



வடமாகாணக் கல்வித் திணைக்களத்துடன் இணைந்து
தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்

Field Work Centre
தவணைப் பரீட்சை, யூன் - 2019
Term Examination, June - 2019

தரம் :- 13 (2019)

இணைந்த கணிதம் - I A

மூன்று மணித்தியாலம் 10 நிமிடம்

சுட்டெண்

--	--	--	--	--	--

அறிவுறுத்தல்கள்:

- பகுதிA இன் எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் விடைகளைத் தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதிB இல் உள்ள 7 வினாக்களில் விரும்பிய 5 வினாக்களுக்குமாத்திரம் விடைஎழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்டநேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B யிற்கு மேலே இருக்கக்கூடியதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதி B யை மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

இணைந்தகணிதம் I		
பகுதி	வினாஎண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
வினாத்தாள் I இன் மொத்தம்		

இணைந்த கணிதம் I

இணைந்த கணிதம் II

இறுதிப் புள்ளிகள்

03) ஓர் ஆகண் வரிப்படத்தில் சமன்பாடு $|z - 1| = 1$ ஐத் திருப்தியாக்கும் சிக்கலெண் z இனால் வகைகுறிக்கப்படும் புள்ளியின் ஒழுக்கு C யின் பரும்படிப் படத்தைவரைக. இதிலிருந்து z இற்கு $\operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z$ இன் உயர்ந்தபட்சப் பெறுமானத்தைக் காண்க.

04) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + x \tan x - \cos 2x}{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}} = 3$ எனக் காட்டுக.

05) $a, b \in \mathbb{R}^+$ இற்கு நீள்வளையம் $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ மீதுள்ள புள்ளி $P(a \cos \alpha, b \sin \alpha)$ இல் வரையப்படும் தொடலியின் சமன்பாடு $\frac{x}{a} \cos \alpha + \frac{y}{b} \sin \alpha = 1$ எனக் காட்டுக. இங்கு $0 < \alpha < \pi/2$. இத் தொடலியானது $(2a, 0)$ என்னும் புள்ளியினூடு செல்லுமெனின் α இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

06) x ஐக் குறித்து $\ln \sqrt{x + \sqrt{x^2 + 4}}$ ஐ வகையிடுக. இதிலிருந்து அல்லது வேறு வழியாக $\int \frac{x+4}{\sqrt{x^2+4}} dx$ ஐக் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

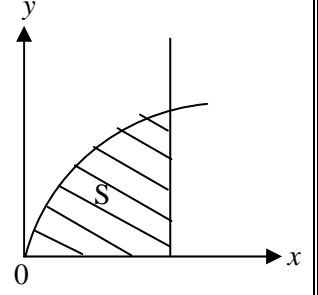
.....

.....

.....

.....

07) வுளையி $y = \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}$ நேர்கோடு $x = 2$, x - அச்ச ஆகியவற்றினால் உள்ளடைக்கப்பட்ட பிரதேசம் S எனக் கொள்வோம். (உருவைப் பார்க்க). S ஐ x - அச்சைப் பற்றி 2π ஆரையன்களினூடாச் சுழற்றும் போது பிறப்பிக்கப்படும் திண்மத்தின் கனவளவு $\frac{\pi}{2}(4 - \pi)$ எனக் காட்டுக.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

08) முக்கோணி ABCயின் பக்கங்கள் AB, BC, CA இன் சமன்பாடுகள் முறையே $x + y - 1 = 0, x + 2y + 2 = 0, 3x - y + 1 = 0$ ஆகும். BC யிற்குச் சமாந்தரமாக A இனூடு செல்லும் நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

09) (4, 0), (0, 4) ஆகிய புள்ளிகளினூடாகச் செல்லும் வட்டம் ஒன்றின் பொதுச் சமன்பாடு $x^2 + y^2 - 16 + \lambda(x + y - 4) = 0$ என்னும் வடிவில் எடுத்துரைக்கப்படலாம் எனக் காட்டுக. இங்கு λ ஒரு பரமானம். வட்டத்தின் ஆரையை λ இன் சார்பில் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

10) $x \neq n\pi$ இற்கு $\operatorname{cosec}^3 x + 2 \operatorname{cosec}^2 x \cot x + \operatorname{cosec} x \cot^2 x = \frac{\sin x}{(1-\cos x)^2}$ எனக் காட்டுக. இங்கு $n \in Z$ ஆகும்.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



வடமாகாணக் கல்வித் திணைக்களத்துடன் இணைந்து
தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்

Field Work Centre
தவணைப் பரீட்சை, யூன் - 2019
Term Examination, June - 2019

தரம் :- 13 (2019)

இணைந்த கணிதம் - I B

பகுதி - B

11) (a) $f(x) = (a - b)x^2 + 2ax + (a + b)$ எனக் கொள்வோம். இங்கு $a > b > 0$ ஆகும்.

(i) $\frac{a+b}{a-b} > 1$ எனக் காட்டுக.

(ii) $f(x)$ ஆனது மறையாக இருக்கும் x இன் மெய்ப்பெறுமானங்களின் வீச்சைக் காண்க.

(iii) $f(x) = 0$ இன் தன்மை காட்டியை எழுதுக. இதிலிருந்து

$f(x) = 0$ ஆனது வேறுவேறான மெய்மூலங்களைக் கொண்டிருக்கும் எனக் காட்டுக.

