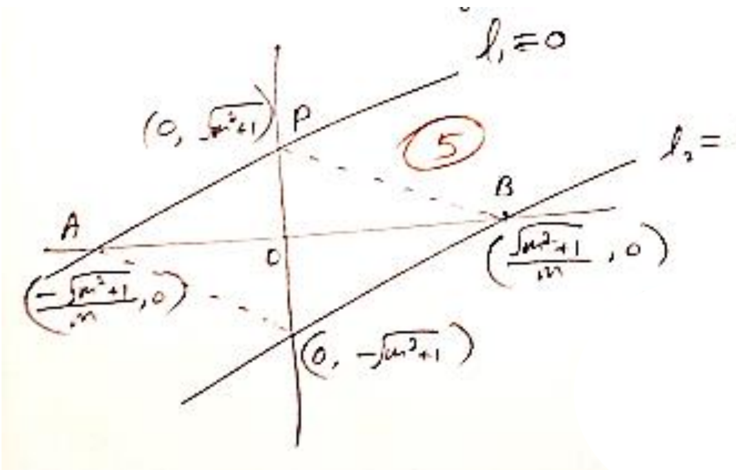
$c = \pm\sqrt{m^2+1}$ 5

∴ c සඳහා ප්‍රභින්න අගය 2ක් පවතී

∴ l සඳහා පිහිටීම් 2 කි

ඒවා $l_1 \equiv y = mx + \sqrt{m^2+1}$ හා 5

$l_2 \equiv y = mx - \sqrt{m^2+1}$ වේ 5

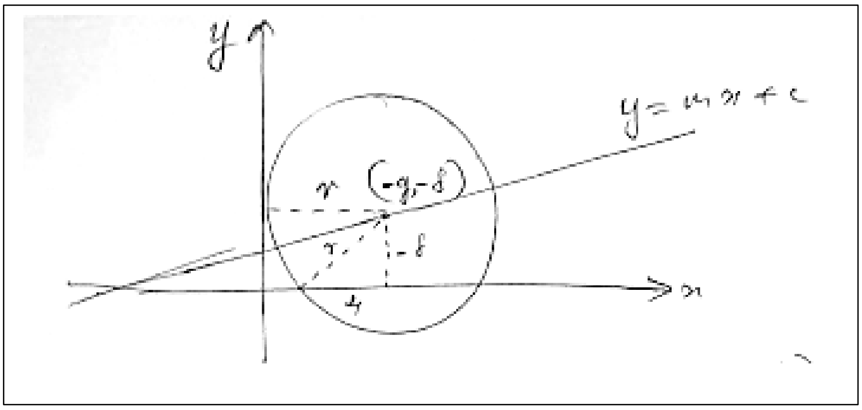


රේඛා 2හි සම්මුඛ පාද හා ඛණ්ඩාංක අක්ෂ විකර්ණ ලෙස පවතින රොම්බසයේ වර්ගඵලය S විට

$S = 2.\frac{1}{2}(AB)(OP)$ 5

$= 2\left|\frac{\sqrt{m^2+1}}{m}\right|\sqrt{m^2+1} = \left|\frac{2(m^2+1)}{m}\right|$ වර්ග ඒකක

(09)



$s = 0$ හි කේන්ද්‍රය වන $(-g - f)$ ලක්ෂ්‍ය $y = mxfc$ මත පිහිටන බැවින්,

$\therefore\ -f = m(-g) + c$ ------------(1) 5

$\therefore$ කේන්ද්‍රය, $(-g,-f) \equiv [-g,(c - mg]$ ලෙස වේ. 5

- y අක්ෂය ස්පර්ශ කරන බැවින්,

  $-g = r$

  $g^2 = g^2 + f^2 - p$

  $f^2 = p$

  $(c - mg)^2 = p$ ----------------(2) 5

- x අක්ෂයෙන් ඒකක 8ක් දිග ජනයක් කපන බැවින්

  $r^2 = 4^2 + f^2$

  $g^2 + f^2 - \mathrm{p} = 16 + f^2$

  $p = g^2 - 16$ -----------------(3) 5

  (2) = (3) $\Rightarrow (c - mg)^2 = g^2 - 16$ 5

  $g^2(1 - m^2) + 2gmc = 16 + c^2$

---

(10)

$Sin^2\theta + Cos^2\theta = 1$

$\frac{Sin^2\theta}{Sin^2\theta} + \frac{Cos^2\theta}{Sin^2\theta} = \frac{1}{Sin^2\theta}$ $(Sin\theta \neq 0$

$1 + Cot^2\theta = Cosec^2\theta$ 5

$Cot^2\theta - Coses^2\theta = -1$

$(Cot\theta - Cosec\theta)\,(Cot\theta + Cosec\theta) = -1$ 5

$\frac{5}{4}(Cot\theta + Cosec\theta) = -1$

$\therefore Cot\theta + Cosec\theta = \frac{-4}{5}$ --------------------(1)

$Cot\theta - Cosec\theta = \frac{5}{4}$ -------------------- (2) 5

$(1) - (2) \Rightarrow 2Cosec\theta = \frac{-4}{5} - \frac{5}{4}$ 5

$= \frac{-16-25}{20}$

$Cosec\theta = \frac{-41}{40}$ 5

$\therefore Sin\theta = \frac{-40}{41}$

---

(11)

$f(x) \equiv x^2 + (2a-1)x + (a+1)$

$(x + 2a - 1)$යනු $fx)$ හි සාධකයක් බැවින්

$x = (1-2a)$යනු $f(x) = 0$ හි මූලයක් විය යුතුය. 5

$\therefore f(1-2a) = 0$ 5

$(1-2a)^2 + (2a-1)(1-2a) + (a+1) = 0$ 5

$(1-2a)^2 - (1-2a)^2 + (a+1) = 0$

$a = -1)$ 5 20

$a = -1$ විට $fx \equiv x^2 - 3x$

$\equiv x(x-3)$ 5

$\therefore f(x) = 0$ හි මූල $x = 0$ හා $x = 3$ වේ. 5 10

$F(x) \equiv f(p-2x)$ විට

$Fx \equiv (p-2x)^2 - 3(p-2x)$ 5 10

$\equiv 4x^2 + 2(3-2p)x + p(p-3)$ 5

$\Delta F(x) = [[2(3-2p)]^2 - 4.4.p(p-3)$ 5

$= 4(3-2p)^2 - 10p^2 + 48p = 36 > 0$ 5

$\therefore$සියලු $p \in R$ සඳහා $\Delta Fx = 6^2 > 0$ වේ.

