

නම :

උපදෙස් :

- ★ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11 - 17)
- ★ A කොටස
සියලුම ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය නම් ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිතා කළ හැකිය.
- ★ B කොටස
ප්‍රශ්න 5 කට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. පිළිතුරු ඔබේ කඩදාසි වල ලියන්න.
- ★ නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටස, B කොටස උඩින් සිටින සේ අමුණා පිළිතුරු පත්‍ර භාර දෙන්න.
- ★ ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටස පමණක් ඔබ ළඟ තබාගත හැකිය.

පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලැබූ ලකුණු
A	01	
	02	
	03	
	04	
	05	
	06	
	07	
	08	
	09	
	10	
		එකතුව
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

අවසාන ලකුණු	
ඉලක්කමින්	
අකුරෙන්	
සංකේත අංක	
උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
ලකුණු පරීක්ෂා කළේ	1.
	2.
අධීක්ෂණය	

A කොටස

ප්‍රශ්න සියල්ලටම පිළිතුරු සපයන්න.

1. ගණිත අභ්‍යුහනය මූල ධර්මය භාවිතයෙන්, සියළු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා, $\sum_{r=1}^n r \cdot 2^{(r-1)} = 1 + (n-1)2^n$ බව සාධනය කරන්න.

2. $x^2 < |x-2|$ අසමානතාව සපුරාලන x හි සියලු තාත්වික අගයන් සොයන්න.

3. $\text{Arg}(z + 2) = \frac{\pi}{6}$ සහ $\text{Arg}(z - 2) = \frac{2\pi}{3}$ නම්, z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව සොයන්න.

4. $x + \frac{1}{x} = 1$ නම්, $(x^5 + \frac{1}{x^5})$ හි අගය සොයන්න.

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \frac{(x+2)^5 - 32}{(x+3)^4 - 81} \right\}$ හි අගය සොයන්න.

6. $y = x^2$ මක්‍රයන්ද, $y^2 = x$ චක්‍රයන්ද, වටවූ පෙදෙසෙහි වර්ගඵලය සොයන්න.

7. $x = t^2 + 3t - 8$, $y = 2t^2 - 2t - 5$ මගින් දෙනු ලබන චක්‍රයට $(2, -1)$ ලක්ෂ්‍යයේදී අ දින ස්පර්ශකය සොයන්න.

8. $A(1, 0)$ සහ $B(-1, 0)$ වේ. $AP + BP = 4$ වන පරිදි චලනය වන P ලක්ෂ්‍යයේ පථය, $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ වන ඉලිප්සය බව පෙන්වන්න.

9. $(x-1)^2 + y^2 = 1$ වෘත්තයේ තිබෙන විචලන ජ්‍යායයක් මූල ලක්ෂ්‍යය හරහා යයි. එම ජ්‍යායයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයේ පරිභව වෘත්තයක් බව පෙන්වන්න.

10. $\sin \alpha + \sin \beta = a$ ද , $\cos \alpha + \cos \beta = b$ ද නම්, $\cos (\alpha + \beta)$ හි අගය, a සහ b ඇසුරින් සොයන්න.

B කොටස

ප්‍රශ්න පහකට පිළිතුරු සපයන්න.

11. (i) $f(x) = x^2 + 2(p+2)x + 2P + 7$ වේ.

(අ) $f(x) = 0$ සමීකරණයේ මූල α සහ β නම්, α සහ β තාත්වික වීම සඳහා, P හි අගය පරාසය සොයන්න.

(ආ) α සහ β තාත්වික ප්‍රභින්න වී $\alpha < -2 < \beta$ නම්, P හි අගය පරාසය සොයන්න.

(ඇ) $\alpha - \beta = 3$ නම්, P සොයන්න.

(ii) $P(x) = 3x^4 + \lambda x^3 + 12x^2 + \mu x + 4$ වේ. $P(x)$, $(x-1)$ න් හරියටම බෙදිය හැකි අතර, $(x+2)$ න් බෙදූ විට 18 ක් ඉතිරි වේ.

(අ) λ හා μ සොයන්න.

(ආ) λ හා μ ට එම අගයන් ඇතිවිට, $P(x) = 18$ සමීකරණයේ තාත්වික මූලයක් ලබාගන්න.