(iv) α, β என்பன $f(x) = 0$ இன் மூலங்கள் எனக் கொள்வோம். $(\alpha + 1)^2, (\beta + 1)^2$ ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச்சமன்பாட்டைக் காண்க. இதிலிருந்து $\frac{\alpha+2}{\beta} = \frac{\beta+2}{\alpha}$ எனின் $b = 0$ எனக் காட்டுக.

(b) $P(x) = 2x^3 + x^2 + 2x - 5$ இனது ஒரு காரணி $x - 1$ எனக் காட்டுக. $P(x)$ ஐ $x^2 - 5x + 6$ இனால் வகுக்கவரும் மீதியைக் காண்க.

12) (a) $(1 - x - x^2 + x^3)^6 = (1 - x^2)^m (1 - x)^n$ ஆகுமாறு நேர்நிறை வெண்கள் m, n ஐக் காண்க. இதிலிருந்து $(1 - x - x^2 + x^3)^6$ என்பதன் விரியில் உள்ள x^7 இன் குணகம் -144 எனக் காட்டுக.

(b) ஆறு திருமணமான தம்பதிகளில் இருந்து 3 ஆண்களையும் 3 பெண்களையும் கொண்ட குழுவொன்றைத் தெரிந்தெடுக்க வேண்டியுள்ளது. பின்வரும் ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும் குழு தெரிந்தெடுக்கத்தக்க விதங்களின் எண்ணிக்கைகளைக் காண்க.

i. எவரேனும் 3 ஆண்களும் 3 பெண்களும் இருக்கத் தெரிவுசெய்தல்.

ii. கணவன், மனைவி ஒன்றாக ஒரே குழுவில் இருக்கத் தெரிவுசெய்தல்.

iii. கணவரையும் மனைவியையும் ஒரே குழுவில் இல்லாது தெரிவுசெய்தல்.

(c) $r \in Z^+$ இற்கு $r^2 + 5r + 8 = A(r + 2)^2 + Br(r + 3)$ ஆகுமாறு A, B ஆகிய மாறிலிகளைக் காண்க. $r \in Z^+$ இற்கு $U_r = \frac{r^2 + 5r + 8}{r(r+1)(r+2)} \left(\frac{1}{2}\right)^r$ எனக் கொள்வோம். $U_r = f(r) - f(r + 1)$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக சார்பு $f(r)$ ஐக் காண்க.

இதிலிருந்து, $\sum_{r=1}^n U_r = \frac{3}{2} - \frac{n+3}{(n+1)(n+2)} \left(\frac{1}{2}\right)^n$ எனக் காட்டுக. முடிவில் தொடர் $\sum_1^\infty u_r$ ஒருங்கும் எனக்காட்டி அதன் கூட்டுத் தொகையையும் காண்க.

13) (a) $ad \neq bc$ ஆகுமாறுள்ள மெய்யெண்கள் a, b, c, d இற்கு $P = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ எனக் கொள்வோம்.

$P^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$ எனக் காட்டுக. இங்கு P^{-1} என்பது தாயம் P இன் நேர்மாறு

தாயமாகும். $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ எனக் கொள்வோம்.

i. தாயம் A இன் நேர்மாறு தாயம் A^{-1} ஐ எழுதுக. இதிலிருந்து, $A \times A = B$ ஆகுமாறுள்ள வரிசை 2 இலுள்ள தாயம் X ஐக் காண்க. இங்கு $B = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ ஆகும்.

ii. $A + A^T, A - A^T$ ஆகியவற்றைக் காண்க. இங்கு A^T என்பது A இன் நிலைமாற்றுத் தாயமாகும். $A + A^T, A - A^T$ ஆகிய தாயங்கள் பற்றி யாது கூறுவீர்?

தாயம் A ஐ ஒருசமச்சீர்த் தாயத்தினதும் ஓர் ஓராயச் சமச்சீர்த் தாயத்தினதும் கூட்டலாக எழுதுக.

(b) $w = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ எனக் கொள்வோம். $w + \bar{w}, w\bar{w}$ ஆகியவற்றைக் காண்க. இங்கு \bar{w} ஆனது சிக்கலெண் w இன் உடன்புணரியாகும்.

ஆகண் வரிப்படத்தில் O, P, Q என்னும் வெவ்வேறான புள்ளிகள் முறையே 0, Z_1, Z_2 ஆகிய சிக்கலெண்களை வகை குறிக்கின்றன.

$Z_1 = w Z_2$ அல்லது $Z_1 = \bar{w} Z_2$ ஆயின் ஆயின் மாத்திரம் $Z_1^2 - Z_1 Z_2 + Z_2^2 = 0$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து முக்கோணி OPQ ஆனது ஒருசமபக்க முக்கோணி ஆயின் ஆயின் மாத்திரம் $\frac{Z_1}{Z_2} + \frac{Z_2}{Z_1} = 1$ எனக் காட்டுக.