සියලු $p \in R$ සඳහා $F(x) = 0$ වර්ග සමීකරණයට තාත්වික සෘණ ප්‍රභින්න මූල පවතී. 5 15

$F(x) = 0$ හි මූල α, β විට $\alpha + \beta = \frac{-2(3-2p)}{4}$ $\quad \alpha\beta = \frac{p(p-3)}{4}$

$G(x) = 0$ හි මූල λ, μ නම් $\lambda = \frac{1}{\alpha}$ හා $\mu = \frac{1}{\beta}$ වේ. ——— 5

එවිට $\lambda + \mu = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} = \frac{-2(3-2p)}{4} \Big/ \frac{p(p-3)}{4} = \frac{4p-6}{p(p-3)}$ ——— 5

$\lambda\mu = \frac{1}{\alpha}.\frac{1}{\beta} = \frac{4}{p(p-3)}$ ——— 5

එවිට $G(x) = (x-\lambda)(x-\ \mu) = 0$ ——— 5

$= x^2 - (\lambda+\mu)x + \lambda\mu = 0$ ——— 5 ——— 5

$= x2 - \frac{4p-6}{p(p-3)}x + \frac{4}{p(p-3)} = 0$

$p(p-3)x^2 - (4p-6)x + 4 = 0$ ——— 10

එවිට $\Delta G(x) = [-4p-6]^2 - 4.p(p-3).4$ ——— 5

$\quad = 16p^2 - 48p + 36 - 16p^2 + 48p$

$\quad = 36$ ——— 5

$\boxed{50}$

$\Longrightarrow \Delta F(x) = \Delta G(x)$

$$
\begin{array}{r|l}
 & x^2 + \lambda x + (2+\lambda) \\ \hline
x^2 - x - 2 & x^4 - (1-\lambda)x^3 + \mu x + 2 \\
 & x^4 - x^3 - 2x^2 \\ \hline
 & \quad \lambda x^3 + 2x^2 + \mu x + 2 \\
 & \quad \lambda x^3 - \lambda x^2 - 2\lambda x \\ \hline
 & \qquad (2+\lambda)x^2 + (\mu + 2\lambda)x + 2 \\
 & \qquad (2+\lambda)x^2 - (2+\lambda)x - 2(2+\lambda) \\ \hline
 & \qquad (3\lambda + \mu + 2)x + 2 + 2(2+\lambda)
\end{array}
$$

——— 10 (quotient)

——— 10 (remainder)

ශේෂය $10(x+1)$ බැවින්

$10(x+1) = (3\lambda + \mu + 2)x + 2 + 2(2+\lambda)$ විය යුතුයි.

අනුරූප සංගුණක සැසඳීමෙන් $2\lambda + 6 = 10$

$\Rightarrow \lambda = 2$ ——— 5

$\quad \mu = 2$ ——— 5

$\boxed{30}$

එවිට $P(x) \equiv x^4 + x^3 + 2x + 2$

$\equiv x^3(x+1)+2(x+1)$

$\equiv (x+1)(x^3+2)$ 5

$\therefore (x+1)$ යනු $P(x)$ හි සාධකයකි.

තවදුරටත් $P(x) \equiv [x = (-1)][x^3 — 2]$

මෙහි $-1 = \alpha$ හා $-2 = \beta$ විට 5 + 5

$P(x) \equiv (x-\alpha)(x^3-\beta)$ ආකාරය ගනී. 15

12(a)

වෛද්‍ය		හෙද		සාත්තු සේවා	
Male	Female	Male	Female	Male	Female
3	1	7	4	5	5

Total	
Male	Female
15	10

(i) $^{25}C_5 = \frac{25!}{5!20!} = \frac{25.24.23.22.21}{5.4.3.2.1}$ 5 + 5

$= 53130$ 5 15

(ii)

වෛද්‍ය	හෙද	සාත්තු සේවා
M – (+) F – 1	1	1
M – 1 F – 1 + 1	1	1
M – 1 F – 1	1+1	1
M – 1 F – 1	1	1+1

<u>3c1x1c1x11c1x 10c1</u> = 3x11 = <u>330</u>
?
<u>3c1x1c1x11c2x 10c1</u> = 3x55x10 = <u>1650</u>
3c1x1c1x11c1x 10c2 = 3x11x45 = <u>1485</u>
<u>3465</u>

5x<u>7</u> 35

(iii) වෛද්‍ය ක්ෂේත්‍රයේ සියලුදෙනාම ඇතුළත් විය යුතු විට (එහි 4 දෙනෙකු සිටින බැවින්) <u>ඉතිරි පිරිස 21 න් එක් අයෙකු පමණක් තෝරා ගැනීම සිදුකළ යුතුයි.</u> 5

$\therefore$ එවැනි කමිටු ගණන = $^{21}C_1 = 21$ 5 10

(b) $f(r) = \frac{2}{(2r-1)^2}$ විට

$f(r+1) = \frac{2}{[2(r+1)-1]^2} = \frac{2}{(2r+1)^2}$ 5

එවිට $f(r) - f(r+1) = \frac{2}{(2r-1)^2} - \frac{2}{(2r+1)^2}$ 5

$= \frac{2[(2r+1)^2 - (2r-1)^2]}{(2r-1)^2(2r+1)^2}$

$= \frac{2(8r)}{(2r-1)^2(2r+1)^2} = \frac{16r}{(2r-1)^2(2r+1)^2}$ 5 $\boxed{15}$

$\frac{1}{1^2,3^2} + \frac{2}{3^2,5^2} + \frac{3}{5^2,7^2} + \ldots\ldots\ldots\ldots$ ශ්‍රේණියේ r වන පොදු පදය

$U_r = \frac{r}{(2r-1)^2(2r+1)^2}$ ලෙස දැක්විය හැක 5

$f(r) - f(r+1) = \frac{16r}{(2r-1)^2(2r-1)^2}$ බැවින්

$f(r) - f(r+1) = 16\mathrm{Ur}$ ලෙස ලැබේ. 5

$\therefore\ Ur = \frac{1}{16}[f(r) - f(r+1)]$

$\mathrm{r} = 1 \rightarrow U_1 = \frac{1}{16}[f(1) - f(2)]$

$\mathrm{r} = 2 \rightarrow U_2 = \frac{1}{16}[f(2) - f(3)]$ 5

$\mathrm{r} = 3 \rightarrow U_3 = \frac{1}{16}[f(3) - f(4)]$

$\mathrm{r} = (\mathrm{n}-1) \rightarrow U_{(n-1)} = \frac{1}{16}[f(n-1) - f(n)]$ 5

$\mathrm{r} = \mathrm{n} \rightarrow \mathrm{U_n} = \frac{1}{16}[f(n) - f(n+1)]$

$\mathrm{U_1 + U_2 + U_3}\ \ldots\ldots + \mathrm{U_n} = \frac{1}{16}[f(1) - f(n+1)]$ 5 $\boxed{35}$