12. (i) පිරිමි ලමයි 07 දෙනෙකුගෙන් සහ ගැහැණු ලමයි 05 දෙනෙකුගෙන් දෙවර්ගයම නියෝජනය වන 05 දෙනෙකු තෝරා ගත යුතුය. විශේෂ පිරිමි ලමයෙක් සහ විශේෂ ගැහැණු ලමයෙක් එකම කමිටුවේ නොසිටින පරිදි කමිටුව සෑදිය හැකි ක්‍රම ගණන සොයන්න.

ගැහැණු ලමයි දෙදෙනෙක් එක ළඟ නොසිටින පරිදි, ලමයි 12 දෙනා ජේලියක තැබිය හැකි ක්‍රම ගණන සොයන්න.

(ii) $\frac{x^2+3x+1}{x^2(x+1)^2} = \frac{Ax+B}{x^2} + \frac{Cx+D}{(x+1)^2}$ වන පරිදි A, B, C, D සොයන්න.

$\frac{5}{1^2 2^2} + \frac{11}{2^2 3^2} + \frac{19}{3^2 4^2} + \dots$ ශ්‍රේණියේ r වන පදය වන, u_r යන්න

$u_r = f(r) - f(r+1)$ ලෙස ලිවිය හැකි වන පරිදි r හි ශ්‍රිතයක් වන $f(r)$ සොයන්න. එමඟින් ශ්‍රේණියේ පළමු පද n හි ඵලය ලබාගන්න. ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව පෙන්වන්න.

13. (i) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 7 \end{pmatrix}$ වේ. $A^2 = 8A + kI$ වන පරිදි k නියතය සොයන්න.

I යනු ඒකක න්‍යාසය වේ.

A^{-1} අපෝහනය කරන්න.

(ii) (a) A, B, C යනු ආගන්ඬි සටහනේ වාමාර්ථ දිශාවට ඇති ලක්ෂ තුනකි. $\frac{AC}{AB} = \lambda$ ද, $\hat{BAC} = \theta$ ද වේ. එම

ලක්ෂ තුන පිළිවෙලින් Z_1, Z_2, Z_3 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපනය කරයි නම්,

$Z_3 - Z_1 = \lambda (Z_2 - Z_1) (\cos \theta + i \sin \theta)$ වන බව පෙන්වන්න.

Z_1, Z_2, Z_3 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා, සම පාද ත්‍රිකෝණයක ශීර්ෂ නිරූපනය කරයි නම්, $Z_1^2 + Z_2^2 + Z_3^2 = Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_1 Z_3$ වන බව අපෝහනය කරන්න.

(b) $|Z - 2 - 2i| = \sqrt{2}$ නම්, $\text{Arg}(z)$ හි අවම අගය සොයන්න.

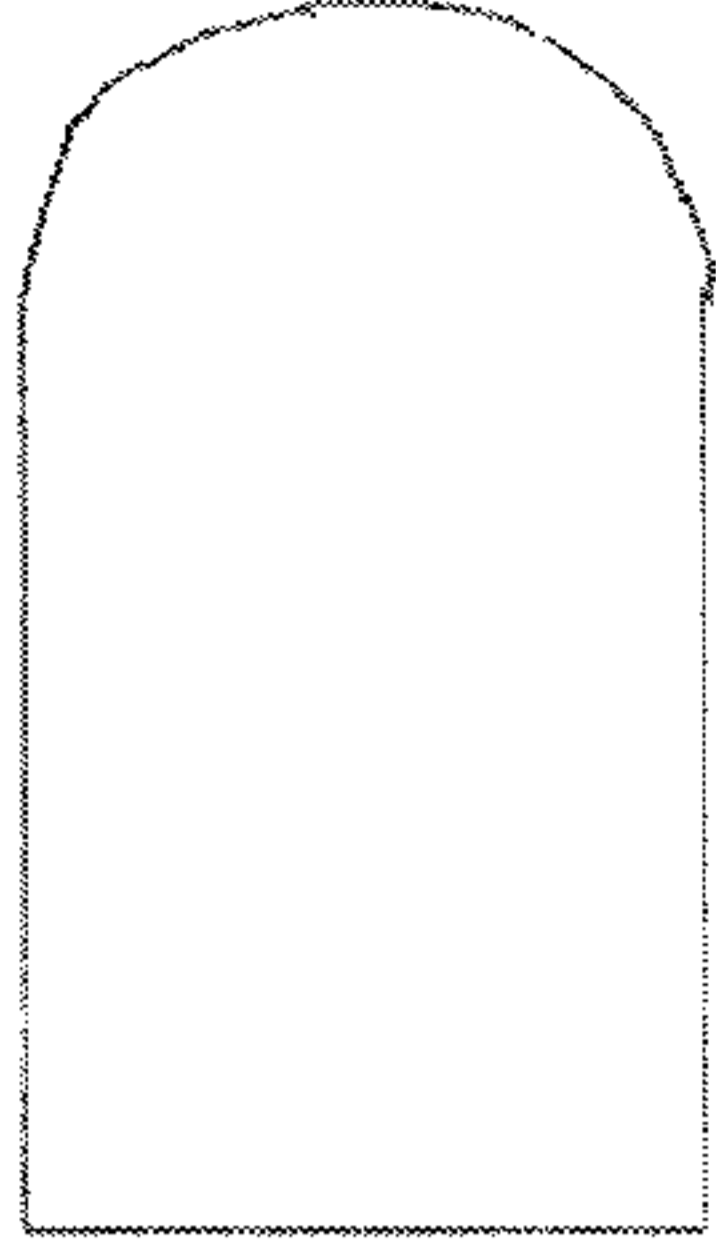
14. (i) $y = 2x \cos\left(\frac{3}{x}\right)$ නම්