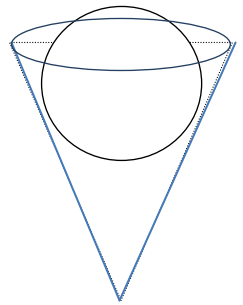
14) (a) $x \neq -1$ இற்கு $f(x) = \frac{x+2}{(x+1)^2}$ எனக் கொள்வோம். $x \neq -1$ இற்கு $f'(x) = -\frac{x+3}{(x+1)^3}$

எனவும் $f''(x) = \frac{2(x+4)}{(x+1)^4}$ எனவும் காட்டுக. இங்கு $f'(x), f''(x)$ என்பன முறையே

$f(x)$ இன் முதலாம் இரண்டாம் பெறுதிகளாகும். அணுகுகோடுகள், திரும்பற் புள்ளி, விபத்திப் புள்ளி ஆகியவற்றைக் காட்டி $y = f(x)$ இன் வரைபைப் படும்படியாக வரைக.

(b) அரைஉச்சிக்கோணம் $\frac{\pi}{6}$ ஐயும் உயரம் h ஐயும் உடைய கூம்பு வடிவக் கண்ணாடிப் பாத்திரம் ஒன்றினுள் உருவில் காட்டியவாறு கோளமொன்று பாத்திரத்தின் உள்மேற்பரப்பைத் தொட்டுக் கொண்டிருக்குமாறு வைக்கப்பட்டுள்ளது. பாத்திரத்திற்கு உள்ளே உள்ள கோளப்பகுதியின் வளைமேற்பரப்பளவு A ஆனது $A = 2\pi x (h - x)$ இனால் தரப்படுமெனக் காட்டுக. இங்கு x ஆனது கோளத்தின் ஆரையாகும்.

$x = \frac{h}{2}$ ஆகும் போது A உயர்வானதெனக் காட்டி A இன் உயர்வுப் பெறுமானத்தைக் காண்க.



உதவி : பாத்திரத்திற்கு உள்ளே உள்ள கோளப்பகுதியின் வளை மேற்பரப்பளவானது அதே ஆரையையும் கோளப் பகுதியின் அதே உயரத்தையும் உடைய உருளையின் வளை மேற்பரப்பளவிற்குச் சமனாகும்.

15) (a) $\frac{4x^3+x^2+4x-1}{x^4-1}$ ஐப் பகுதிப் பின்னங்களாக எடுத்துரைக்க. இதிலிருந்து $\int \frac{4x^3+x^2+4x-1}{x^4-1} dx$ ஐக் காண்க.

(b) பிரதியீடு $t = \tan \frac{x}{2}$ ஐப் பயன்படுத்தி $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{3 \sin x - 4 \cos x + 5}$ ஐக் காண்க.

(c) பகுதிகளாகத் தொகையிடும் முறையைப் பயன்படுத்தி $\int_0^{\pi} \sin^4 x dx$ ஐக் காண்க.
 $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$ என்பதைப் பயன்படுத்தி $\int_0^{\pi} \sin^4 x dx$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

16) x அச்சில் வெட்டுத்துண்டு a ஐயும் y அச்சில் வெட்டுத்துண்டு b ஐயும் கொண்ட நேர்கோட்டின் சமன்பாடு $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ எனக் காட்டுக. புள்ளிகள் A, B என்பவற்றின் ஆள்கூறுகள் முறையே (3, 0) (0, 4) ஆகும். PQ ஆனது AB இற்கு செங்குத்து ஆகுமாறு மாறும் புள்ளிகள் P, Q என்பன முறையே x, y அச்சுக்களில் கிடக்கின்றன. BP, AQ என்பன இடைவெட்டும் புள்ளியின் ஒழுக்கு $S \equiv x^2 + y^2 - 3x - 4y = 0$ எனும் வட்டம் எனக் காட்டுக. இவ்வட்டம் உற்பத்தியினூடு செல்லும் எனக் காட்டி அதன் மையத்தின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க. உற்பத்தியிலிருந்து மிகத் தொலைவில் வட்டத்தின் பரிதியிலுள்ள புள்ளி $C \equiv (3, 4)$ எனக் காட்டி இப்புள்ளியில் வட்டத்திற்கு வரையப்பட்ட தொடலியின் சமன்பாட்டைக் காண்க. இத்தொடலி x, y அச்சுக்களை முறையே D, E எனும் புள்ளிகளில் இடைவெட்டின் D, E இன் ஆள்கூறுகளை எழுதுக. D, E ஐ விட்டத்தின் முனைகளாகக் கொண்ட வட்டத்தின் சமன்பாடு $S_1 \equiv 12x^2 + 12y^2 - 100x - 75y = 0$ எனக் காட்டுக. $S_2 \equiv x^2 + y^2 + 24x + 48y + k = 0$ எனத் தரப்படும் போது S_1 உம் S_2 உம் நிமிர்கோணத்தில் இடைவெட்டினால் k இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

17) (a) $\tan(\alpha + \beta)$ இற்கான திரிகோண கணிதச் சர்வசமன்பாட்டை $\tan \alpha, \tan \beta$ ஆகியவற்றின் சார்பில் எழுதுக. இதிலிருந்து $\tan 2\theta$ ஐ $\tan \theta$ சார்பில் பெற்று $\tan 3\theta = \frac{3 \tan \theta - \tan^3 \theta}{1 - 3 \tan^2 \theta}$ எனக் காட்டுக. $\theta = \frac{\pi}{10}$ எனின் $\tan 3\theta = \cot 2\theta$ எனக் காட்டுக.

