



தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்
முதலாம் தவணைப் பரீட்சை - 2022
Conducted by Field Work Centre, Thondaimanaru.
1st Term Examination - 2022

இணைந்த கணிதம் - A
Combined mathematics - A

Three Hours

10

T

A

Gr -12 (2023)

கூட்டுணர்

அறிவுறுத்தல்கள்:

- பகுதி A இன் எல்லாவினாக்களுக்கும் விடைஎழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் விடைகளைத் தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதி B இல் உள்ள 7 வினாக்களில் விரும்பிய 5 வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B யிற்கு மேலே இருக்கக் கூடியதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதி B யை மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

இணைந்த கணிதம் I		
பகுதி	வினா எண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
வினாத்தாள் I இன் மொத்தம்		

இணைந்த கணிதம் I

இணைந்த கணிதம் II

இறுதிப் புள்ளிகள்

01) a, b, c என்பன 1 இற்கு சமனற்ற நேர் எண்கள் எனக் கொள்வோம்.

$$\frac{1}{1 - \log_a \frac{1}{bc}} + \frac{1}{1 - \log_b \frac{1}{ca}} + \frac{1}{1 - \log_c \frac{1}{ab}} = 1 \quad \text{எனக் காட்டுக.}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

02) சமனிலி $\frac{x^2+3}{x} > 4$ ஐத் திருப்பதிப்படுத்தும் x இன் மெய்ப்பெறுமானங்களைக் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

03) $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 5$ எனக் கொள்வோம். $f(x)$ ஐ $x^2 - 1$ இனால் வகுக்க வரும் மீதியும் $x + 2$ இனால் வகுக்க வரும் மீதியும் சமனாயின் a, b இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

04) $\frac{2x}{(x-1)(2x-1)}$ ஐப் பகுதிப்பின்னங்களாக்குக. இதிலிருந்து $\frac{2x}{(x-1)(x-2)}$ ஐப் பகுதிப்பின்னங்களாக்குக.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

05) $2^{2x} - 2^{x+3} + 15 = 0$ ஐத் தீர்க்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

06) $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{17}}$ எனவும் $\cos \beta = -\frac{1}{\sqrt{5}}$ எனவும் கொள்வோம், இங்கு $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$ ஆகும். $\cos(\alpha + \beta)$ ஐக் காண்க

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

07) $\underline{a}, \underline{b}$ என்பன சமாந்தர மற்ற பூச்சிய மற்றகாவிகளாகவும் α, β எண்ணிகளாகவும் இருக்க $\alpha \underline{a} + \beta \underline{b} = 0$ எனின் $\alpha = 0, \beta = 0$ எனக் காட்டுக.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

08) $\underline{a} = \lambda \underline{i} + \mu \underline{j}, \underline{b} = 2\underline{i} - \mu \underline{j}, |\underline{a}| = \sqrt{3}$
ஆகவும் $\underline{a} \perp \underline{b}$ ஆகவும் இருப்பின் λ, μ ($\mu > 0$) இன் பெறுமானங்களைக் காண்க

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

09) ஒரு புள்ளியில் P, Q என்ற விசைகள் θ கோணத்தில் தாக்குகின்றன. Q ஐ மாற்றது. P இன் பருமனை இரு மடங்காக்கும் போது விளையுள் மாறாது P ஆகவே இருப்பின் $\sqrt{3}P = Q$ எனக் காட்டி P, Q இற்கிடையான கோணத்தைக் காண்க

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

10) $8, 8\sqrt{3} N$ விசைகள் 60° கோணத்தில் ஒரு புள்ளியில் தாக்குகின்றன. விளையுளின் பருமனையும் விளையுள் $8N$ விசையுடன் அமைக்கும் கோணத்தையும் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்
முதலாம் தவணைப் பரீட்சை - 2022
Conducted by Field Work Centre, Thondaimanaru.
1st Term Examination - 2022

இணைந்த கணிதம் - B
Combined mathematics - B

Gr -12 (2023)

10

T

B

11) (a) $k > 2$ எனக் கொள்வோம். சமன்பாடு $x^2 - 2kx + (4 - k)^2 = 0$ இற்கு வேறுவேறான மெய் மூலகங்கள் இருக்கின்றனவெனக் காட்டுக.

α, β ஆகியன இம்மூலங்கள் எனக் கொள்வோம் $\alpha + \beta, \alpha\beta$ ஆகியவற்றை k இன் சார்பில் பெறுக.

(i) $(\alpha - 2) + (\beta - 2) = 2(k - 2)$ எனவும்

(ii) $(\alpha - 2)(\beta - 2) = (k - 2)(k - 10)$ எனவும்

காட்டுக.

இதிலிருந்து, α, β ஆகிய மூலங்கள் இரண்டிலும் பெரிதானதாக இருக்கும் k இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

$\alpha - 2, \beta - 2$ ஆகியவற்றை மூலகங்களாகக் கொண்ட சமன்பாட்டை k இன் சார்பில் காண்க.

