



தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்
நான்காம் தவணைப் பரீட்சை - 2022
Conducted by Field Work Centre, Thondaimanaru.
4th Term Examination - 2022

தரம் :- 13 (2022)

இணைந்த கணிதம் I - A

நேரம் : முன்றுமணித்தியாலம்
பத்து நிமிடம்

சுட்டெண்

அறிவுறுத்தல்கள்

- பகுதி - A இன் எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் விடைகளைத் தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதி - B இல் உள்ள 7 வினாக்களில் விரும்பிய 5 வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B யிற்கு மேலே இருக்கக்கூடியதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சைமண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதி B யை மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

இணைந்த கணிதம் I		
பகுதி	வினா எண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
வினாத்தாள் I இன் மொத்தம்		

இணைந்த கணிதம் I

இணைந்த கணிதம் II

இறுதிப் புள்ளிகள்

பகுதி - I A

1. கணிதத் தொகுத்தறிவுக் கோட்பாட்டைப் பயன்படுத்தி எல்லா $n \in Z^+$ இற்கும் $3^{2n} + 7$ ஆனது 8 இனால் வகுபடும் எனக் காட்டுக.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ஒரே வரிப்படத்தில் $y = 1 - x^2$, $y = |x - 1|$ ஆகியவற்றின் வரைபுகளைப் பரும்படியாக வரைக. இதிலிருந்து, சமனிலி $4 - x^2 > 2|x - 2|$ ஐத் திருப்தியாக்கும் x இன் மெய்ப்பெறுமானங்களைக் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. $f(x) = x^3 + 4x^2 + ax + b$ என்னும் கோவையை $x - 1, x - 2$ என்பவற்றினால் வகுக்கப்படும்போது பெறப்படும் மீதிகள் முறையே 3, 7 எனின் a, b பெறுமானங்களைக் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\tan x - 1} - \sqrt{\sin x + 1}}{x^3} = \frac{1}{4}$ எனக் காட்டுக.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. $-1 < x < 1, -1 < y < 1$ இற்கு $\sin^{-1} x + \cos^{-1} y = \frac{3\pi}{4}$ எனக் கொள்வோம்

$(1 - x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + y = 0$ எனக் காட்டுக..

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6. C ஆனது $t \in R$ இற்கு $x = at^2, y = at^3$ ஆகியவற்றினால் பரமான முறையாகத் தரப்படும் வளையியெனக் கொள்வோம், இற்கு $a \neq 0$. வளையி c இற்கு $t_0 \neq 0$ ஆகுமாறுள்ள புள்ளி $p(at_0^2, at_0^3)$ இல் வரையப்படும் செவ்வனின் சமன்பாடு $2x + 3t_0y - at_0^2(3t_0^2 + 2) = 0$ எனக் காட்டுக. இச் செவ்வனானது x, y அச்சக்களில் சமநீளமுள்ள துண்டங்களை வெட்டினால் புள்ளி P யின் சாத்தியமான ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

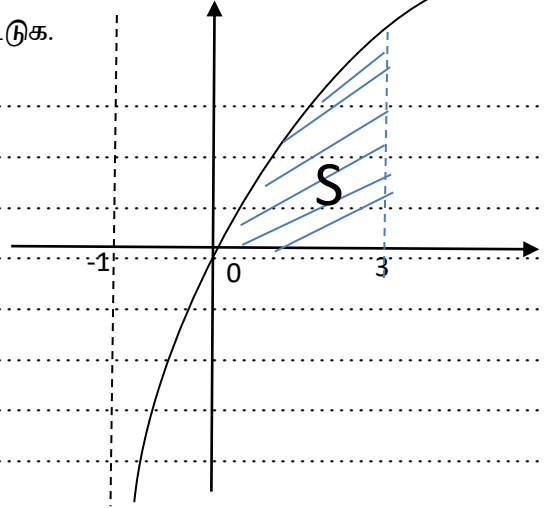
.....

.....

.....

.....

7. வளையிகள் $y = \frac{x}{\sqrt{x+1}}$, $y = 0$, $x = 3$ ஆகியவற்றினால் உள்ளடைக்கப்பட்ட பிரதேசம் S எனக் கொள்வோம். S இன் பரப்பளவு $\frac{8}{3}$ சதுர அலகுகள் எனக்காட்டுக. பிரதேசம் S ஐ x அச்சைப்பற்றி 2π ஆரையன்களினூடாகச் சுழற்றுவதனால் உருவாகும் திண்மத்தின் கனவளவு $\frac{\pi}{2} (3 - 4\ln 2)$ கன அலகுகள் எனக் காட்டுக.



8. நிலைத்த புள்ளி $(6, 3)$ இனூடு செல்லும் மாறும் நேர்கோடொன்று x அச்சை A யிலும் y அச்சை B யிலும் இடைவெட்டுகின்றது. AB யின் நடுப்புள்ளி R எனின் R இன் ஒழுக்கு $3x + 6y - 2xy = 0$ எனக் காட்டுக.

9. உற்பத்தியினூடு செல்வதும் $x + y - 4 = 0$ என்னும் நேர்கோட்டை $(2, 2)$ என்னும் புள்ளியில் தொடுவதுடான வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

.....

10. $4 \sin(x + \frac{\pi}{9}) \sin(x - \frac{\pi}{18})$ ஐ $a + b \cos(2x + \alpha)$ என்னும் வடிவில் எடுத்துரைக்க. இங்கு a, b, α என்பன மாறிலிகளும் $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ உம் ஆகும். இதிலிருந்து, சமன்பாடு $4 \cos(x - \frac{5\pi}{9}) \cos(x - \frac{7\pi}{18}) = \sqrt{3} - 1$ ஐத் தீர்க்க.

.....



தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்
நான்காம் தவணைப் பரீட்சை - 2022
Conducted by Field Work Centre, Thondaimanaru.
4th Term Examination - 2022

தரம் :- 13 (2022)

இணைந்த கணிதம் I - B

சுட்டெண்

11) a) $K > 2$ எனக்கொள்வோம் சமன்பாடு $x^2 - 2kx + (k - 4)^2 = 0$ இற்கு வேறுவேறான மெய்மூலங்கள் இருக்கின்றனவெனக் காட்டுக. α, β ஆகிய இம்மூலங்கள் எனக் கொள்வோம். $\alpha + \beta, \alpha\beta$ ஆகியவற்றை k இல் எழுதி α, β ஆகிய இரண்டும் நேராக இருக்கமாறு k இன் பெறுமானங்களைக் காண்க. இப்போது $2 < k < 4$ எனக்கொள்வோம். $\sqrt{\alpha}, \sqrt{\beta}$ ஆகியவற்றை மூலகங்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாடு $x^2 - 2\sqrt{2}x + (4 - k) = 0$ எனக் காட்டி $\frac{2}{\sqrt{\alpha}}, \frac{2}{\sqrt{\beta}}$ என்பவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட சமன்பாட்டை உய்த்திக.

b) $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$), $\acute{a}x^2 + \acute{b}x + \acute{c} = 0$ ($\acute{a} \neq 0$) ஆகிய

இருபடிச்சமன்பாடுகள் ஒரே மூலங்களைக் கொண்டிருப்பின் $\frac{a}{\acute{a}} = \frac{b}{\acute{b}} = \frac{c}{\acute{c}}$ எனக் காட்டுக.

$\alpha, \beta \in R - \{0\}$ இற்கு $\alpha(x^2 - \alpha x + \beta) + \beta(x^2 - \beta x + \alpha) = 0$

$3x^2 - 10x + 8 = 0$ ஆகிய இருபடிச் சமன்பாடுகள் ஒரே மூலங்களைக் கொண்டிருப்பின் α, β என்பவற்றை மூலகங்களாகக் கொண்ட சமன்பாடு $x^2 - 6x + 8 = 0$ எனக் காட்டுக.

12) (a) $f(x)$ என்பது படி, 1 இலும் கூடிய ஒரு பல்லுறுப்பி எனவும் a, b, c என்பன சமனற்ற மெய்யெண்கள் எனவும் கொள்வோம்.

$f(x)$ ஐ $(x - a)(x - b)$ இனால் வகுக்க வரும் மீதி $px + q$ எனின் $p = \frac{f(a) - f(b)}{a - b}$

எனவும் $q = \frac{af(b) - bf(a)}{a - b}$ எனவும் காட்டுக.

$f(x)$ ஐ $(x - a)(x - b)$ இனாலும் $(x - a)(x - c)$ இனாலும் வகுக்கப்படும்போது மீதிகளில் உள்ள x இன் குணகங்கள் சமனாயின்

$(b - c)f(a) + (c - a)f(b) + (a - b)f(c) = 0$ எனக் காட்டுக.

$P(x) = 3x^4 + kx^3 + 2$ எனக்கொள்வோம். $P(x)$ ஐ $x(x-1)$ இனாலும் $x(x+2)$ இனாலும் வகுக்கும் போது மீதிகளில் உள்ள x இன் குணகங்கள் சமனாயின் $k = 9$ எனக்காட்டுக. மேலும் $p(x)$ ஐ $x^2 + 1$ இனால் வகுக்க வரும் ஈவையும் மீதியையும் காண்க.

(b) $g(x) = 3x^2 - 6kx + 5k^2 - 2$ எனக் கொள்வோம், இங்கு k ஒரு மெய் மாறிலி. $g(x)$ இன் இழிவுப் பெறுமானத்தை k இன் சார்பில் காண்க. இதிலிருந்து.

i) $y = g(x)$ என்ற சார்பின் வரைபு முழுவதும் x அச்சிற்கு மேலே அமையும் எனின் k இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

ii) $y = g(x)$ என்ற சார்பின் வரைபு x அச்சைத் தொடுமாயின் k இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

13) (a) $x \neq -1$ இற்கு $f(x) = \frac{(x-1)^3}{(x+1)^2}$ எனக் கொள்வோம்.

$x \neq -1$ இற்கு $f(x)$ இன் பெறுமதி $f'(x)$ ஆனது

$f'(x) = \frac{(x-1)^2(x+5)}{(x+1)^3}$ இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து $f(x)$ அதிகரிக்கும் ஆயிடைகளையும் குறையும் ஆயிடைகளையும் காண்க

மேலும் $f(x)$ இன் திரும்பற் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

$\lim_{n \rightarrow \pm\infty} f(x)$ ஐக் காண்க.

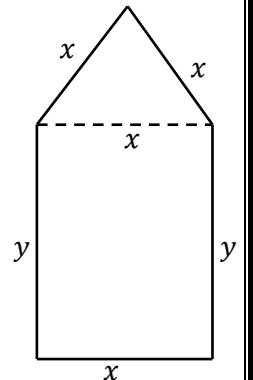
$y = f(x)$ இன் வரைபை அனுகுகோடு, திரும்பற்புள்ளி, விபத்திப்புள்ளி, y - வெட்டுத்துண்டு ஆகியவற்றைக் காட்டிப் படும்படியாக வரைக.

இவ் வரைபைப் பயன்படுத்தி $f(x) < |f(x)|$ ஐத் திருப்தியாக்கும் x இன் எல்லா மெய்ப்பெறுமானங்களையும் காண்க.

(b) யன்னல் ஒன்று செவ்வகத்தின் மேல் சமபக்க முக்கோணி உடைய வடிவத்தில் உள்ளது. யன்னலின் சுற்றளவு a எனின் யன்னலின் பரப்பளவு A ஆனது $0 < x < \frac{a}{3}$ இற்கு

$A = \frac{1}{2} ax - \left(\frac{6-\sqrt{3}}{4}\right)x^2$ இனால் தரப்படும் எனக் காட்டுக.

A உயர்வாக இருக்கும் x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



14) (a) $3x^4 + 2x^3 + 23x^2 + 7x + 40 \equiv Ax(x-1) + B(x-1)(x^2+4) + C(x^2+4)^2$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக A, B, C ஆகிய மாறிலிகளின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

இதிலிருந்து, $\frac{3x^4+2x^3+23x^2+7x+40}{(x^2+4)^2(x-1)}$ ஐப் பகுதிப்பின்னங்களில்

எழுதி, $\int \frac{3x^4+2x^3+23x^2+7x+40}{(x^2+4)^2(x-1)} dx$ ஐக் காண்க.