(a) $x \frac{dy}{dx} = y + 6 \sin\left(\frac{3}{x}\right)$ සහ

(b) $x^4 \frac{d^2y}{dx^2} + 9y = 0$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $y = \frac{(x-1)^3}{x^2}$ හි ප්‍රස්ථාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

(iii) සෘජුකෝණාස්‍රයක ඉහළ පාදය මත අර්ධ වෘත්තයක් තිබෙන ආකාරයට සාදා ඇති ජනේලයක පරිමිතිය 10 m වේ. එහි වර්ග එලය උපරිම වන පරිදි දිග සහ පළල සොයන්න.



15. (i)

(a) $\int \frac{x^2+4x+5}{x^2-4x+13} \cdot dx$ සොයන්න.

(b) $\int \text{Cos}^{-1}(x) dx$ සොයන්න.

(ii) $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$ බව පෙන්වන්න.

එනමින්, $\int_0^2 x^2(2-x)^5 dx$ අනුකලය අගයන්න.

(iii) $x = \sqrt{2} \sin \theta$ ආදේශය යෙදීමෙන් $\int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{2-x^2}(2-x^2)} \cdot dx$ අනුකලය අගයන්න.

16. (i) $(2a, 0)$ ලක්ෂ්‍යයේ හරහා යන විචලන රේඛාවකින් $x=a$ හා $y=b$ රේඛා P හා Q හිදී ඡේදනය කරයි. O යනු මූල ලක්ෂ්‍යයද, A $(a,0)$ ලක්ෂ්‍යයද වේ. OP සහ AQ රේඛාවල ඡේදන ලක්ෂ්‍යයේ පථය $2bx - ay - ab = 0$ සරල රේඛාව බව පෙන්වන්න.

(ii) විශ්කම්භයක් $y = x+1$ රේඛාව වන $(3,7)$ ලක්ෂ්‍ය හරහා යන, අරය 3 ක් වන වෘත්ත දෙකේ සමීකරණ සොයන්න.
වෘත්ත දෙක ප්‍රලම්භව ඡේදනය වන බව පෙන්වන්න.
වෘත්ත දෙකට අදින පොදු ස්පර්ශක සොයන්න.

17. (i) $\text{Cos } 2x + a \text{ Sin } x = 2a - 7$ (a - නියතයකි) සමීකරනයට x සඳහා තාත්වික විසඳුම් පවතින විට a ට ගත හැකි අගයන් සොයන්න.

(ii) විසඳන්න.

(a) $7 \cos^2 x + \text{Sin } x \text{ Cos } x - 3 = 0$

(b) $\text{Sin}^{-1}(6x) + \text{Sin}^{-1}(6\sqrt{3}x) = \pi/2$

(iii) සයින නීතිය ප්‍රකාශ කරන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සම්මත අංකනයට අනුව $\text{Tan} \left(\frac{B-C}{2} \right) = \left(\frac{b-c}{b+c} \right) \text{Cot} \left(\frac{A}{2} \right)$ බව පෙන්වන්න.

$A = 30^\circ$, $b = \sqrt{3} \text{ cm}$ හා $c = 1 \text{ cm}$ නම්, B හා C කෝණද, a හි අගයද සොයන්න.