$\frac{\sum U_r}{r=1} = \frac{1}{16}[f(1) - f(n+1)]$

$= \frac{1}{16}\left[\frac{2}{(2-1)^2} - \frac{2}{[2(\mathrm{u}+1)-1]^2}\right]$

$= \frac{1}{16}\left[2 - \frac{2}{(2n+1)^2}\right]$

$= \frac{1}{8}\left[1 - \frac{1}{(2n+1)^2}\right]$ 5

තවද

$\mathcal{W}_{2n} = \sum_{\mathrm{r}=1}^{2\mathrm{n}}(\mathrm{Ur})$ බැවින්

මුල් ප්‍රතිඵලය සැලකීමෙන්

$\sum_{r=1}^{\mathrm{n}}(Ur) = \frac{1}{16}[f(1) - f(n+1)]$

මෙහි $n \rightarrow 2n$ විට

$$\mathcal{W}_{2n} - \ = \ \sum_{r=1}^{2n} Ur = \frac{1}{16}\left[f(1) - f(2n+1)\right]$$ ——— 5

$$= \frac{1}{16}\left[\frac{2}{(2-1)^2} - \frac{2}{[2(2n+1)-1]^2}\right]$$

$$= \frac{1}{16}\left[2 - \frac{2}{(4n+1)^2}\right]$$

$$= \frac{1}{8}\left[1 - \frac{1}{(4n+1)^2}\right]$$ ——— 5

දැන්

$$\mathcal{W}_{2n} - \mathcal{V}_n = \frac{1}{8}\left[1 - \frac{1}{(4n+1)^2}\right] - \left[\frac{1}{8}\ 1 - \frac{1}{(2n+1)^2}\right]$$ ——— 5

$$= \frac{1}{8}\left[\frac{1}{(2n+1)^2} - \frac{1}{(4n+1)^2}\right]$$

$$= \frac{1}{8}\left[\frac{(4n+1)^2}{(2n+1)^2} - \frac{(2n+1)^2}{(4n+1)^2}\right]$$

$$= \frac{1}{8}\left[\frac{12n^2}{(2n+1)^2} + \frac{4n}{(4n+1)^2}\right]$$

$$= \frac{n(3n+1)}{22n+1^2 4n+1^2}$$ ——— 5

$$\lim_{n\to}(W_{2n} - V_n) = \lim_{n\to} \frac{n(3n+1)}{2\,(2n+1)^2(4n+1)^2}$$

$$\lim_{n\to} \frac{\frac{3}{n^2} + 1/n^3}{2\,(2+1/n)^2(4+1/n)^2}$$ ——— 5

$$= 0$$ ——— 5

$\lim_{n\to}(W_{2n} - V_n) - 0$ අගය, <u>පරිමිත අගයක්</u> බැවින්

$W_{2n} - V_n$ යන්න අභිසාරී වේ . ——— 5

40

13.

(a) A $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ $A^T = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 4 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ ——— 5

$$\therefore A^T B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 4 & -2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2P & P \\ 0 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 4P & 2P \\ 8P & 4P \end{pmatrix} = 8\begin{pmatrix} P/2 & P/4 \\ P & P/2 \end{pmatrix}$$ ——— 5

$A^T B = 8\mathrm{C}$ නම්, ආකාරයෙන්

$C = \begin{pmatrix} P/2 & P/4 \\ P & P/2 \end{pmatrix}$ විය යුතුයි. ——— 5

නමුත් $C=\begin{pmatrix}1 & \frac{1}{2}\\ 2 & 1\end{pmatrix}$ බැවින්

$\Rightarrow \quad \begin{pmatrix}P/2 & P/4\\ P & P/2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & \frac{1}{2}\\ 2 & 1\end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad p=\frac{1}{2}$ ——— 5

20

එම $p=\frac{1}{2}$ අගය සඳහා,

$B=\begin{pmatrix}2p & p\\ 0 & 0\\ -1 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 1/2\\ 0 & 0\\ -1 & -1\end{pmatrix}$ වේ. ——— 5

එවිට $B^T A=\begin{pmatrix}1 & 0 & -1\\ 1/2 & 0 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 4\\ 3 & -2\\ 0 & 0\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}2 & 4\\ 1 & 2\end{pmatrix}$ ——— 5

තවද එම $p=\frac{1}{2}$ සඳහා

$A^T B=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 4 & 2\end{pmatrix}$ ∵මුල් කොටසින් ——— 5

$$A^TB+B^TA=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 4 & 2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2 & 4\\ 1 & 2\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}4 & 5\\ 5 & 4\end{pmatrix} \quad 5$$

$\therefore$ A^TB+B^TA (යනු) සමමිතික න්‍යාසයකි //

20

$(A^TB)P=I$ වන පරිදි P න්‍යාසයක් පවතීනම්

$A^TB = Q$ ලෙස ගනිමු.

එවිට $QP=I$ 5

$\Rightarrow Q^{-1}QP=Q^{-1}I$ 5

$\Rightarrow IP=Q^{-1}$

$\Rightarrow P=Q^{-1}$

$Q=A^TB$ නිසා

$Q=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 4 & 2\end{pmatrix} \Rightarrow |Q|=2.2-1.4=0$ 5

P න්‍යාසය ලැබීමට නම් ($P=Q^{-1}$ නිසා)

Q^{-1} පැවතිය යුතුය.

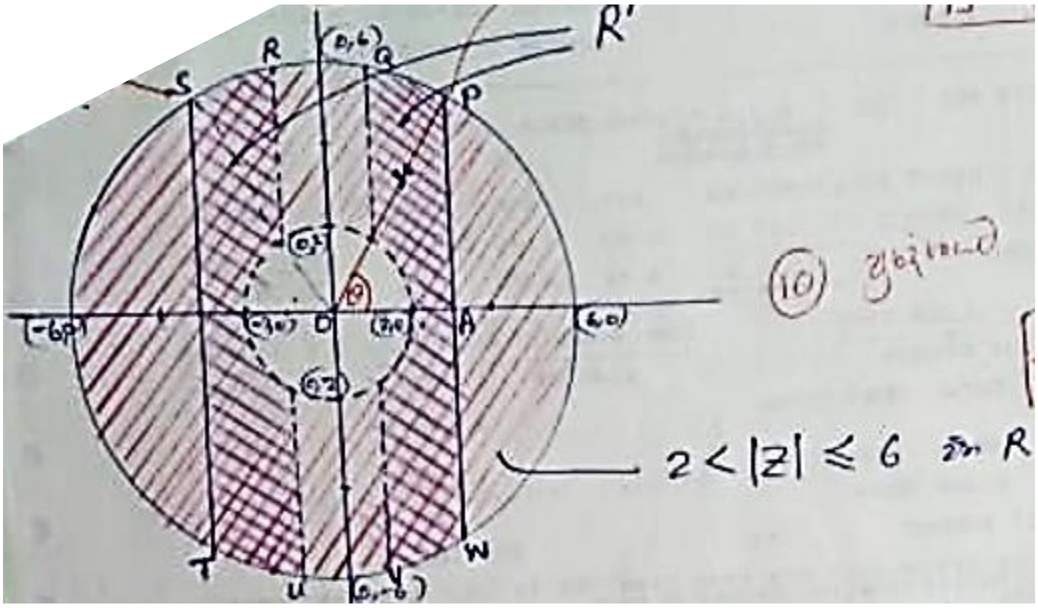
නමුත් $|Q|=0$ වන නිසා Q^{-1} නොපවතී.