(b) (i) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln(\sin 2x) dx = \frac{1}{2} \int_0^{\pi} \ln(\sin x) dx$ எனவும்

(ii) $\int_0^{\pi} \ln(\sin x) dx = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln(\sin x) dx$ எனவும் காட்டுக.

$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln(\sin x) dx$ எனக் கொள்வோம்.

a ஒரு மாறிலியாக உள்ளபோது $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$

ஐப் பயன்படுத்தி $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln(\cos x) dx$ எனக்காட்டி மேலும்

$I = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln(\sin 2x) dx - \frac{\pi}{4} \ln 2$ எனக் காட்டுக.

மேலே (i), (ii) இல் உள்ள முடிவுகளையும் பயன்படுத்தி I இன் பெறுமானத்தைக் காண்க

(c) பகுதிகளாகத் தொகையிடலைப் பயன்படுத்தி

$\int x \ln x dx$ ஐக் காண்க.

15) (a) (x_0, y_0) எனும் புள்ளியிலிருந்து நேர்கோடு $ax + by + c = 0$ இற்கு வரையப்பட்ட செங்குத்துத் தூரம் $\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ எனக்காட்டுக.

செவ்வகம் $ABCD$ இல் $AB = 2AD$ ஆக அமைந்துள்ளது. அத்துடன் பக்கம் AB ஆனது $x + 2y = 0$ எனும் கோட்டின் வழியே அமைந்துள்ளது. செவ்வகத்தின் மூலைவிட்டங்கள் புள்ளி $E \equiv \left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$ இல் இடைவெட்டுகின்றன. புள்ளி E இல் இருந்து AB இற்கான செங்குத்துத்தூரம் $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ எனக் காட்டுக. இதிலிருந்து செவ்வகத்தின் மற்றைய மூன்று பக்கங்களினதும் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

(b) ஒரு சாய்சதுரம் $ABCD$ இன் மூலைவிட்டம் AC இன் சமன்பாடு $3x - y - 3 = 0$ உம் $B \equiv (3,1)$ உம் ஆகும். அத்துடன் CD இன் சமன்பாடு $x + ky - 4 = 0$ ஆகும்.

இங்கு k ஒரு மாறிலி $D \equiv (\alpha, \beta)$ எனின் $3\alpha - \beta + 2 = 0$ எனக் காட்டுக. α, β இல் வேறொரு தொடர்பைப் பெற்று D இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க. இதிலிருந்து $k = 2$ எனக்காட்டி பக்கம் AB இன் சமன்பாட்டைக் காண்க.

16) (a) (i) இரு வட்டங்களின் சமன்பாடுகள்

$$s \equiv x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$$

$s' \equiv x^2 + y^2 + 2g'x + 2f'y + c' = 0$ எனக் கொள்வோம். இவ்வட்டங்கள் நிமிர்கோண முறையாக இடைவெட்டின

$$2\{gg' + ff'\} = c + c' \text{ எனக் காட்டுக.}$$

(ii) $s \equiv x^2 + y^2 + 2yx + 2fy + c = 0$ எனும் வட்டத்திற்கு வட்டத்திற்கு வெளியேயுள்ள புள்ளி (x_0, y_0) இல் இருந்து வரையப்படும் தொடலிகளின் தொடுநாளின் சமன்பாடு

$$x_0x + y_0y + g(x_0 + x) + f(y_0 + y) + c = 0 \text{ எனக் காட்டுக.}$$

(b) $(1, 0)$ எனும் புள்ளியினூடு செல்வதும் $x + y = 0$ எனும் கோட்டில் மையத்தை கொண்டுள்ள வட்டம் $s = 0$ இன் பொதுச்சமன்பாடு $s \equiv x^2 + y^2 - 1 + \lambda(x - y - 1) = 0$ எனும் வடிவில் எழுதப்படலாம் எனக்காட்டக. இங்கு λ பரமானம் வட்டம் $s = 0$ ஆனது வட்டம் $s_1 \equiv x^2 + y^2 + 2x - 2y - 11 = 0$ ஐ நிமிர்கோண முறையாக இடைவெட்டுகின்றது. $s \equiv x^2 + y^2 - 4x + 4y + 3 = 0$ எனக் காட்டுக. புள்ளி $p \equiv (0, 4)$ இல் இருந்து வட்டம் $s = 0$ இற்கு வரையப்படும் தொடலிகளின் தொடுநாளின் சமன்பாடு $u = 2x - 6y - 11 = 0$ எனக் காட்டுக. $s = 0$ உம் $u = 0$ உம் இடை வெட்டும் புள்ளியினூடாகவும் $(1, 1)$ எனும் புள்ளியினூடாகவும் செல்லும் வட்டத்தின் சமன்பாடு $s_2 \equiv 3(x^2 + y^2) - 10x + 6y - 2 = 0$ எனக்காட்டுக. $s_2 = 0$ இனால் வட்டம் $s_3 = x^2 + y^2 - 2x - 2y + c = 0$ இன் பரிதி இருகூறிடப்படின் எனின் $c = 2$ எனக்காட்டுக.

17) (a) $\cos(A + B), \cos(A - B)$ ஆகியவற்றை $\sin A, \cos A, \sin B, \cos B$ ஆகியவற்றில் எழுதுக.

இதிலிருந்து $\cos(A + B) \cos(A - B) = \cos^2 A - \sin^2 B$ எனக்காட்டுக.

(i) $\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$ என்பதையும்

(ii) $\cos^2 \frac{3\pi}{24} + \cos^2 \frac{5\pi}{24} + \cos^2 \frac{7\pi}{24} - 2 \sin^2 \frac{\pi}{24} - 2 \sin^2 \frac{3\pi}{24} = \frac{3 + \sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ என்பதையும் உய்த்தறிக.

(b) வழக்கமான குறிப்பீட்டில் ஒரு முக்கோணி ABC இற்கு சைன் நெறியைக் கூறுக.

$n \in Z$ இற்கு $x \neq n\pi + \frac{\pi}{2}$ எனக் கொள்வோம்.

$$\sin 2x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} \text{ எனவும் } \cos 2x = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} \text{ எனவும் எனவும் காட்டுக.}$$

ஒரு முக்கோணி ABC இல் வழக்கமான குறிப்பீட்டில் $\sin 2B + \cos 2B = \frac{31}{25}$ எனவும் $c = \frac{\pi}{4}$ எனவும் $AB = 10\text{cm}$ எனவும் தரப்பட்டுள்ளன.