(b) சமன்பாடு $2x^4 - 9x^3 + 14x^2 - 9x + 2 = 0$ ஐத் தீர்க்க.

12) (a) $\lambda \in \mathbb{R}$ இற்கு $f(x) = \lambda x^2 - 4\lambda x + \lambda^2 + 4\lambda + 4$ எனக் கொள்வோம்.

$f(x)$ ஐ $A(x - B)^2 + C$ என்னும் வடிவில் எடுத்துரைக்க. இங்கு A, B, C என்பன துணியப்படவேண்டிய மாறிலிகள்

(i) $\lambda = 2$ எனின் எல்லா $x \in \mathbb{R}$ இற்கும் $f(x) \geq 8$ எனக் காட்டுக.

(ii) $\lambda = -1$ எனின் எல்லா $x \in \mathbb{R}$ இற்கும் $f(x) \leq 5$ எனக் காட்டுக.

(iii) x இன் எல்லாப் பெறுமானங்களிற்கும் $f(x) > 5$ ஆக இருக்கும் λ இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(b) $a, b \in \mathbb{R}$ இற்கு $g(x) = ax^3 + bx^2 - x - 6$ எனக் கொள்வோம்.

$x - 1$ என்பது $g(x)$ இன் ஒரு காரணி எனவும் $g(x)$ ஐ

$x + 1$ இனால் வகுக்க வரும் மீதி -2 எனவும் தரப்பட்டுள்ளன.

$a = 2, b = 5$ எனின் காட்டுக.

(i) $a = 2, b = 5$ எனின் $g(x)$ ஐ $x^2 + 1$ இனால் வகுக்கவரும் ஈவையும் மீதியையும் காண்க.

(ii) $a = 2, b = 5$ எனின் $g(x)$ ஐ ஏகபரிமாணக் காரணிகளின் பெருக்கமாக எழுதுக இதிலிருந்து, சமன்பாடு $g(x + 1) = 0$ இன் தீர்வுகளைக் காண்க.

13) (a) பின்வரும் சர்வசமன்பாடுகளை நிறுவுக.

(i) $\frac{1 + \sin A}{\cos A} + \frac{\cos A}{1 + \sin A} = 2 \sec A$

(ii) $(1 + \tan A)^2 + (1 + \cot A)^2 = (\sec A + \operatorname{Cosec} A)^2$

(b) $\cos(A + B), \cos(A - B)$ ஆகியவற்றை $\cos A, \cos B, \sin A, \sin B$ ஆகியவற்றில் எழுதுக.

இதிலிருந்து $\cos C + \cos D = 2 \cos\left(\frac{C+D}{2}\right) \cos\left(\frac{C-D}{2}\right)$ எனக் காட்டுக.

$\cos 3\theta + \cos 7\theta + \cos 11\theta + \cos 21\theta = 4 \cos 5\theta \cos 7\theta \cos 9\theta$ எனக் காட்டுக.

(c) $\cos 2\theta = 1 - 2 \sin^2 \theta$ என்பதைப் பயன்படுத்தி

$\sin^2 10^\circ + \sin^2 50^\circ + \sin^2 70^\circ = \frac{3}{2}$ எனக் காட்டுக.

14) (a) பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

(i) $2 \sin^2 x = 3(1 - \cos x)$

(ii) $\cos 6x + \cos 4x = \cos 5x$

(iii) $\sin 5x + \cos 5x = 2 \sin 3x + \cos x - \sin x$

(b) $\tan x = k \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$ எனின்

$\frac{k-1}{k+1} = \sqrt{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து $\tan x = 2 \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$ எனும் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

15) (i) $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ என்பன புள்ளிகள் A, B, C என்பவற்றின் தானக்காவிகள் ஆகும். λ ஓர் எண்ணியாக $\underline{c} = \lambda \underline{a} + (1 - \lambda) \underline{b}$ எனின் A, B, C ஒரே நேர்கோட்டிலுள்ளன எனக்காட்டுக.

(ii) $\underline{a} = 2\underline{i} + \underline{j}$, $\underline{b} = \underline{i} + 3\underline{j}$ எனக் கொள்க.

$\underline{a} + \underline{b}$ இன் திசையில் அலகுக்காவியைக் காண்க.

(iii) O குறித்து புள்ளிகள் A, B, C என்பவற்றின் தானக் காவிகள் முறையே $\underline{a}, \underline{b}$, $\alpha \underline{a} + \beta \underline{b}$ ஆகும். AB யும் OC யும் M இல் இடைவெட்டுகின்றன.

$$OM = \lambda OC, AM = \mu AB \text{ எனக் கொண்டு}$$

i. $\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{AM}$ என்பவற்றை $\underline{a}, \underline{b}$, $\lambda, \mu, \alpha, \beta$ சார்பாக காண்க.