$\therefore$ $(A^TB)P=I$ වන පරිදි P න්‍යාසයක් නොපවතී.

5

20

13(b)



$z_R = x + iy$ නම්,

$\overline{z_R} = x - iy$ (5)

∴ $z_0 = z_R + \overline{z_R}$

$= (x+iy) + (x-iy)$ (5) $\boxed{10}$

$= 2x$ //

දැන් $z_0 = 2x$ යන්න 2 ට වඩා R පෙදෙස තුළට පිහිටන්නේ නම්, එවිට

$2 < 2x \leq 6$ හෝ $-6 \leq 2x < -2$

$\Rightarrow 1 \leq x \leq 3$ (5) $\Rightarrow -3 \leq x \leq -1$ (5)

(4) z_R හා z_0 යන සං. සං. 2 ම R පෙදෙස තුළ පිහිටයි නම් z_R සං. සං. R හි පිහිටිය යුතු පෙදෙස R' ලෙස ලකුණු කර ඇත. (10) $\boxed{\frac{x}{20}}$

ω — R' [illegible] ලක්ෂ්‍යය.
$|\omega|$ — R' [illegible] දුරින් [illegible] ලැබේ
$\text{Arg}(\omega)$ — R' [illegible] කෝණ [illegible] ලැබේ
ω — R' [illegible] [illegible] ලැබේ
[illegible]
[illegible] R' [illegible] P [illegible]
ω [illegible] [illegible], R' [illegible] P [illegible]

$OAP\ \triangle$ න්,

$$Re(\omega) = OA = 3$$
$$|\omega| = 6 \quad (5)$$

$$\cos\theta = \frac{Re(\omega)}{|\omega|} = \frac{3}{6}$$
$$\cos\theta = \frac{1}{2}$$
$$\Rightarrow \theta = \pi/3 . \quad (5)$$

$$\therefore \quad Re(\omega) = 3 \quad \text{හා}$$
$$Im(\omega) = 6\sin(\pi/3) = 3\sqrt{3} \quad \text{වේ}$$

$$\therefore \quad \omega = Re(\omega) + i\, Im(\omega) \quad (5)$$
$$= 3 + i\,3\sqrt{3}\ //$$

එවිට $\bar{\omega} = 3 - i\,3\sqrt{3}$ වේ (5)

$$\therefore \quad \omega + \bar{\omega} = 6 \Rightarrow |\omega + \bar{\omega}| = 6 \quad (5)$$
$$\omega - \bar{\omega} = 6\sqrt{3}\,i \Rightarrow |\omega - \bar{\omega}| = 6\sqrt{3} \quad (5)$$

එවිට, $|\omega + \bar{\omega}| + i\,|\omega - \bar{\omega}| = 6 + i\,6\sqrt{3}$ (5)

$$= 6\,(1 + i\sqrt{3})$$
$$= 12\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$|\omega + \bar{\omega}| + i\,|\omega - \bar{\omega}| = 12\left[\cos(\pi/3) + i\sin(\pi/3)\right] \quad \boxed{13 - 6}$$

$$\left(|\omega + \bar{\omega}| + i\,|\omega - \bar{\omega}|\right)^{12} = \left\{12\left[\cos(\pi/3) + i\sin(\pi/3)\right]\right\}^{12} \quad (5)$$

ද මුවාවර් ප්‍රමේයයෙන්,

$$= 12^{12}\left[\cos(\pi/3) + i\sin(\pi/3)\right]^{12}$$

$$= 12^{12}\left[\cos\left(12\cdot\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(12\cdot\frac{\pi}{3}\right)\right] \quad (5)$$

$$= 12^{12}\left(\cos 4\pi + i\sin 4\pi\right)$$

$$= 12^{12}\,(1 + i\,0) \quad (5)$$

$$= 12^{12}\ //$$

14

$y = f(x) = \frac{3x+p}{(x+q)^2}$

$x = 2$ යනු ස්පර්ශෝන්මුඛයක් වන බැවින් $x = 2$ විට $f(x) \to \infty$ විය යුතුය. මේ සමඟ $x = 2$ විට $f(x)$ හි හරය 0 විය යුතුය.

$\therefore 2 + q = 0 \implies q = -2$ ——— 5

$\therefore\ y = f(x) = \frac{3x+p}{(x-2)^2}$ ——— 5

5　5

$f^1(x) = \frac{dy}{dx} = \frac{(x-2)^2\frac{d(3x+p)}{dx} - (3x+P)\frac{d}{dx}(x-2)^2}{(x-2)^4}$ ——— 5

$= \frac{(x-2)^2 3 - (3x+P)2(x-2)}{(x-2)^4}$

$= \frac{3(x-2) - 2(3x+p)}{(x-2)^3}\quad , x \neq 2$

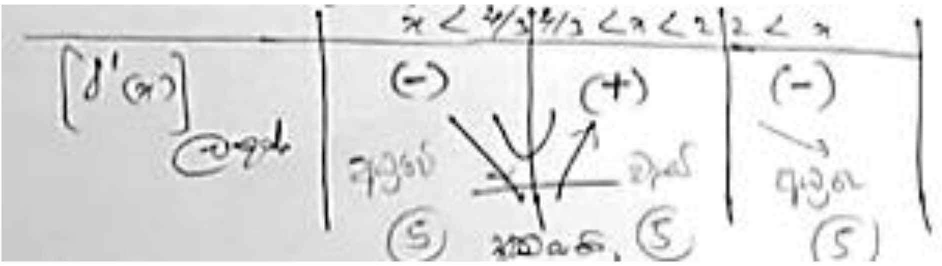
$= \frac{-3x-6-2p}{(x-2)^3}$ ——— 5

$x = \frac{4}{3}$ විට ස්ථාවර ලක්ෂ්‍යයක් ඇති බැවින් $f^1(\frac{4}{3}) = 0 \implies \frac{-3\left(\frac{4}{3}\right)-6-2p}{(x-2)^3} = 0$

$\implies p = -5$ ——— 5　　**30**

$$f(x) = \frac{3x-5}{(x-2)^3}$$

$\therefore f^1(x) = \frac{4-3x}{(x-2)^3} \Rightarrow$ ස්ථාවර ලක්ෂ්‍ය සඳහා $f^1(x) = 0$ විට $x = \frac{4}{3}$



$x = \frac{4}{3}$ විට $f(x) = \frac{3\left(\frac{4}{3}\right)-5}{(\frac{4}{3}-2)^2} = \frac{-1}{4/9} = \frac{-9}{4}$