அத்தகை இரு வேறுவேறான முக்கோணிகள் இருக்கின்றனவெனக் காட்டி, ஒவ்வொன்றுக்கும் $\sin A$ ஐயும் BC, CA ஆகியவற்றின் நீளங்களையும் காண்க.

(c) சமன்பாடு $\tan^{-1}(e^x) + \tan^{-1}(2e^x) = \frac{3\pi}{4}$ ஐத் தீர்க்க.



தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்
நான்காம் தவணைப் பரீட்சை - 2022
Conducted by Field Work Centre, Thondaimanaru.
4th Term Examination - 2022

தரம் :- 13 (2022)

இணைந்த கணிதம் II - A

நேரம் : முன்றுமணித்தியாலம்
பத்து நிமிடம்

சுட்டெண்

அறிவுறுத்தல்கள்

- பகுதி - A இன் எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் விடைகளைத் தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதி - B இல் உள்ள 7 வினாக்களில் விரும்பிய 5 வினாக்களுக்குமாத் திரம் விடைஎழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்டநேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B யிற்கு மேலே இருக்கக்கூடியதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதி B யை மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

இணைந்தகணிதம் II

பகுதி	வினாஎண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
வினாத்தாள் I இன் மொத்தம்		

இணைந்த கணிதம் I

இணைந்த கணிதம் II

இறுதிப் புள்ளிகள்

பகுதி - A

- 1) முறையே $2m, 3m$ திணிவுள்ள சம ஆரையுள்ள A, B எனும் இரு கோளங்கள் ஓர் ஒப்பமான கிடைமேசை மீது குறித்த இடைவெளியில் வைக்கப்பட்டு அவற்றுக்கு \overline{AB} திசையில் மையமினை கோட்டின் வழியே முறையே $3u, 2u$ கதிகள் கொடுக்கப்படுகின்றன. A ஆனது B உடன் மோதுகைக்கு உட்பட்டு சற்றுப் பின் A, B ஆகியவற்றின் வேகங்களையும், மோதுகையினால் இழந்த இயக்கசக்தி $\frac{9mu^2}{16}$ எனவும் காட்டுக. இங்கு இரு கோளங்களுக்கு இடையிலான மீளமைவுக் குணகம் $\frac{1}{4}$ ஆகும்.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- 2) கிடைத்தரையில் உள்ள ஒரு புள்ளி. O இல் இருந்து கிடையுடன் $\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$ கோணத்தில் நிலைக்குத்து தளத்தில் எறியில் கதியின் நிலைக்குத்து கூறு $3\sqrt{ag}$ ஆகுமாறு எறியப்படும் துணிக்கையின் கடவைச் சமன்பாடு $x^2 - 24ax + 32ay = 0$ எனக் காட்டுக. இங்கு OX, OY என்பன துணிக்கையின் தளத்தில் O இன் ஊடான கிடை, நிலைக்குத்து அச்சக்கள் ஆகும். இதில் இருந்து துணிக்கை ஆனது அதியர் உயரத்தில் இருந்து $\frac{a}{2}$ ஆழத்தில் உள்ள போதான துணிக்கையின் கிடை வீச்சுக்களுக்கு இடைப்பட்ட தூரத்தை உய்த்தறிக.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

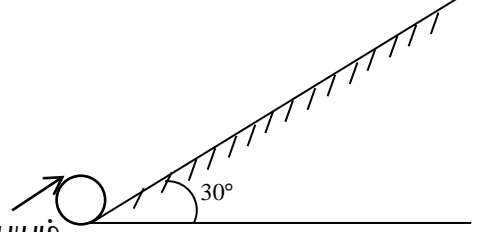
.....

.....

.....

.....

3) கிடையுடன் 30° சாய்வில் $4a$ நீளமான ஒப்பமான சாய்தளம் ஒன்றின் அடியில் இருந்து $4\sqrt{ag}$ கதியுடன் சாய்தளத்தின் அதி உயர் சாய்வுக் கோட்டின் வழியே m திணிவுள்ள துணிக்கை ஒன்று எறியப்படுகிறது சக்தி காப்பு விதியை மாத்திரம் பயன்படுத்தி



- சாய்தளத்தின் உச்சியில் துணிக்கையின் கதியையும்
- கிடைத் தரையிலிருந்து துணிக்கை அடையும் அதியுயரத்தையும் காண்க

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4) 2700kg திணிவுடைய கார் ஒன்று கிடையுடன் 30° சாய்வான ஒரு நேரான வீதி வழியே 800N மாறாத் தடைவிசைக்கு எதிராக சீரான கதி 16ms^{-1} உடன் செல்கின்றது எனின் எஞ்சினின் இயங்கும் வலுவைக் காண்க. காரானது A என்னும் புள்ளியை கடக்கும் கணத்தில் எஞ்சின் ஓய்வடையச் செய்யப்படுகின்றது. காரானது A இல் இருந்து எவ்வளவு தூரத்தில் ஓய்வடையும் எனக் காண்க. (காரின் இயக்கத்திற்கான தடை விசை மாறவில்லை)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- 5) P, Q என்பன முறையே $2m, 6m$ திணிவுகளை உடைய இரு துணிக்கைகள் அவை இலேசான நீள இழையின் நுனிகளுக்கு இணைக்கப்பட்டு P ஆனது கரடான உயரமான கிடைமேசை மீது இருக்க இழையானது மேசையின் நுனியில் நிலைப்படுத்தப்பட்ட ஓர ஒப்பமான முளையின் மேலாகச் சென்று துணிக்கை Q தாங்கின்றது. இழையின் பகுதிகள் இறுக்கமாக இருக்க தொகுதி ஓய்வில் இருந்து விடப்படுகிறது தொடரும் இயக்கத்தில் $\sqrt{\frac{8a}{g}}$ செக்கனில் P, Q இன் வேகங்கள் $\sqrt{2ag}$