மேலும் $5 \tan^4 \theta - 10 \tan^2 \theta + 1 = 0$ எனக் காட்டி $\tan \frac{\pi}{10} = \sqrt{1 - \frac{2}{\sqrt{5}}}$ எனக் காட்டுக.

(b) வழக்கமான குறிப்பீட்டில் முக்கோணக்குரிய சைன் நெறியைக் கூறுக. முக்கோணி ABC இல் $\hat{A}BC = 90^\circ$ ஆகும். முக்கோணியின் மூன்று பக்கங்கள் ஒவ்வொன்றும் முக்கோணியின் உள்ளே O எனும் புள்ளியில் 120° எனும் ஒரே கோணத்தை அமைக்கின்றன. $\hat{C}BO = \theta$ ஆகும். ΔBOC இற்குசைன் விதியை பிரயோகித்து $\frac{BO}{\sin(60^\circ - \theta)} = \frac{a}{\sin 120^\circ}$ எனக் காட்டுக. மேலும் ΔAOB இற்கு சைன் விதியை பிரயோகிப்பதன் மூலம் BO இற்கான இன்னுமோர் தொடர்பைப் பெற்று $\tan \theta = \frac{\sqrt{3}a+c}{\sqrt{3}c+a}$ எனக் காட்டுக.

(c) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{4}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{11}{7}\right) = \frac{\pi}{2}$ எனக் காட்டுக.



வடமாகாணக் கல்வித் திணைக்களத்துடன் இணைந்து
தொண்டைமானாறுவெளிக்களநிலையம் நடாத்தும்
Field Work Centre
தவணைப் பரீட்சை, யூன் - 2019
Term Examination, June - 2019

தரம் :- 13 (2019)

இணைந்த கணிதம் -II A

மூன்று மணித்தியாலம் 10 நிமிடம்

சுட்டெண்

--	--	--	--	--	--	--	--

அறிவுறுத்தல்கள்:

- பகுதிA இன் எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் விடைகளைத் தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதிB இல் உள்ள 7 வினாக்களில் விரும்பிய 5 வினாக்களுக்குமாத்திரம் விடைஎழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B யிற்கு மேலே இருக்கக்கூடியதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதி Bயை மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

இணைந்தகணிதம்I		
பகுதி	வினாஎண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
வினாத்தாள் I இன் மொத்தம்		

இணைந்த கணிதம் I

இணைந்த கணிதம் II

இறுதிப் புள்ளிகள்

பகுதி - A

01) முறையே m, M திணிவுகளை உடைய சமஆரையுள்ள ஒப்பமான சீரான கோளங்கள் A, B என்பன. முறையே $2u, 4u$ வேகங்களுடன் நேரெதிராக ஒன்றை ஒன்று மோதுகின்றன. மோதலின் பின் A இன் கதி B கதியின் இரு மடங்காகவும் கதிகள் எதிர்த் திசையிலும் அமையுமாயின் $m : M = 5 : 4$ எனக் காட்டுக. இங்கு இரு கோளங்களுக்கு இடையிலான மீளமைவுக் குணகம் $\frac{1}{2}$ ஆகும்.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

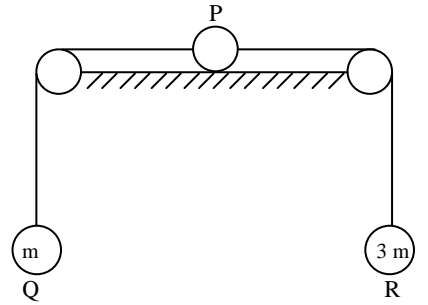
.....

.....

.....

.....

02) $3m$ திணிவுள்ள ஓர் துணிக்கை P ஆனது ஒரு கரடான கிடை மேசை மீது வைக்கப்பட்டு படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு இரு இலேசான இழைகளுக்கு இணைக்கப்பட்டு மேசையின் விளிம்புகளில் நிலைப்படுத்தப்பட்ட ஒப்பமான கப்பிகளின் மேலாக சென்று $m, 3m$ திணிவுகளை உடைய Q, R என்ற துணிக்கைகளைத் தாங்கி இழையின் பகுதிகள் இறுக்கமாக இருக்க மெதுவாக விடப்படுகின்றது. மேசைக்கும் துணிக்கை Pக்கும் இடையில் ஆன உராய்வுக் குணகம் μ ஆகும். இழை PR இன் இழுவை இழை PQ இன் இழுவையின் இரு மடங்கு எனில் μ ஐக்காண்க.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

03) கிடைத்தரையில் உள்ள ஒருபுள்ளி O இல் இருந்து கிடையுடன் α கோணத்தில் u வேகத்துடன் நிலைக்குத்து தளத்தில் எறியப்படும் துணிக்கை ஆனது தன் பறப்பு நேரத்தின் $\frac{2}{3}$ மடங்குநேரத்தில் கீழ்முகநிலைக்குத்துடன் 45° கோணத்தை அமைக்கின்றது. எனில் $\tan \alpha = 3$ எனக் காட்டுக.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