- අවම ලක්ෂ්‍යය $\equiv (\frac{4}{3}, \frac{-9}{4})$ ——— 5
- $x = 0$ විට

$f(0) = \frac{-5}{4} \quad \Longrightarrow y$ අක්ෂය මත අන්තඃඛණ්ඩය

- $y = 0$ විට

$$0 = \frac{3x-5}{(x-2)^2}$$

$= \frac{5}{3} \quad \Longrightarrow x$ අක්ෂය මත අන්තඃඛණ්ඩය

- x=2 සිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛය වේ. ——— 5
- $f(x) = \frac{3x-5}{x^2-4x+4} = \frac{3/x - 5/x^2}{1 - 4/x + 4/x^2}$

  $x \to \pm\infty \; [f(x)] \to 0 \Longrightarrow x$ අක්ෂය තිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛය වේ. ——— 5

ප්‍රස්ථාරයට -------------(15)

45

- නතිවර්තන ලක්ෂ සඳහා

  $f^{11}(x) = \frac{d}{dx} f^{1}(x) = \frac{(x-2)^3(-3)-(4-3x)3(x-2)^2}{(x-2)^6}$

  $= \frac{-3(x-2)-3(4-3x)}{(x-2)^4}, \quad x \neq 2)$

  $= \frac{6x-6}{(x-2)^4}$

$f^{11}(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ එවිට $y = f(1) = -2$ ——— 5

(1, -2) යනු $y = f(x)$ හි නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යයකි. ——— 5

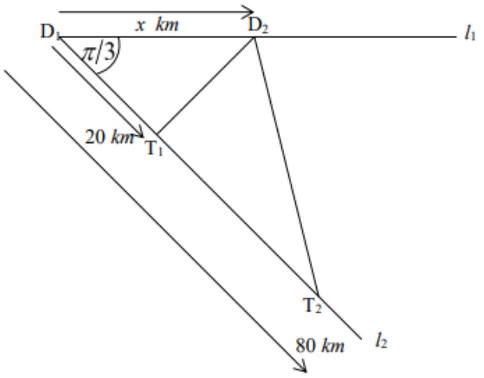
	$x<1$	$x=1$	$1<x<2$
$\frac{d^2y}{dx^2}$ ලකුණ	− යටිකුරු		+ උඩුකුරු
	5		5

[illegible]

$x=1$ { [illegible]

20

20



$P_1D_2T_1$ $\triangle$ නම්

$D_2T_1 = \sqrt{(P_1D_2)^2 + (P_1T_1)^2}$

$= \sqrt{(x - 20\cos\frac{\pi}{3})^2 + (20\sin\frac{\pi}{3})^2}$

$= \sqrt{(x-10)^2 + (10\sqrt{3})^2}$

$= \sqrt{(x^2 - 20x + 400}$ ——— 5

$P_2D_2T_2$ $\triangle$ නම්

$D_2T_2 = \sqrt{(D_2T_2)^2 + (P_2T_2)^2}$

$= \sqrt{(80\cos\frac{\pi}{3} - x)^2 + (80\sin\frac{\pi}{3})^2}$

$= \sqrt{(40-x)^2 + (40\sqrt{3})^2}$

$= \sqrt{(x^2 - 80x + 6400}$ ——— 5

D_1T_1 හා D_2T_2 මුලු විදුලි රැහැන් දිග L ——— 5

$L = D_1T_1 + D_2T_2$

$= \sqrt{(x^2 - 20x + 400} + \sqrt{(x^2 - 80x + 6400}$

x විෂයේ අවකලණයෙන්

$$\left[\frac{2x-20}{2\sqrt{(x^2-20x+400}} + \frac{2x-80}{2\sqrt{(x^2-80x+6400}}\right]$$

5 5

උපරිම, අවම L සඳහා $\frac{dL}{dx} = 0$ විට

$$\frac{2x-20}{2\sqrt{x^2-20x+400}} + \frac{2x-80}{2\sqrt{x^2-80x+6400}} = 0$$ ——— 5

$$\frac{x-10}{\sqrt{x^2-20x+400}} = \frac{x-40}{2\sqrt{x^2-80x+6400}}$$

$(x-10)^2(x^2-80x+6400) = (x-40)^2(x^2-20x+400)$

$(x^2-20x+100)(x^2-80x+6400) = (x^2-80x+1600)(x^2-20x+400)$

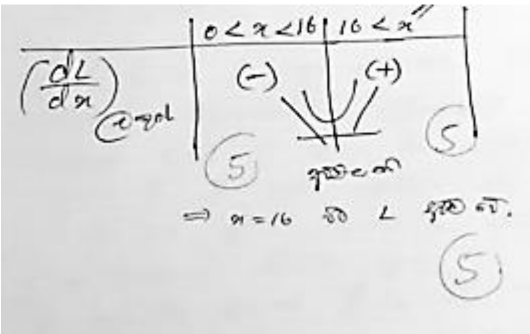
$4500x^2 - 72000x = 0$

$x(x-16) = 0$ ——— 5

D_2 යනු වෙනත් උප බෙදුම්පලක් බැවින් $D_2 \not\equiv D_1$ ——— 5

$\therefore x \neq 0$

$\therefore x = 16$



55

(15)

$\int_0^a f(x)dx$ හි $x = a - X$ ලෙස ආදේශයෙන්

$dx = -dx$

සීමා$\begin{pmatrix} x = 0 \\ X = a \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x = a \\ X = 0 \end{pmatrix}$ ——— 5

$\therefore \int_0^a f(x)dx = \int_a^0 f(a-x)(-)dx$ ——— 5

$= -\int_a^0 f(a-x)dx = \int_0^a f(a-x)dx$ ——— 5

15

(නිශ්චිත අනුකලයක් විචලායයෙන් ස්වායත්ත බැවින්)

$$I = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{sin\theta(sin^2\theta - cos^2\theta)}$$

මුල් කොටසේ සිද්ධාන්තය(ප්‍රතිඵලය) භාවිතයෙන්

$$I = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sin(\pi/2-\theta)[sin^2(\pi/2-\theta) - cos^2(\pi/2-\theta)]}$$ ——— 10

$$= \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\cos\theta(cos^2\theta - sin^2\theta)}$$

$$= \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\cos\theta(\cos^2\theta - \sin^2\theta)} = -\int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\cos\theta(\sin^2\theta - \cos^2\theta)}$$ 10

$\Rightarrow \mathrm{I} = -\mathrm{J}$

$\mathrm{I}_0 = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sin\theta\cos\theta(\sin\theta - \cos\theta)}$ යැයි ගනිමු

$$= \int_0^{\pi/2} \frac{(\sin\theta + \cos\theta)d\theta}{\sin\theta\cos\theta(\sin\theta - \cos\theta)(\sin\theta + \cos\theta)}$$ 5

$$-\int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\cos\theta(\sin^2\theta - \cos^2\theta)} + \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sin\theta(\sin^2\theta - \cos^2\theta)}$$ 5

$\mathrm{I}_0 = \mathrm{I} + \mathrm{J} = \mathrm{I} - \mathrm{I} = 0$ 5

35

(a) $x^2 = (Ax + B)(1 + x)^2 + C(1 + x^2)(1 + x) + D(1 + x^2)$

$= (Ax + B)(x^2 + 2x + 1) + C(1 + x + x^2 + x^3) + D(1 + x^2)$

$= (A + C)x^3 + (2A + B + C + D)x^2 + (A + 2B + C)x + (B + C + D)$

$x^3 \to A + C = 0$ -------- (1)