எனில், இழையில் உள்ள இழுவை, P க்கும் மேசைக்கும் இடையிலான உராய்வுக் குணகம் என்பவற்றைக் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- 6) $5a$ நீளமுள்ள இலேசான நீள இழையின் ஒரு முனைக்கு m திணிவுள்ள துணிக்கை P இணைக்கப்பட்டு P ஆனது ஒப்பமான கிடை மேசை மீது வைக்கப்பட்டு இழை ஆனது மேசையின் மேல் உள்ள ஒப்பமான துளையின் ஊடாகச் சென்று m திணிவுள்ள துணிக்கையை காவுகின்றது. இழையின் பகுதிகள் இறுக்கமாக இருக்க துணிக்கை P ஆனது மேசை மீது w கோண வேகத்துடன் இயங்குமாறும் துணிக்கை Q ஆனது $2w$ கோண வேகத்துடன் ஒரு கிடை வட்டத்தில் இயங்குமாறும் செய்யப்படுகின்றது. மேசைக்கு கீழே உள்ள இழையின் நீளம் a எனக் காட்டுக. $w = \sqrt{\frac{g}{2a}}$ எனின் மேசைக்கு கீழ் உள்ள இழை நிலைக்குத்துடன் ஆக்கும் கோணத்தைக் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

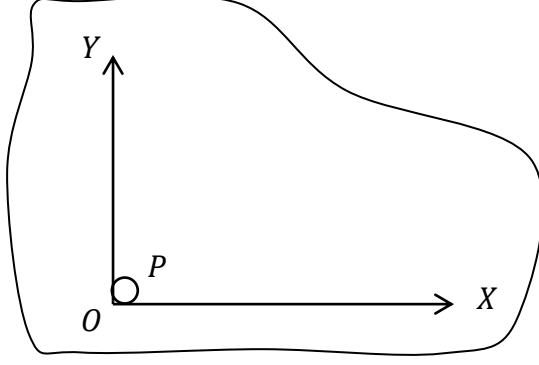
.....

.....

.....

.....

7)



ஒப்பமான தளம் ஒன்றில் OX, OY என்பன ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான. இரு அச்சக்கள் $\underline{i}, \underline{j}$ என்பன முறையே OX, OY அச்சக்கள் வழியே ஆன அலகுக்காலிகள் ஆகும். m திணிவுள்ள துணிக்கை P ஆனது O இல் வைக்கப்பட்டு துணிக்கைக்கு $4\underline{i} - 5\underline{j}, x\underline{i} + y\underline{j}$ நியூட்டன் விசைகளை கொடுக்கப்படும் போது அவற்றின் விளையுள் $\underline{i} - 2\underline{j}$ இன் திசையில் காணப்படுகின்றது.

i) விளையுள் R இற்கும் \underline{j} க்கும் இடைப்பட்ட கோணத்தைக் காண்க.

.....

ii) $2x + y + 3 = 0$ எனக் காட்டுக.

.....

8) A, B, C என்ற புள்ளிகளின் தானக்காலிகள் முறையே $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ ஆகும். α, β, γ என்பன பூச்சியமற்ற எண்ணிகள். $\alpha\underline{a} + \beta\underline{b} + \gamma\underline{c} = 0$ ஆகவும், $\alpha + \beta + \gamma = 0$ ஆகவும் இருப்பின் A, B, C ஒரே நேர்கோட்டிலுள்ளன எனக்காட்டுக.

.....

9) $2w$ நிறையும் $4a$ நீளமும் உள்ள ஒரு கோல் அவற்றின் முனைகள் A, B இல் முறையே $2w, w$ நிறைகள் இணைக்கப்பட்டுள்ளதுடன் A, B இல் இணைக்கப்பட்ட இரு இலேசான நீளா இழைகளின் முனைகள் உயரமான ஒரு புள்ளி O இற்கு இணைக்கப்பட்டிருக்க. AB கிடையாகவும் இழையின் பகுதிகள் AO, BO என்பன கிடையுடன் முறையே $60^\circ, 30^\circ$ இருக்க சமநிலையில் தொங்குகின்றது. இழைகளில் உள்ள இழுவைகளையும் A இல் இருந்து கோலின் புவியீர்பு மையத்தூரத்தையும் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

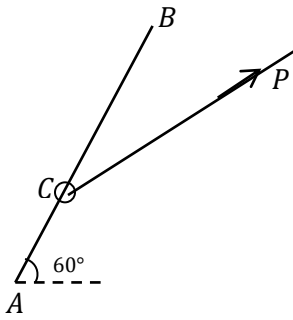
.....

.....

.....

.....

10)



கிடையுடன் 60° சாய்வில் நிலைப்படுத்தப்பட்ட ஒரு கரடான மெல்லிய கோலில் w நிறையுடைய ஒரு வளையம் கோர்க்கப்பட்டு வளையத்துக்கு மேல் முக நிலைக்குத்துடன் 60° திசையில் கொடுக்கப்படும் மாறா விசை P இனால் வளையம் மேல் நோக்கிய எல்லைச் சமநிலையில் உள்ளது வளையத்திற்கும் கோலுக்கும் இடையிலான உராய்வுக் குணகம் $\frac{\sqrt{3}}{2}$ எனில் விசை P ஐயும் வளையத்தில் கோலினால் ஏற்படுத்தப்படும் செவ்வன் மறுதாக்கத்தையும் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்
நான்காம் தவணைப் பரீட்சை - 2022
Conducted by Field Work Centre, Thondaimanaru.
4th Term Examination - 2022

தரம் :- 13 (2022)

இணைந்த கணிதம் II - B

சுட்டெண்

11) (a) கிடைத்தரையில் இருந்து ஒரு துணிக்கை P ஆனது புவியீர்ப்பின் கீழ் நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கி அது அடையக்கூடிய அதி உயர் உயரம் $\frac{25u^2}{2g}$ ஆகுமாறு ஒரு வேகம் V உடன் எறியப்படுகின்றது. துணிக்கை P இன் கதி மேல்நோக்கி $\frac{4V}{5}$ ஆக உள்ள போது இன்னேர் துணிக்கை Q ஆனது தரையில் இருந்து h உயரத்தில் $\left(h > \frac{9u^2}{2g}\right)$ உள்ள ஒரு புள்ளியில் இருந்து $2u$ கதியுடன் P ஐ நோக்கி நிலைக்குத்தாக எறியப்படுகின்றது. P, Q ஒன்றை ஒன்று மோதும் போது துணிக்கை Q இன் கதி $5u$ எனில்

(i) $V = 5u$ எனக் காட்டுக.