04) A, B என்னும் இரு மோட்டார் சைக்கிள்கள் மின்கம்பம் X ஐ முறையே $u, 2u$ வேகங்களுடன் ஒரேநேரத்தில் ஒரேதிசையில் கடந்து நேர்ப் பாதையில் செல்கின்றன. B ஆனது சீரான வேகத்துடனும் A ஆனது மாறா ஆர்முடுகலுடனும் இயங்குகின்றன. A ஆனது B ஐ $\frac{6u}{g}$ நேரத்தில் கடந்து செல்லுமாயின் A, B இன் இயக்கங்களுக்கான வேகநேர வரைபை ஒரேவரிப்படத்தில் வரைந்து வரைபில் இருந்து A இன் ஆர்முடுகலைக் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- 05) 1500 kg திணிவுடைய கார் ஒன்று ஒருகிடையான நேர்பாதையில் 40 ms^{-1} சீரான வேகத்தில் 900 N மாறாத்தடை விசைக்கு எதிராக இயங்குகிறது. எஞ்சினின் வலுவைக் காண்க. கிடையுடன் $\sin^{-1}\left(\frac{1}{25}\right)$ சாய்வான பாதையில் கீழ் நோக்கி அதே தடைக்கெதிராக சீரான வேகத்துடன் பயணிப்பின் காரின் வேகத்தைக் காண்க. ($g = 10 \text{ ms}^{-2}$)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- 06) 2a நீளமும் w நிறையுமுள்ள AB என்ற சீரானகோல் நிலைக்குத்து சுவருடன் A இல் ஒப்பமாகப் பிணைக்கப்பட்டும் AB கிடையாக இருக்குமாறு Bல் கட்டப்பட்ட இழையின் மறுமுனை A இற்கு நிலைக்குத்தாக மேலே சுவரில் C இல் கட்டப்பட்டும் நாப்பத்தில் உள்ளது. A இலுள்ள மறுதாக்கம் BC க்கு செங்குத்து எனின் AC ன் நீளத்தைக் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

07) $(a + b) \perp (a - b)$ எனின் எண்ணிப் பெருக்கத்தை உபயோகிக்காது $|a| = |b|$ எனக் காட்டுக.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

08) a நீளமுள்ள சீரான கோலின் ஒருமுனை a ஆரையுள்ள விளிம்பு கிடையாக நிலைப்படுத்தப்பட்ட அரைக்கோள கரடான ஓட்டினுள் கோளத்தின் அதிதாழ் புள்ளியில் அமையுமாறு எல்லைச் சமநிலையிலுள்ளது. உராய்வுக் குணகம் $\sqrt{15} - 2\sqrt{3}$ எனக் காட்டுக.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

09) ஒருவினாவிற்கு சரியான விடையைக் காண்பதற்கு A, B, C என்பவர்களுக்கான வாய்ப்புக்கள் முறையே $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ எனின் சரியான விடை கண்டுபிடிக்கப்படும் நிகழ்தகவு யாது?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

10) $x, y, z, 5, 7, 9$ எனும் ஆறு நேர்நிறையெண்களின் இடை, இடையம், ஆகாரம் சமனானவை. இங்கு $x > y > z > 7$ ஆகும். x, y, z இன் சாத்தியமான பெறுமானங்களைக் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



வடமாகாணக்கல்வித் திணைக்களத்துடன் இணைந்து
தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்

Field Work Centre
தவணைப் பரீட்சை, யூன் - 2019
Term Examination, June - 2019

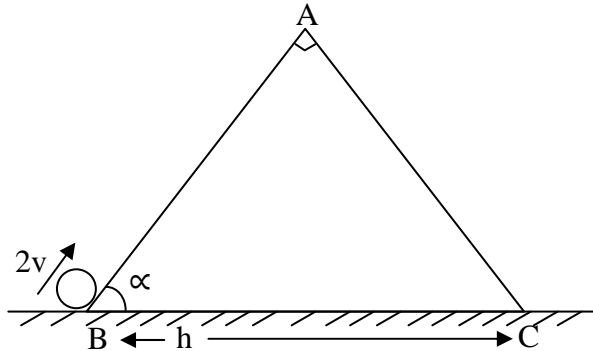
தரம் :- 13 (2019)

இணைந்த கணிதம் - II B

பகுதி - B

- 11) (a) கிடைத்தரையில் உள்ள ஒருபுள்ளி O இலிருந்து நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கி புவியீர்ப்பின் கீழ் $2u$ வேகத்துடன் ஒருதுணிக்கை A எறியப்படும் கணத்தில் இன்னோர் துணிக்கை B ஆனது O இற்கு நேர் மேலே h உயரத்தில் உள்ள ஒருகோபுரத்தின் உச்சியில் இருந்து மேல்நோக்கிய u வேகத்துடன் எறியப்படுகின்றது.
- (i) இரு துணிக்கைகளின் கிடைத்தரை வரையான இயக்கங்களுக்கான வேகநேர வரைபுகளை ஒரேவரிப்படத்தில் வரைக.
- (ii) வரைபில் இருந்து இரு துணிக்கைகளும் தமது அதிஉயர் உயரத்தை அடைவதற்கு எடுக்கும் நேரங்கள் ஒருபோதும் சமனாகாது என்பதை காரணத்துடன் விளக்குக.
- (iii) தரையில் இருந்து இரு துணிக்கைகளுக்கும் அந்நேரம் அதிஉயர் உயரங்கள் சமன் எனில் u ஐ h சார்பில் தருக.
- (iv) துணிக்கை B தரையை அடிக்கும் வேகத்தைக் காண்க.
- (b) ஒரு விமான நிலையம் X இல் இருந்து காற்று சார்பாக சீரான கதி v உடைய A, B என்னும் இரு விமானங்கள் சீரான கதிகளுடன் முறையே மேற்கு, வடக்கு நோக்கி உள்ள நிலையங்களுக்குப் பயணிக்கின்றன. காற்றானது வடகிழக்கு திசையில் இருந்து u வேகத்துடன் வீசுகின்றது.
- (i) A, B இன் இயக்கங்களுக்கான வேகமுக்கோணிகளை ஒரேவரிப்படத்தில் வரைக
- (ii) வரைபில் இருந்து
- i. V_{AE}, V_{BE} என்பவற்றைக் காண்க.
- ii. V_{AB} ஐக் காண்க.
- iii. B சார்பாக A இயங்கும் திசையைக் காண்க.