$x^2 \to 2A + B + C + D = 1$ -------- (2)

$x^1 \to A + 2B + C = 0$ -------- (3)

$x^0 \to B + C + D = 0$ -------- (4)

(2),(4) $\Rightarrow A = 1/2$

(1),(3) $\Rightarrow B = 0$

(3) $\Rightarrow C = -1/2$

(2),(4) $\Rightarrow D = 1/2$

20

$\therefore x^2 = \left(\frac{1}{2}x\right)(1 + x)^2 - \frac{1}{2}(1 + x^2)(1 + x) + \frac{1}{2}(1 + x^2)$

$\div (1 + x^2)(1 + x)^2$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{(1+x^2)(1+x)^2} = \frac{x(1+x)^2}{2(1+x^2)(1+x)^2} - \frac{(1+x^2)(1+x)}{2(1+x^2)(1+x)^2} + \frac{(1+x)^2}{2(1+x^2)(1+x)^2}$$

$$= \frac{x}{2(1+x^2)} - \frac{1}{2(1+x)} + \frac{1}{2(1+x)^2}$$

$$\therefore \int \frac{x^2}{(1+x^2)(1+x)^2} dn = \int \frac{x}{2(1+x^2)} dn - \int \frac{1}{2(1+x)} dn + \int \frac{x}{2(1+x)^2}$$ 5

$$= \frac{1}{4}\int \frac{2x}{1+x^2} dn - \frac{1}{2}\int \frac{1}{(1+x)} dn + \frac{1}{2}\int (1 + x)^{-2}\, dn$$

$$= \frac{1}{4}ln(1+x^2) - \frac{1}{2}ln(1+x) - \frac{1}{2}\frac{1}{(1+x)} + C$$

5 5 5 5

λ යනු නියතයකි

$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}ln(1+x^2) - ln(1+x) + ln(\lambda) - \frac{1}{1+x}\right]$

$= \frac{1}{2}\left[ln\left(\frac{\lambda\sqrt{1+x^2}}{(1+x)}\right) - \frac{1}{(1+x)}\right]$ //

අනුකලන නියතය සඳහා 5

නියතය $\frac{1}{2}ln|\lambda|$ විය යුතු බව හඳුනා ගැනීම 5

55

$\int_1^3 \frac{1}{x^3}\ tan^{-1}\ (1/x^2)dn$

ආදේශය, $\frac{1}{x^2} = t$ යැයි ගනිමු 5

$-2\frac{1}{x^2}dn = dt$

සීමා $\begin{pmatrix} x = 1 \\ t = 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x = 3^{3/4} \\ t = \sqrt{3} \end{pmatrix}$ 5

$\therefore l = \int_1^{\sqrt{3}} tan^{-1}(t)\frac{dt}{-1}$ 5

$= -\frac{1}{2}\int_1^{\sqrt{3}}\left(tan^{-1}(t), \frac{d(t)}{dt}\right)dt$

$= -\frac{1}{2}\left\{[t\ tan^{-1}(t)]^{\sqrt{3}} - \int_1^{\sqrt{3}} t\ \frac{d[tan^{-1}(t)]}{dt}dt\right\}$

5 5

$= -\frac{1}{2}\left\{\left(\sqrt{3}tan^{-1}\sqrt{3}\right) - 1tan^{-1}(1) - \frac{1}{2}\int_1^{\sqrt{3}}\frac{2t}{t^2+1}dt\right\}$ 5

$= -\frac{1}{2}\left\{\sqrt{3}\ (\pi/3) - (\pi/4) - \frac{1}{2}[ln(t^1+1)]^{\sqrt{3}}\right\}$ 5

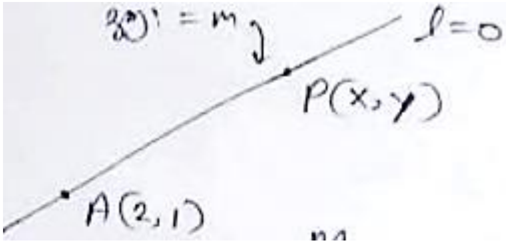
$= -\frac{1}{2}\left\{\frac{\sqrt{3}\pi}{3} - \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}[ln94) - \ln(2)]\right\}$ 5

$= -\frac{1}{2}\left\{\pi\left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{2}\ln(2)\right\}$ 5

$= \frac{1}{4}\ln(2) - \frac{\pi}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{4}\right)$ //

45

(16)



(a) $M_{PA} = m$

$\frac{\mathrm{Y}-1}{\mathrm{X}-2} = m$

$\frac{\mathrm{Y}-1}{\mathrm{m}} = \frac{\mathrm{X}-2}{1} = t$ යැයි ගනිමු ——— 5

$\Rightarrow \frac{X-2}{1} = t \quad , \frac{Y-1}{m} = t$

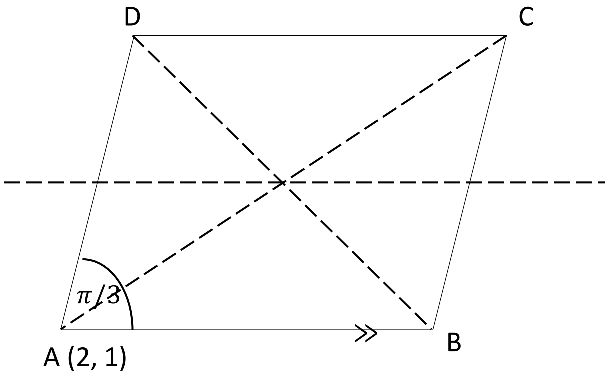
$\mathrm{X} = (2 + \mathrm{t}) \quad \mathrm{Y} = (1 + \mathrm{mt})$

5 5

$\therefore l = 0$ මත ඕනෑම P ලක්ෂ්‍යයක්

$P(X, Y) \equiv [(2 + t) ; (1 + mt)] - t$ යනු ජ්‍යාමිතියයි.

15



(1) ප්‍රතිඵලයට අනුව A (2, 1) හරහා යන ඕනෑම රේඛාවක් මත ලක්ෂ්‍යයේ (t ජ්‍යාමිතියක් විට), ලෙසින් දැක්විය හැක.

$AB \parallel ox$ *බැවින්*

$\mathrm{M}_{\mathrm{AB}} = 0$ වේ.