(ii) P இன் கதி $\frac{4V}{5}$ ஆக உள்ளபோது P தரையிலிருந்து எவ்வளவு உயரத்தில் உள்ளது.

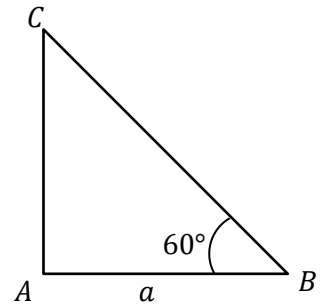
(iii) P எறியப்பட்ட கணத்தில் இருந்து, P, Q ஆகிய இரு துணிக்கைகளும் ஒன்றை ஒன்று மோதும் வரைக்கும் இரு துணிக்கைகளுக்கான வேக நேரவரைபை ஒரே வரிப்பட்டத்தில் வரைக
வேகநேர வளையில் இருந்து

(iv) P, Q என்பன மோதும் போது P இன் கதியையும்

(v) Q ஆனது எறியப்பட்டு P உடன் மோத எடுக்கும் நேரத்தையும்

(vi) h யும் காண்க.

(b) படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு ABC என்பன. ஒரு பெரிய மைதானம் ஒன்றின் மூன்று நிலைகள் ஆகும். $AB = a, \hat{ABC} = \frac{\pi}{3}, \hat{BAC} = \frac{\pi}{2}$ ஆகும். P, Q, R என்னும் மூன்று ஓட்டவீரர்கள் முறையே A, B, C என்னும் நிலைகளில் நிற்கின்றனர். Q, R ஆகியோர் முறையே B, C இல் இருந்து \vec{AC} திசை வழியே முறையே $\sqrt{3}v, \sqrt{3}v$ என்னும் சீரான வேகங்களுடன் ஒரே நேரத்தில் ஓட ஆரம்பிக்கும் கணத்தில் P என்பவர் $2v$ சீரான கதியுடன் முதலில் Q ஐ பிடிக்கும் நோக்குடன் சென்று Q உடன் கைகுலுக்கி உடனடியாக அதே சீரான கதியுடன் நேர் கோட்டில் இயங்கி R ஐ சந்திக்கின்றார். சார்பு வேக கோட்பாட்டை பயன்படுத்தி வேகமுக்கோணிகளை வரைவதன் மூலம்

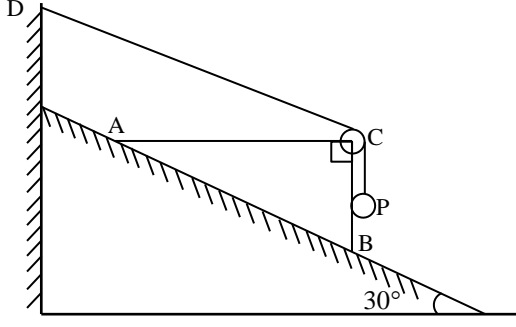


(i) P ஆனது Q ஐ சந்திக்க எடுக்கும் நேரத்தையும்

(ii) P ஆனது Q ஐ சந்திக்கும் கணத்தில் P, R இற்கு இடைப்பட்ட தூரத்தையும்

(iii) பின்னர் P ஆனது R ஐ சந்திக்க எடுக்கும் நேரம் $\frac{4a}{(\sqrt{13}-3)v}$ எனக் காட்டுக.

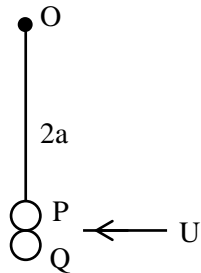
12)



தரப்பட்ட உருவில் உள்ள ΔABC ஆனது திணிவு $4m$ ஐ உடைய ஒரு சீரான ஒப்பமான ஆப்பின் புவியீர்ப்பு மையத்தின் ஊடான நிலைக்குத்து குறுக்கு வெட்டை குறிக்கின்றது. இங்கு $\angle C = 90^\circ$ ஆகும். இவ் ஆப்பானது படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு கிடையுடன் 30° சாய்வுள்ள ஒரு ஒப்பமான சாய்தளத்தில் முகம் AB சாய்தளத்தை தொட்டுக்கொண்டும் முகம் BC நிலைக்குத்தாக இருக்குமாறும் வைக்கப்பட்டு திணிவு m ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை P ஆனது ஒரு இலேசான நீள இழையின் ஒரு முனைக்கு இணைக்கப்பட்டு இழையானது C இல் உள்ள ஒப்பமான கப்பியின் மேலாக சென்று படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு DC சமாந்தரம் AB ஆகுமாறு நிலைக்குத்து சுவரில் உள்ள ஒரு புள்ளி D இற்கு மற்றயமுனை இணைக்கப்பட்டு துணிக்கை P ஆனது B இற்கு அருகே முகம் BC இன் உயர் சாய்வுக் கோட்டில் இருக்குமாறு பிடிக்கப்பட்டு தொகுதி மெதுவாக விடப்படுகின்றது. தொடரும் இயக்கத்தில் P ஆனது C ஐ அடையவில்லை எனக் கொண்டு

- துணிக்கை, ஆப்பில் தாக்கும் விசைகளைக் குறிக்க.
- துணிக்கை, ஆப்பின் ஆர்முடுகல்களை தெளிவாக குறிக்க.
- துணிக்கை, ஆப்பின் ஆர்முடுகல்கள், இழையில் உள்ள இழுவை, சாய்தளத்தினால் ஆப்பின் மீது தாக்கும் மறுதாக்கம் ஆப்பினால் துணிக்கை P க்கு கொடுக்கப்படும் மறுதாக்கம் என்பவற்றை துணிவதற்கு போதுமான சமன்பாடுகளைப்பெறுக.
- $AC = 3a$ எனில் துணிக்கை P ஆனது C ஐ அடைய எடுக்கும் நேரத்தை பெறபோதுமான சமன்பாட்டை பெறுக.