12) (a)



ABC ஆனது $\hat{BAC} = \frac{\pi}{2}, \hat{ABC} = \alpha, BC = h$ ஆக உள்ள M திணிவுள்ள ஓர் ஆப்பின் திணிவு மையத்தின் ஊடான குறுக்குவெட்டாகும். முகம் BC ஆனது ஓர் ஒப்பமான நீளமான கிடை மேசை மீது படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு வைக்கப்பட்டு B இல் இருந்து

BA வழியே m திணிவுடைய துணிக்கை P ஆனது ஆப்பின் உச்சி A ஐ மட்டுமட்டாக அடையுமாறு $2v$ வேகத்துடன் எறியப்படுகின்றது. துணிக்கை ஆப்பின் உச்சியை மட்டுமட்டாக அடையும் கணத்தில் ஆப்பானது h தூரம் இயங்கி v என்னும் வேகத்தைபெற்று இருப்பின் துணிக்கை ஆப்பின் மீது உள்ளபோது

(i) ஆப்பின் ஆர்முடுகல் துணிக்கையின் ஆப்பு சார்பான ஆர்முடுகல் என்பன முறையே F, f எனில் $F = \frac{f \cos \alpha}{4}$ எனக் காட்டுக.

(ii) ஆப்பு, துணிக்கையின் ஆர்முடுகல்களை துணிவதற்கு பொருத்தமான சமன்பாட்டை பெற்று ஆப்பு, துணிக்கையின் ஆப்பு சார்பான ஆர்முடுகல்களைப் பெறுக.

(iii) $M = 3m$ எனக் காட்டி $V^2 = \frac{2gh \tan \alpha}{3+4 \tan^2 \alpha}$ எனக் காட்டுக.

(b) நிலைப்படுத்தப்பட்ட a ஆரையுடைய ஓர் ஒப்பமான பொட்கோளம் ஒன்றின் வெளிமேற்பரப்பின் உச்சியில் m திணிவுடைய துணிக்கை P வைக்கப்பட்டு மெதுவாக விடப்படுகின்றது. அதேகணத்தில் கோளத்தின் உள்மேற்பரப்பின் அதிதாழ் புள்ளியில் இருந்து கிடையாகு வேகத்துடன் அதேதிணிவுள்ள துணிக்கை Q எறியப்படுகின்றது. இரு துணிக்கைகளும் ஒரேபுள்ளியில் கோளமேற்பரப்பை விட்டு நீங்கின் $u = 2\sqrt{ag}$ எனக் காட்டுக. துணிக்கை P விலகும்போது கோணவேகம் யாது?

13) இயற்கை நீளம் a ஆகவுள்ள ஓர் இலேசான மீள் தன்மையுள்ள சுருள் வில் ஒன்றின் ஒரு முனை உயரமான நிலைத்த புள்ளி O இற்கு இணைக்கப்பட்டு மறுமுனையில் $2m$ திணிவுள்ள துணிக்கை இணைக்கப்பட்டு சமநிலையில் தொங்கும் போது O இற்கு கீழே $2a$ தூரத்தில் உள்ளது. சுருள் வில்லின் மீள்தன்மை மட்டு $2mg$ எனக் காட்டுக. சமநிலையில் உள்ள போது துணிக்கை ஆனது O இற்கு கீழே $4a$ ஆழத்திற்கு மட்டுமட்டாக செல்லக்கூடியவாறு துணிக்கைக்கு நிலைக்குத்தாக கீழ்நோக்கி ஓர் கணத்தாக்கு I கொடுக்கப்படுகிறது.

i. சக்திக் காப்புக்கோட்பாட்டைப் பயன்படுத்தி கணத்தாக்குக்கு சற்றுப் பின் துணிக்கையின் வேகத்தைக் காண்க.

ii. கணத்தாக்கு I ஐ காண்க.

iii. துணிக்கையின் இயக்கச் சமன்பாடு $\ddot{x} = \frac{-g}{a}(x - 2a)$ என்னும் சமன்பாட்டை திருப்தி ஆக்குகின்றது எனக் காட்டுக. இங்கு x ஆனது O இல் இருந்து துணிக்கையில் ஆழம் ஆகும்.