$\therefore$ AB පාදය මත වූ B ලක්ෂ්‍ය , (M = 0)

$B \equiv [(2 + \mathrm{t}_{\mathrm{B}}); (1 + 0)]$ ලෙස දැක්විය හැක. ——— 5

t_{B} යනු B ලක්ෂ්‍යයට අනුරූප පරාමිතියයි

තවද

AB = 4 ඒකක බැවින්,

$AB = \sqrt{[(2ft_B) - 2]^2 + (1-1)^2 = 4}$

$\Rightarrow \ t_B = 4$ ⸻ 5

$\therefore B \ \equiv [(2ft_B) : 1] \equiv (6, 1) \parallel$ ⸻ 5

$BAD = \pi / 3$ හා $BA \parallel 0x$ අක්ෂයය බැවින්

$M_{AD} = \tan \pi/3 = \sqrt{3} = m$

මුල් ප්‍රතිඵලයෙන් AB මත වූ D,

$D \equiv [(2+t_D); (1+mt_D)]$ ලෙස දැක්විය හැක.

$\therefore \equiv \left[(2+t_D); \left(1+\sqrt{3}t_D\right)\right]$ වේ. ⸻ 5

AD = 4 බැවින්

$\sqrt{[(2+t_D) - 2]^2 + \left[\left(1+\sqrt{3}t_D\right) - 1\right]^2 = 4}$

$t_2^2 + \ 3t_D^2 = 4$

$t_D^2 = 4$

$t_D = 4$

$t_D = \pm 2$ ⸻ 5

$\therefore D \ \equiv \ \left[(2 \pm 2); \left(1 + \sqrt{3}(t_D)\right)\right]$ වේ

නමුත් රොම්බසය මුලුමනින්ම පළමු වෘත්ත පාදයේ බැවින්

$x_D > O$ හා $y_D > O$ විය යුතුය.

$\therefore D \ \equiv \ \left[(2-2) : \ \left(1+\sqrt{3}(-2)\right)\right]$, $t_D = \ -2$ විට

$\equiv \ \left[0, \left(1+\sqrt{3}(+1)\right)\right]$

$\therefore D \ \equiv \ \left[(2+2) : \ \left(1+\sqrt{3}(+1)\right)\right]$

$\equiv \ \left[4, \left(1+2\sqrt{3}\right)\right]$

එවිට $B \ \equiv (6,1), D \ \equiv \ \left[4 : \left(1+2\sqrt{3}\right)\right]$ නි ම:ල:

(BD) ම : ල : $\equiv \ \left[\left(\frac{6+4}{2}\right) : \ \left(\frac{1+1+2\sqrt{3}}{2}\right)\right]$

$\equiv \ \left[5, \left(1+\sqrt{3}\right)\right]$ ⸻ 5

දැන් $C \ \equiv (\lambda, \mu)$ යැයි ගනිමු

එවිට (AC) ම. ල. $\equiv \ \left[\left(\frac{2+\lambda}{2}\right) : \ \left(\frac{1+\mu}{2}\right)\right]$

රොම්බසයක විකර්ණය සමච්ඡේදනය වන බැවින්

(AC) ම. ල. ≡ (BD) ම : ල :

$\therefore \left[\left(\frac{2+\lambda}{2}\right) : \left(\frac{1+\mu}{2}\right)\right] \equiv \left[5, \left(1+\sqrt{3}\right)\right]$

$\Rightarrow \frac{2+\lambda}{2} = 5 \Rightarrow \lambda = 8$

$\left(\frac{1+\mu}{2}\right) = \left(1+\sqrt{3}\right) \Rightarrow \gamma = \left(1+2\sqrt{3}\right)$

$\therefore C\ (\lambda,\ \mu) \equiv \left[8, \left(1+2\sqrt{3}\right)\right]$ ———— 5 | 10

යළිත් (1) ප්‍රතිඵලයෙන්ම,

A (2, 1) හරහා යන AC විකර්ණය මත ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක්

$P \equiv [(2+t) : (1+mt)]$ ලෙසින් දැක්විය හැක. ———— 5

AC විකර්ණයට අනුරූපව, BD හි ම.ල. $\left[5, \left(1+\sqrt{3}\right)\right]$

AC විකර්ණය මත බැවින්

$[(2+t) : (1+mt)] \equiv \left[5, \left(1+\sqrt{3}\right)\right]$

$\therefore 2+t = 5 \Rightarrow t = 3$ ———— 5

$(1+mt) = 1+\sqrt{3} \Rightarrow 1+m(3) = 1+\sqrt{3} \Rightarrow m = 1/\sqrt{3}$

$\therefore AC \equiv y - y^1 = m\ (n - n^1)$

$y - 1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(x-2)$ ———— 5

$AC \equiv x - \sqrt{3y} - 2 + \sqrt{3} = 0$ (විකර්ණය)

$BD \perp AC$ බැවින් ———— 5

$(M_{BD})(M_{AC}) = -1$

$(M_{BD})\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = -1$

$\therefore M_{BD} = -\sqrt{3}$

$\therefore BD \equiv y - y^1 = m(x - x^1)\ , B \equiv (6, 1)$

$y - 1 = -\sqrt{3}(x-6)$ ———— 5 | 25

$\therefore BD \equiv \sqrt{3x} + y - \left(1+6\sqrt{3}\right) = 0$ //

(b) A (2, 1), B(6, 1) විශ්කම්භය ලෙස පවතින $s_1 = 0$ වෘත්ත ලබා ගැනීම

$(x-x_1)(x-x_2) + (y-y_1)(y-y_1) = 0$ ආකාරය

$P\ (x, y)$

$\therefore S_1 \equiv (x-2)(x-6) + y - 1^2 = 0$

$x^2 + y^2 - 8x - 2y + 13 = 0$ ———— 5

එලෙසම, B(6, 1) : C [8, $\left(1 + 2\sqrt{3}\right)$] විශ්කම්භය වූ

$S_2 = 0$ වෘත්තය, ලබා ගැනීම

$\therefore\ S_2 \equiv (x-6)(x-8) + (y-1)\left(y - \left(1 + 2\sqrt{3}\right)\right) = 0$

$x^2 + y^2 - 14x - \left(2 + 2\sqrt{3}\right)y + \left(49 + 2\sqrt{3}\right) = 0$

$S_1 \Rrightarrow g_1 = -4, t_1 = -1, C_1 = 13$

$S_2 \Rrightarrow g_2 = -7, t_2 = -\left(1 + \sqrt{3}\right), C_2 = \left(49 + 2\sqrt{3}\right)$ ——— 5

S_1 හා S_2 වෘත්ත ප්‍රලම්භ නම්, එවිට

$2g_1g_2 + 2t_1t_2 = c_1 + c_2$

යන අවස්ථාව තෘප්ත විය යුතුයි.