ඩී. එස්. සේනානායක විද්‍යාලය.. කොළඹ 07..

අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2016 ජූනි

සංයුක්ත ගණිතය II

13 ශ්‍රේණිය

පැය 3 යි

නම :

උපදෙස් :

- ★ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11 - 17)
- ★ A කොටස
සියලුම ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය නම් ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිතා කළ හැකිය.
- ★ B කොටස
ප්‍රශ්න 5 කට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. පිළිතුරු ඔබේ කඩදාසි වල ලියන්න.
- ★ නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටස, B කොටස උඩින් සිටින සේ අමුණා පිළිතුරු පත්‍ර භාර දෙන්න.
- ★ ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටස පමණක් ඔබ ළඟ තබාගත හැකිය.

පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස්	ප්‍රශ්න අංකය	ලැබූ ලකුණු
A	01	
	02	
	03	
	04	
	05	
	06	
	07	
	08	
	09	
	10	
		එකතුව
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

අවසාන ලකුණු	
ඉලක්කමින්	
අකුරෙන්	

සංකේත අංක	
උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
ලකුණු පරීක්ෂා කළේ	1.
	2.
අධීක්ෂණය	

01. දුර පනින ක්‍රීඩකයකුට පොළවෙන් ඉවත් වී යන මොහොතේදී (ඔහුගේ දිවීම නිසා) 2ms^{-1} තිරස් ප්‍රවේගයකින් සමඟ ඔහුගේ පැනීම නිසා තිරසට 30° කින් ආනතව $2k \text{ ms}^{-1}$ ප්‍රවේගයකින් තිබේ. ඔහු පනින d තිරස් දුර, $\frac{2k}{g} (2+\sqrt{3}k)$ බව පෙන්වන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

02. $2m$ හා m ස්කන්ධ දෙකක් අවල සුමට කප්පියක් මඟින් යන සැහැල්ලු අවිනන්‍ය තන්තුවකින් සම්බන්ධ කරනු ලැබ ඇත. $2m$ ස්කන්ධය තිරස් මේසයක් මතද m ස්කන්ධය නිදල්ලේ එල්ලෙමින්ද, ඇඳී ඇති තන්තුවේ කප්පිය සමඟ ස්පර්ෂ නොවන කොටස් සිරස්වද ඇති පරිදි පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ තිබේ. m ස්කන්ධය h උසකට ඔසවා සිරස්ව පහලට වැටෙන්න සලස්වනු ලැබේ. $2m$ ස්කන්ධය ඉහල නඟින ප්‍රවේගය හා තන්තුවේ ආවේගී ආතතිය සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

03. සුමට තිරස් මේසයක් මත V ප්‍රවේගයකින් චලිත වෙමින් පවතින ස්කන්ධයේ m වූ P අංශුවක් P හි පොතෙහි නිසලව තිබෙන 2m ස්කන්ධය සහිත වෙනත් Q අංශුවක් හා සරල ලෙස ගැටේ. අංශු දෙක අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e ($0 < e < 1$) නම්, ගැටුමෙන් පසු P හා Q හි ප්‍රවේග v හා e ඇසුරින් ලබා ගන්නා ගැටුම නිසා පද්ධතියේ චාලක ශක්තියෙන් හරි අඩක් හානි වූයේ නම් e හි අගය සොයන්න.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

04. Hkw ජවයෙන් ක්‍රියාකරන බර W වූ මෝටර් රථයක් මත ක්‍රියා කරන මුළු ප්‍රතිරෝධී බලය RN වේ. ආතතිය 1:n වූ ආනත තලයක Vm^{-1} උපරිම වේගයකින් ඉහළට ගමන් කළ හැකි අතර $2Vm^{-1}$ උපරිම වේගයකින් පහළට ගමන් කළ හැකිය.