iv. $y = x - 2a$ எனப் பிரதியிடுவதன் மூலம் துணிக்கையின் இயக்கச் சமன்பாடு $\ddot{y} = \frac{-g}{a}y$ என்னும் எ.இ. இயக்கச் சமன்பாட்டை திருப்தி செய்கிறது எனக் காட்டுக.

v. iv இல் சமன்பாட்டின் தீர்வு $y = A \cos wt + B \sin wt$ எனில் A, B, W ஐ காண்க.

vi. எளிமை இசை இயக்கத்தின் அலைவு மையம், வீச்சம் என்பவற்றைக் காண்க.

vii. துணிக்கை அதன் அதிதாழ் புள்ளியில் உள்ள போது m திணிவுடைய வேறோர் துணிக்கை $2m$ திணிவுடன் மெதுவாக ஒட்டிக்கொள்கிறது எனில் தொடரும் இயக்கத்தில் துணிக்கைக்கும் O இற்கும் இடையிலான மிகக் குறுகிய தூரம் OC எனின் OC ஐ காண்க.

14) (a) O என்ற புள்ளி குறித்து A, B என்ற புள்ளிகளின் தானக் காவிகள் $\underline{a}, \underline{b}$ ஆகும். $3 \overrightarrow{AB} = 2 \overrightarrow{AC}$ ஆகுமாறு C என்ற புள்ளி உள்ளது. $\overrightarrow{OD} = \underline{a} + \underline{b}$ ஆகுமாறு D அமைந்துள்ளது. BD இல் $BM : MD = 2 : 1$ ஆகுமாறு M உள்ளது. நீட்டப்பட்ட CM, AD ஐ N இல் சந்திக்கிறது.

i. $\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AD}$ என்பவற்றை $\underline{a}, \underline{b}$ சார்பாகக் காண்க.

ii. $AN = \lambda ND$ எனக் கொண்டு \overrightarrow{ON} ஐ $\lambda, \underline{a}, \underline{b}$ சார்பாக காண்க.

iii. $\overline{CM}, \overline{CN}$ என்பவற்றை $\lambda, \underline{a}, \underline{b}$ சார்பாக காண்க.

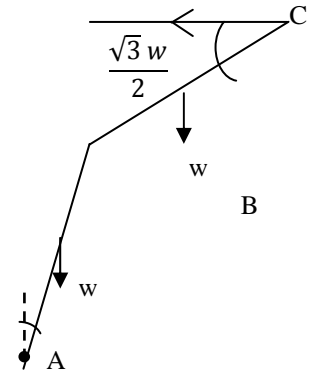
iv. iii இலிருந்து λ ஐக் கண்டு N, AD ஐப் பிரிக்கும் விகிதத்தைக் காண்க.

(b) i, j என்பன முறையே OX, OY அச்சங்களின் வழியே ஆன அலகுக் காவிகள் ஆகும். விசைகள் $F_1 = 3\underline{i} + 4\underline{j}, F_2 = -2\underline{i} + 2\underline{j}, F_3 = 3\underline{i} + 6\underline{j}, F_4 = 2\underline{i} - 4\underline{j}$ என்பன முறையே $r_1 = 3\underline{i} + 2\underline{j}, r_2 = -2\underline{i} + 3\underline{j}, r_3 = -2\underline{i} - 2\underline{j}, r_4 = 2\underline{i} - 3\underline{j}$ என்பவற்றை தானக் காவிகளாகக் கொண்ட புள்ளிகளில் தாக்குகின்றன.

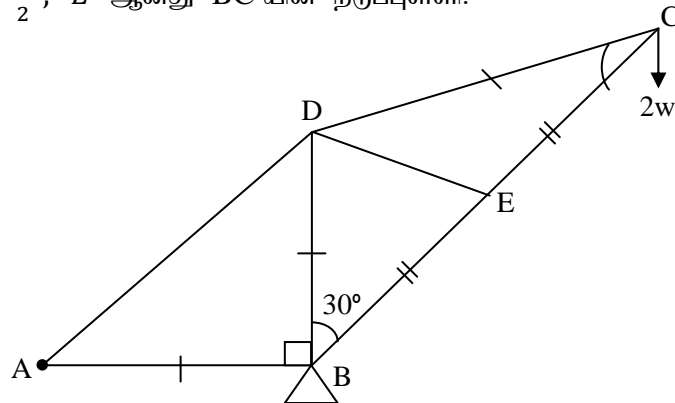
- விசைத் தொகுதியின் விளையுளைக் காண்க.
- O பற்றி விசைத்தொகுதியின் திருப்பத்தைக் கண்டு, அதில் இருந்து விளையுளின் தாக்கக் கோட்டின் சமன்பாட்டைப் பெறுக.
- விசைத் தொகுதிக்கு மேலதிகமாக $(2, 3)$ என்னும் புள்ளியில் தாக்கும் புதிய விசையினால் விளையுள் ஆனது 15 N ஆல் அதிகரிப்பின் விளையுளின் திசைநேர் X அச்சுடன் $\tan^{-1}\left(\frac{24}{7}\right)$ என்னும் திசையில் இருப்பின் புதிதாக சேர்க்கப்பட்ட விசையையும் விளையுளின் தாக்கக்கோட்டின் சமன்பாட்டையும் காண்க.