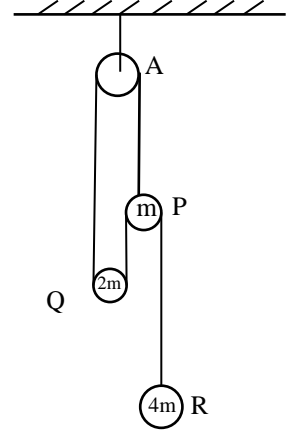
13)



$2a$ நீளமான இலேசான நீள இழையின் ஒரு துணி கிடைத்தரையில் இருந்து $3a$ உயரத்தில் உள்ள ஒரு புள்ளி O இற்கு கட்டப்பட்டு இழையின் மற்றய நுனியில் படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு சமதிணிவு m ஐ உடைய P, Q ஆகிய துணிக்கைகளை இணைக்கப்பட்டு படத்தில் காட்டியவாறு துணிக்கைகளுக்கு u வேகம் கிடையாக கொடுக்கப்படுகின்றது.

- (i) தொடரும் இயக்கத்தில் இழை கீழ்முக நிலைக்குத்துடன் θ கோணத்தில் உள்ள போது துணிக்கைகள் P, Q என்பவற்றின் கதியையும் இழையில் உள்ள இழுவையையும் காண்க.
- (ii) இழை கீழ்முக நிலைக்குத்துடன் $\frac{\pi}{3}$ கோணத்தை ஆக்கும் போது துணிக்கை Q ஆனது மெதுவாக P ஐ விட்டு விலகுகின்றது எனில் தொடரும் இயக்கத்தில் துணிக்கை P ஆனது O இன் ஊடான கிடைமட்டத்துடன் மேல்முகமாக θ கோணத்தில் உள்ள போது துணிக்கை P இன் வேகத்தையும் இழையில் உள்ள இழுவையையும் காண்க.
- (iii) துணிக்கை P ஆனது பூரணவட்டத்தில் இயங்குவதற்கு u இன் இழிவுப் பெறுமானம் u_0 ஐ காண்க.
- (iv) P, Q என்பனவற்றுக்கு ஆரம்பத்தில் u_0 வேகம் கொடுக்கப்படின் துணிக்கை Q ஆனது O இன் ஊடான நிலைக்குத்து கோட்டில் இருந்து எவ்வளவு தூரத்தில் தரையை அடிக்கும் எனக் காண்க.

14) (a) படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு ஒரு இலேசான ஒப்பமான கப்பி A ஆனது உயரமான சீலிங்கில் உள்ள ஒரு புள்ளியில் நிலைப்படுத்தப்பட்டு ஒரு இலேசான நீள இழையின் ஒரு நுனி m திணிவுள்ள சீரான ஒப்பமான கப்பி P இற்கு இணைக்கப்பட்டு இழை ஆனது கப்பி A இற்கு மேலாகச் சென்று $2m$ திணிவுள்ள ஒப்பமான Q என்ற கப்பியின் கீழாகச் சென்று பின் கப்பி P இன் மேலாகச் சென்று $4m$ திணிவுள்ள துணிக்கை R ஐ தாங்குகின்றது தொகுதி ஆனது இழையின் பகுதிகள் இறுக்கமாகவும் நிலைக்குத்தாகவும் இருக்குமாறு பிடிக்கப்பட்டு மெதுவாக இடப்படுகின்றது. தொடரும் இயக்கத்தில் விசைகள், ஆர்முடுகல்களை தெளிவாகக் குறித்து, இழையில் உள்ள இழுவை, P, Q, R என்பவற்றின் ஆர்முடுகல்களை துணிவதற்கு போதுமான சமன்பாடுகளைப் பெறுக.



(b) முறையே km, m ($2 < k < 3$) திணிவுள்ள A, B என்னும் சம ஆரையுடைய இரு ஒப்பமான கோணங்கள் ஒப்பமான கிடைத்தளம் ஒன்றில் ஒன்றை ஒன்று நோக்கி அவற்றின் மையமிணை கோட்டின் வழியே முறையே $2u, 4u$ கதிகளில் எறியப்படுகின்றன. மோதுகைக்கு சற்றுப்பின் A கதி அரைவாசி ஆவதுடன் அதன் திசை புறமாற்றப்படுகின்றது.

(i) மோதுகைக்கு சற்றுப்பின் B இன் வேகத்தை k சார்பில் காண்க.

(ii) $k = \frac{7}{3}$ எனத்தரப்படின்

(a) மோதுகைக்கு பின் B இன் திசை புறமாற்றப்படும் எனக் காட்டுக.

(b) இரு கோளங்களுக்கு இடையிலான மீளமைவுக் குணகத்தைக் காண்க. மோதுகையினால் ஏற்படும் கணத்தாக்கின் பருமனை காண்க.

15) (a) O என்ற புள்ளி குறித்து A, B, C என்பவற்றின் தானக்காவிகள் முறையே $a, 2b, (a + b)$ ஆகும். OC இன் நடுப்புள்ளி M . AM, OB சந்திக்கும் புள்ளி D ஆகும். O ஊடாக MA க்கு சமாந்தரமாக வரையும் நேர்கோடு நீட்டிய CA ஐ N இல் சந்திக்கிறது $OD = \lambda OB, AN = \mu CA, AD = \gamma AM$ எனக் கொள்க.

(i) \vec{CA}, \vec{AM} என்பவற்றைக் காண்க.

(ii) $\vec{OD}, \vec{AN}, \vec{AD}$ என்பவற்றைக் $\gamma, \lambda, \mu, a, b$ சார்பாக காண்க.

(iii) பொருத்தமான காவிக்கூட்டல்களை பாவிப்பதன் மூலம் λ, μ, γ என்பவற்றைக் காண்க. இதிலிருந்து D, N என்பவற்றின் தானக் காவிகளை எழுதுக.

CN ஐ A பிரிக்கும்வகிதத்தை தருக.

(b) ΔABC இல் AC இன் நடுப்புள்ளி $D, AB = BD = DC = 2a$

$\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{DB}, \vec{DC}, \vec{DA}$ வழியே முறையே $2P, \sqrt{3}P, P, 2P, P$ விசைகள் தாக்குகின்றன.

(i) இத்தொகுதியின் விளையுளின் பருமன், திசை என்பவற்றைக் காண்க.