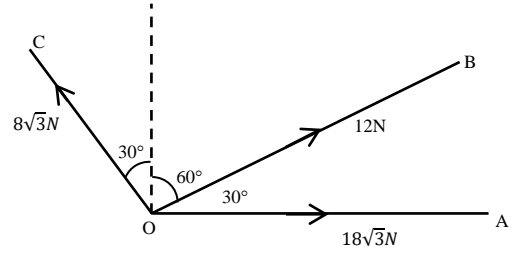
ii. காவிக் கூட்டலை பிரயோகித்து λ, μ ஐக் காண்க.

iii. இதிலிருந்து $AM : MB, OM : MC$ என்பவற்றை உய்த்தறிக.

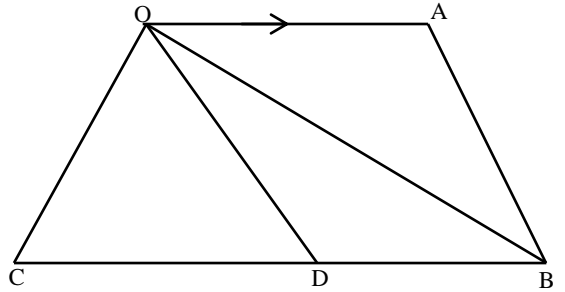
iv. C ஆனது AB மீது இருப்பின் $\alpha + \beta = 1$ எனவும் உய்த்தறிக.

16) (a) ஒரு துணிக்கையில் $\underline{F}_1 = (\underline{i} - 3\underline{j})N, \underline{F}_2 = (P\underline{i} + 2P\underline{j})N$ விசைகள் தாக்குகின்றன. இவற்றின் விளையுள் $-\underline{i} + \underline{j}$ என்னும் காவிக்கு சமாந்தரம் எனில் P இன் பெறுமானத்தைக் கண்டு விளையுளினை பருமனைக் காண்க.

(b) புள்ளி O இல் படத்தில் காட்டியவாறு $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ திசைகளில் முறையே $18\sqrt{3}, 12, 8\sqrt{3}$ நியூட்டன் விசைகள் தாக்குகின்றன. அவற்றின் விளையுளின் பருமனையும் விளையுள் OB உடன் அமைக்கும் கோணத்தையும் காண்க.

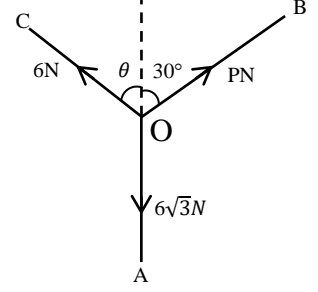


(c) சரிவகம் $OABC$ யில் OA சமாந்தரம் CB , $CB = 2OA$, BC யின் நடுப்புள்ளி D ஆகவும் $OD = OA, \angle C = \frac{\pi}{3}$ ஆகும். புள்ளி O இல் $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD}$ வழியே முறையே $6N, 4\sqrt{3}N, 8N, 12N$ விசைகள் தாக்குகின்றன விளையுளின் பருமனையும் விளையுள் OB உடன் அமைக்கும் கோணத்தையும் காண்க.



17) (a) W நிறையுடைய துணிக்கை ஒன்று ஒரு இலேசான நீளா இழையின் ஒரு நுனிக்கு இணைக்கப்பட்டு இழையின் மற்றய நுனி சிலிங்கில் உள்ள ஒரு புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டு உள்ள போது துணிக்கைக்கு பிரயோகிக்கும் கிடைவிசை F இனால் இழை நிலைக்குத்துடன் θ கோணத்தில் இருக்குமாறு துணிக்கை சமநிலையில் உள்ளது. இழையில் உள்ள இழுவை, விசை F இன் இருமடங்கு எனில் விசை முக்கோணியை வரைவதன் மூலம் இழையில் உள்ள இழுவை, விசை F, θ என்பவற்றைக் காண்க.

(b) துணிக்கை O இல் படத்தில் காட்டியவாறு $\vec{OA}, \vec{OB}, \vec{OC}$ திசைகளில் முறையே $6\sqrt{3}N, PN, 6N$ விசைகள் தாக்கி துணிக்கை சமநிலையில் உள்ளது எனில் P, θ ஐக் காண்க.



(c) $OABCDE$ ஓர் ஒழுங்கான ஆறுகோணி புள்ளி O இல் $\vec{OA}, \vec{OB}, \vec{CO}, \vec{OD}, \vec{OE}$ வழியே முறையே $4, 2\sqrt{3}, Q, 4\sqrt{3}, P$ நியூட்டன் விசைகள் தாக்கி புள்ளி O சமநிலையில் உள்ளது. P, Q இன் பெறுமானங்கள் காண்க.