15) (a) w நிறையுடைய இரு சமனான சீரான கோல்கள் AB, BC என்பன B இல் ஒப்பமாக மூட்டப்பட்டுபடத்தில் காட்டப்பட்டவாறு A இல் பிணைக்கப்பட்டு C இல் தாக்கும் கிடைவிசை $\frac{\sqrt{3}w}{2}$ இனால் சமநிலையில் பேணப்படுகின்றது.

- BC கிடையுடன் ஆக்கும் கோணத்தைக் காண்க.
- AB மேல் முகநிலைக்குத்துடன் ஆக்கும் கோணத்தைக் காண்க.
- மூட்டு B இல் உள்ள மறுதாக்கத்தின் பருமனைக் காண்க.



(b) A, B, C, D, E ஆகியவற்றில் சுயாதீனமாக மூட்டப்பட்ட இலேசான 7 கோல்களால் ஆன சட்டப்படல் உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளது. அது A இல் சுயாதீனமாக பிணைக்கப்படும் C யில் தொங்கவிடப்பட்ட $2w$ நிறையினாலும் B யில் உள்ள தாங்கியினாலும் AB கிடையாக இருக்க சமநிலையில் உள்ளது. இங்கு $AB = BD = DC, \angle ABD = \frac{\pi}{2}, E$ ஆனது BC யின் நடுப்புள்ளி.



- A இலுள்ள மறுதாக்கத்தின் திசையைக் கூறுக.
- போவின் குறிப்பிட்ட பையன்படுத்தி C, E, D, B ஆகிய மூட்டுக்களுக்கு தகைப்பு வரிப்படம் வரைக.
- தகைப்பு வரிப்படத்தில் இருந்து கோல்களில் உள்ள தகைப்புக்களை கண்டு அவை இழுவையா உதைப்பா என வேறுபடுத்திக் காட்டுக.

(iv) பிணையல் A யில் மறுதாக்கத்தையும், B இல் தாங்கியால் ஏற்படுத்தப்படும் மறுதாக்கத்தையும் காண்க.

16) a ஆரையும் அலகு நீளதிணிவு m உம் கொண்டமையம் O வில் 2α கோணம் எதிரமைக்கும் சீரான வட்ட வில்வடிவ AB என்னும் மெல்லிய கம்பியின் திணிவுமையம் O வில் இருந்து $\frac{a \sin \alpha}{\alpha}$ என்ற தூரத்தில் உள்ளதெனக் காட்டுக.

AB என்னும் கம்பியுடன் OA, OB என்னும் அலகு நீளதிணிவு M கொண்ட இரு கம்பிகள் பொருத்தப்பட்டு ஓர் உடல் உருவாக்கப்படுகிறது. இவ்வுடலின் திணிவுமையம் O வில் இருந்து $\frac{a(3m \sin \alpha + M \cos \alpha)}{2(M + \alpha m)}$ எனக் காட்டுக. / உடலின் திணிவுமையம் OAB இனுள்

அமையின் $\alpha = \frac{\pi}{4}$ எனத் தரப்படின் இவ்வுடல் B யில் இருந்துகட்டித் தொங்கவிடப்படின் BA ஆனது கீழ்முக நிலைக்குத்துடன் θ கோணம் அமைப்பின் $\frac{M}{m} = \frac{(\pi - 4 - \pi \tan \theta)}{2(2 \tan \theta - 1)}$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து $2M = m$ எனின் $\tan \theta = \frac{\pi - 3}{\pi + 2}$ எனக் காட்டுக.

17) (a) A, B, C என்ற மூன்று உறைகளில் முறையே பின்வருமாறு நிறமாபிள்கள் உள்ளன.

உறை	கறுப்பு	வெள்ளை	சிவப்பு
A	1	2	3
B	2	4	1
C	4	5	3

முதலில் ஒருஉறை தெரியப்பட்டு அதிலிருந்து இரு மாபிள்கள் எழுமாறாக எடுக்கப்படுகின்றது.

- எடுக்கப்பட்ட மாபிள் ஒன்று சிவப்பாகவும் ஒன்று கறுப்பாகவும் இருக்கும் நிகழ்தகவு யாது?
- எடுக்கப்பட்ட மாபிள் ஒன்று சிவப்பு ஒன்று கறுப்பு எனத்தரப்படின் அவை Aயில் இருந்து வந்திருப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

(b) நாளாந்த செலவீட்டிற்கு அமைய குறித்த எண்ணிக்கையான குடும்பங்களின் செலவுப் பரம்பலைப் பின்வரும் அட்டவணை காட்டுகிறது. இப் பரம்பலுக்கான இடையம், ஆகாரம் என்பன முறையே ரூ 250, ரூ 260 ஆகும்.

செலவீடு	0 - 100	100 - 200	200 - 300	300 - 400	400 - 500
குடும்பங்களின் எண்ணிக்கை (f)	15	a	27	b	14

- a, b இன் பெறுமானங்களைக் கணிக்க.
- $d = \frac{x-250}{100}$ என்னும் உரு மாற்றத்தைப் பயன்படுத்தி இடை, நியம விலகலைக் காண்க. (இங்கு x ஆனது வகுப்பாயிடையின் நடுப்பெறுமானமாகும்).
- ஆகாரத்தைப் பயன்படுத்தாமல் ஓராயக் குணகத்தை கண்டுபரம்பலின் வடிவத்தை உய்த்தறிக.