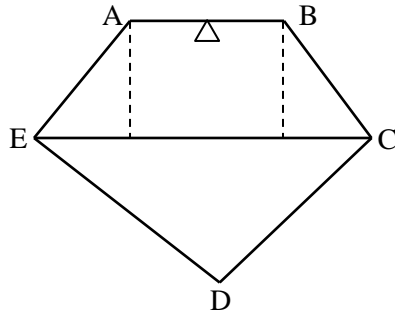
(ii) விளையுளின் தாக்க கோடு BD க்கு செங்குத்து எனக்காட்டுக.

(iii) விளையுளின் தாக்க கோடு AB ஐ வெட்டும்புள்ளியைக் காண்க.

(iv) விளையுள் B யூடாக செயற்படுவதற்கு சேர்க்க வேண்டிய இணையின் பருமன், போக்கு என்பவற்றைக் காண்க.

(v) விளையுள் B யூடாக செயற்படுகையில் \vec{BD} வழியே $6P$ விசை சேர்க்கப்படின் புதிய விளையுளின் பருமன் திசை யாது?

16) (a)

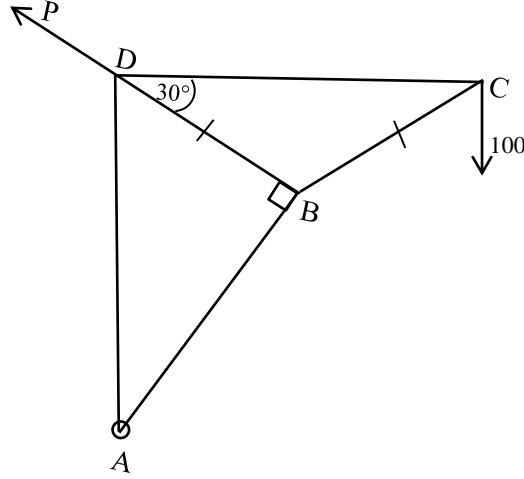


AB, AE, BC, CD, DE என்பன $AB = AE = BC = 2a, CD = DE = 4a$ ஆகுமாறு ஒவ்வொன்றும் w நிறையுடைய சீரான கோல்கள் ஆகும் படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு அவற்றின் முனைகள் ஒப்பமாக முட்டப்பட்டு AB இன் நடுப்புள்ளி ஒரு ஒப்பமான

முனை மீது தங்க C, E இற்கு இணைக்கப்பட்ட $4a$ நீளமுள்ள இலேசான கோலினால் நிலைக்குத்து தளத்தில் சமநிலையில் பேணப்படுகின்றது.

- முளையினால் கொடுக்கப்படும் மறுதாக்கம் யாது?
- இலேசான கோல் EC இல் தாக்கும் உதைப்பையும் முட்டு D இல் உள்ள மறுதாக்கத்தையும் காண்க.
- முட்டு A இல் கோல் AB இல் தாக்கும் மறுதாக்கத்தின் கிடை நிலைக்குத்து கூறுகளைக் காண்க.

(b)



படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு AB, BC, CD, AD, BD ஆகிய இலேசான கோல்களாலான சட்டப்படல் முட்டு A இல் பினைக்கப்பட்டுள்ளது. D ல் P என்ற விசை BD திசையில் பிரயோகிப்பதுடன் C இல் $100N$ நிறை தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது.

DC கிடையானது AD நிலைக்குத்து பிணையல் A இலுள்ள மறுதாக்கத்தின் திசையை கூறுக.

போவின் குறியீட்டுமுறையில் தளகப்பு வரிப்படம் வரைந்து உதைப்பு, இழுவை என்பவற்றை வகைப்படுத்தி அவற்றின் பருமன்களைக் காண்க

P, A யுள்ள மறுதாக்கம் என்பவற்றைக் காண்க.

- 17) (a) $\sqrt{3}a$ ஆரையுடைய ஒப்பமான அரைக்கோள பாத்திரம் அதன் விளிம்பு கிடையாக இருக்குமாறு வளைபரப்பு கிடைநிலத்தில் தங்கி இருக்க நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. அவ்வரைக்கோளத்தினுள் $6a$ நீளமும் w நிறையுமுடைய ஒரு ஒப்பமான கோல் AB இன் முனை A கோளத்தினுள் தங்க மறுமுனை B ஆனது கோளத்திற்கு வெளியே இருக்குமாறு கோலில் உள்ள ஒரு புள்ளி C ஆனது கோளத்தின் கிடை விளிம்பில்

தங்க சமனிலையில் உள்ளது. கோலின் புவியீர்பு மையம் G ஆனது $AG : GB = 1 : 2$ ஆகுமாறு உள்ள புள்ளி எனில்

(i) கிடையுடன் கோலின் சாய்வு θ எனில் $\theta = \frac{\pi}{6}$ எனக் காட்டுக.

(ii) A, C இல் கோளத்தினால் கோலில் ஏற்படுத்தப்படும் மறுதாக்கங்களைக் காண்க.

(iii) இப்போது முனை B இல் W நிறையுடைய துணிக்கை ஒன்று இணைக்கப்பட்டால் கோல் ஆனது ஒரு போதும் சமனிலையில் இருக்காது எனக் காட்டுக.

(b) $2a$ நீளமும் w நிறையும் உடைய ஒரு சீரான கோலின் ஒரு முனை கிடையுடன் α சாய்வுள்ள ஒரு கரடான சாய் தளம் AB இல் தங்க கோலின் மறுமுனை ஒரு ஒப்பமான நிலைக்குத்து சுவர் BD க்கு எதிரே இருக்க கோல் ஆனது நிலைக்குதுடன் θ கோணத்தில் எல்லைச் சமநிலையில் உள்ளது. B ஆனது A இற்கு மேலே உள்ளது எனக் கொள்க. சாய்தளத்துக்கும் கோலுக்கும் இடையிலான உராய்வுக் கோணம் λ எனில்

(i) $\tan \theta = 2 \tan(\lambda - \alpha)$ எனக் காட்டுக.

(ii) சுவரினால் கோலின் மீது ஏற்படுத்தப்படும் மறுதாக்கம்

(iv) சாய்தளத்தினால் கோலில் உள்ள மறுதாக்கம், உராய்வு விசை என்பவற்றைக் காண்க.