(17)

(a) $cos(A+B) = cosAcosB - sinAsinB$ ——— 5

$A = {}^{\pi}/_{2}$ හා $B = \theta$ ලෙස යෙදීමෙන් ——— 5

$\cos\left({}^{\pi}/_{2} + \theta\right) = cos\,{}^{\pi}/_{2}\ cos\theta - sin\,{}^{\pi}/_{2}\ sin\theta$

$\cos\left({}^{\pi}/_{2} + \theta\right) = -sin\theta$ ——— 5 [$\because\ cos\,{}^{\pi}/_{2} = 0,\ sin\,{}^{\pi}/_{2} =$ 1]

මෙහි, $\theta = 110^0$ ලෙස යෙදීමෙන්,

$\cos(90^0 + 110^0) = -sin200^0$

$\sin(110^0) = -\cos(200^0)$ -------------------------------(1) ——— 5

නැවතත් $\theta = 20^0$ ලෙස යෙදීමෙන්,

$\cos(90^0 + 20^0) = -\sin(20^0)$

$\cos(110^0) = -\sin(20^0)$ -------------------------------(2) ——— 5

$(1) \div (2) \Longrightarrow \frac{\sin(110^0)}{\cos(110^0)} = \frac{-\cos(200^0)}{-\sin(20^0)}$ ——— 5

$\tan(110^0) = \frac{\cos(180^0+20^0)}{\sin(20^0)}$

$\tan(110^0) = \frac{-\cos(20^0)}{\sin(20^0)}$ ——— 5

$\tan(110^0) = -cot(20^0)$

——— 5

$\tan(110^0) + cot(20^0) = 0$

(b)

$$Cos + \theta - Cos\ 2\theta \quad = Cos\ 2(2\theta) - Cos(2\theta)$$
$$= 2Cos^2(2\theta) - 1 - Cox(2\theta)$$
$$= 2\ (2Cos^2\theta - 1)^2 - 1 - (2Cos^2\theta - 1) \quad \text{———} \quad 5$$
$$= 2(4Cos^4\theta - 4Cos^4 + 1) - 1 - 2Cos^2\theta + 1$$
$$= 8Cos^4\theta - 10Cos^2\theta + 2\ // \quad \text{———} \quad 5$$

$Cos4\theta = Cos\ 2\theta$ විට

$Cos4\theta - Cos\ 2\theta = 0$

$\Rightarrow 8Cos^4\theta - 10\ Cos^2\ \theta + 2 = 0$

$4(Cos^2\theta)^2 - 5(Cos^2\theta) + 1 = 0$

$(4Cos^2\theta - 1)(Cos^2\theta - 1) = 0$ ——— 5

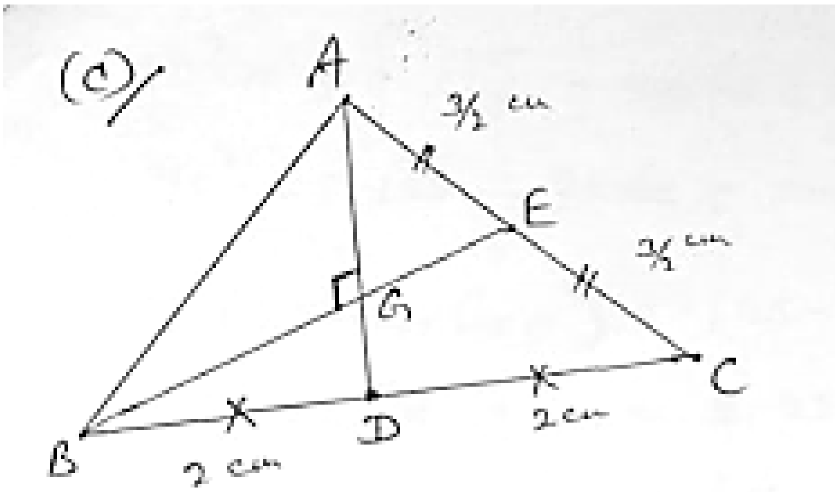
$4Cos^2\theta - 1 = 0$ $\qquad$ $Cos^2\theta = 1$

$Cos^2\theta = \frac{1}{4}$ ——— 5 $\qquad$ $Cos\ \theta = \pm 1$ ——— 5

$\therefore\ \cos\theta = {}^1/_2, \cos\theta = -{}^1/_2, \cos\theta = 1$ හා $\cos\theta = -1$ යනු $\cos 4\theta = \cos 2\theta$

සමීකරණය සපුරාලීමේදී වූ ප්‍රභින්න $\cos\theta$ අගය 4කි.

(C)



සුපුරුදු අංකනයෙන් , $\underline{ABC\ \Delta}$

$Cos\ c = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} = \frac{4^2+3^2-c^2}{2.4.3}$

$\therefore\ c^2 = 25 + 24\ Cos\ c$ -----------------(1) 5

$\underline{ADC\ \Delta}$

$Cos\ c = \frac{(DC)^2+(AC)^2-(AD)^2}{2(DC)(AC)}$ 5

$= \frac{2^2+3^2-(AD)^2}{2.2.3}$

$\therefore\ (AD)^2 = 13 - 12\ Cos\ c$ -------------------------(2) 5

$(BCE\ \Delta)$

$Cos\ c = \frac{(BC)^2+(CE)^2-(BE)^2}{2(BC)(CE)}$ 5

$= \frac{4^2+\left({}^3/_2\right)^2-BE^2}{2.4.{}^3/_2}$

$\therefore (BE)^2 = \frac{73}{4} - 12\ Cos\ c$ 5

ABG සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයෙන්,

$(AB)^2 = (AG)^2 + (BG)^2$

$= \left[\frac{2}{3}(AD)\right]^2 + \left[\frac{2}{3}(BE)\right]^2$

$= \frac{4}{9}[(AD)^2 + (BE)^2]$ 10

$C^2 = \frac{4}{9}\left[(13 - 12\ Cos\ c) + \frac{73}{4} - 12\ Cos\ c\right]$ 5

$9C^2 = 4\left[\frac{125}{4} - 24\ Cos\ c\right]$

$9C^2 = 125 - 96\ Cos\ c$ 5

$9\ (25 - 24\ Cos\ c) = 125 - 96\ Cos\ c$

$5.24\ Cos\ c = 4.25$ 5

$Cos\ c = {}^5/_6$

$C = Cos^{-1}\left({}^5/_6\right) =$

(d)

$tan^{-1}\ (x+1) + tan^{-1}\ (x-2) = tan^{-1}(2)$

$tan^{-1}\ (x+1) = \propto$ සහ $tan^{-1}(x-2) = \beta$ යැයි ගනිමු

එවිට $\tan \propto = (x+1)\ \ \tan \beta = (x-2)$

දෙන ලද සමීකරණය

$\propto + \beta = tan^{-1}(2)$

$\tan(\propto + \beta) = 2$ —— 10

$\frac{\tan\propto + \tan\beta}{1 - \tan\propto\tan\beta} = 2$

$(x+1) + (x-2) = 2\,[1 - (x+1)(x-2)]$

$2x - 1 = -2x^2 + 2x + 6$

$2x^2 = 7$

$x = \pm\sqrt{\frac{7}{2}}$ —— 10

ප්‍රතිලෝම ටැංජනවල ප්‍රධාන පරාස සැලකීමෙන්

$x > 0$ විය යුතුය

$\therefore x = \sqrt{7/2}$ —— 5

එවිට x සඳහා පවතිනුයේ එක් විසඳුමක් පමණි