R හි අගය W හා n ඇසුරින් දක්වන්න.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

05. සුපුරුදු අංකනයෙන්, O මූලයක් අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍යය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිලිවෙලින් $i+2j$ හා $2j+j$ වේ. P යනු AB මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකි. $\overline{OP} = (1+t)i + (2-3t)j$ ලෙස ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි "t" යනු පරාමිතියකි. OP හා AB එකිනෙකට ලම්භක නම් "t" හි අගය ලබා ගන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

06. දිග d හා බර W වූ ඉනිමඟක්, එහි ඉහල කෙළවර සුමට සිරස් බිත්තියක්ද පහල කෙළවර රළු තිරස් තලයක් මතද ස්පර්ශ වෙමින් සිරසට 30° ක් ආනතව නිසලව පවතී. ඉනිමඟ මඟින් බිත්තිය මත ඇති කරන බලයේ විශාලත්වය සොයන්න. ඉනිමඟ හා තිරස් තලය අතර සර්ඡණ සංගුණකය $\sqrt{\frac{3}{4}}$ නම්, 4W බරැති මිනිසකුට ඉනිමඟේ ඉහලට නැඟීමට නොහැකි බව පෙන්වන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

09. 3, 1, 7, 2, 1, 1, 7, x, y, ධන සංඛ්‍යා පද්ධතියේ මධ්‍යන්‍යය 4 වේ. x හා y යනු ධන පූර්ණ සංඛ්‍යා වේ. $x + y = 14$ බව පෙන්වන්න.

a) $x = y$ වීම මාතය සොයන්න.

b) $x \neq y$ වීම මාතය සොයන්න.

c) සම්මත අපගමනය $\frac{1}{3}\sqrt{76}$ නම් x හා y සොයන්න. මෙහි $x \leq y$ වේ.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

10. $f(x) = ax + b$ යනු ඒකජ ශ්‍රිතයකි. මෙම ඒකජ පරිණාමණය යටතේ $x = \{1, 2, 3, 5, 8, 11\}$ කුලකය y කුලකයක් බවට පරිණාමණය කරනු ලැබේ. එවිට, $f(5) = 13$ සහ $f(1) = 5$ නම්,

- a) f(x) පූර්ණ ලෙස සොයන්න.
- b) x කුලකයේ අවයව වල මධ්‍යන්‍යය හා විචලතාවය සොයන්න.
- c) එනමින් y කුලකයේ අවයව වල මධ්‍යන්‍යය සහ විචලතාව අපෝහනය කරන්න.
- d) x කුලකයට k අවයවය එකතු කළ විට ලැබෙන නව කුලකය z නම්, z කුලකයෙහි මධ්‍යන්‍යය x කුලකයෙහි මධ්‍යන්‍යය වඩා 3කින් වැඩි වීමට නම් k ට ගත යුතු අගය සොයන්න.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

B කොටස

11. a) අංශුවක් $\sqrt{ak} \text{ ms}^{-1}$ ප්‍රවේගයකින් O ලක්ෂ්‍යයක සිට සුමට තිරස් බිම්ක තිරස්ව ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. එය ams^{-2} ඒකාකාර ත්වරණයෙන් O ලක්ෂ්‍යයේ සිට K මීටර දුරින් පිහිටි සුමට සිරස් බිත්තියක වූ P ලක්ෂ්‍යයක ලම්භකව ගැටී පොලා පැන O ලක්ෂ්‍යය කරා ආපසු පැමිණේ. දත් O ලක්ෂ්‍යයේ ඇති සුමට සිරස් පෘෂ්ඨයක නැවතත් ලම්භකව වදින අංශුව පොලා පැන P ලක්ෂ්‍යය කරා වලින වේ. සෑම ගැටුමක් අතරම ප්‍රත්‍යාගත සංගුණකය e වේ. අංශුවේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග - කාල වක්‍රයක් අඳින්න.

එකවරින් අංශුව ප්‍රක්ෂේපණය කල මොහොතේ සිට දෙවන වරට P ලක්ෂ්‍යය කරා පැමිණීමට ගත වූ මුළු කාලය සොයන්න.

b) උතුරු දෙසට නොටි 12 ක වේගයෙන් ගමන් කරන යුධ නැවකට එක්තරා මොහොතක එයට නාවික සැතපුම් 24 ක් නැගෙනහිර දෙසින් සතුරු යාත්‍රාවක් දක්නට ලැබිණි. යාත්‍රාව නාවික සැතපුම් 28 ක ප්‍රවේගයෙන් උතුරින් α කෝණයක් බටහිරට වූ දිශාවකට යාත්‍රා කරයි. මෙහි $\cos \alpha = \frac{11}{14}$ වේ.

(i) ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණයක් ඇඳීමෙන් යුධ නැවට සාපේක්ෂව උතුරින් 60° ක් බටහිරට පිහිටි දිශාවකට ගමන් කරන බව පෙන්වා එහි වේගය සොයන්න.

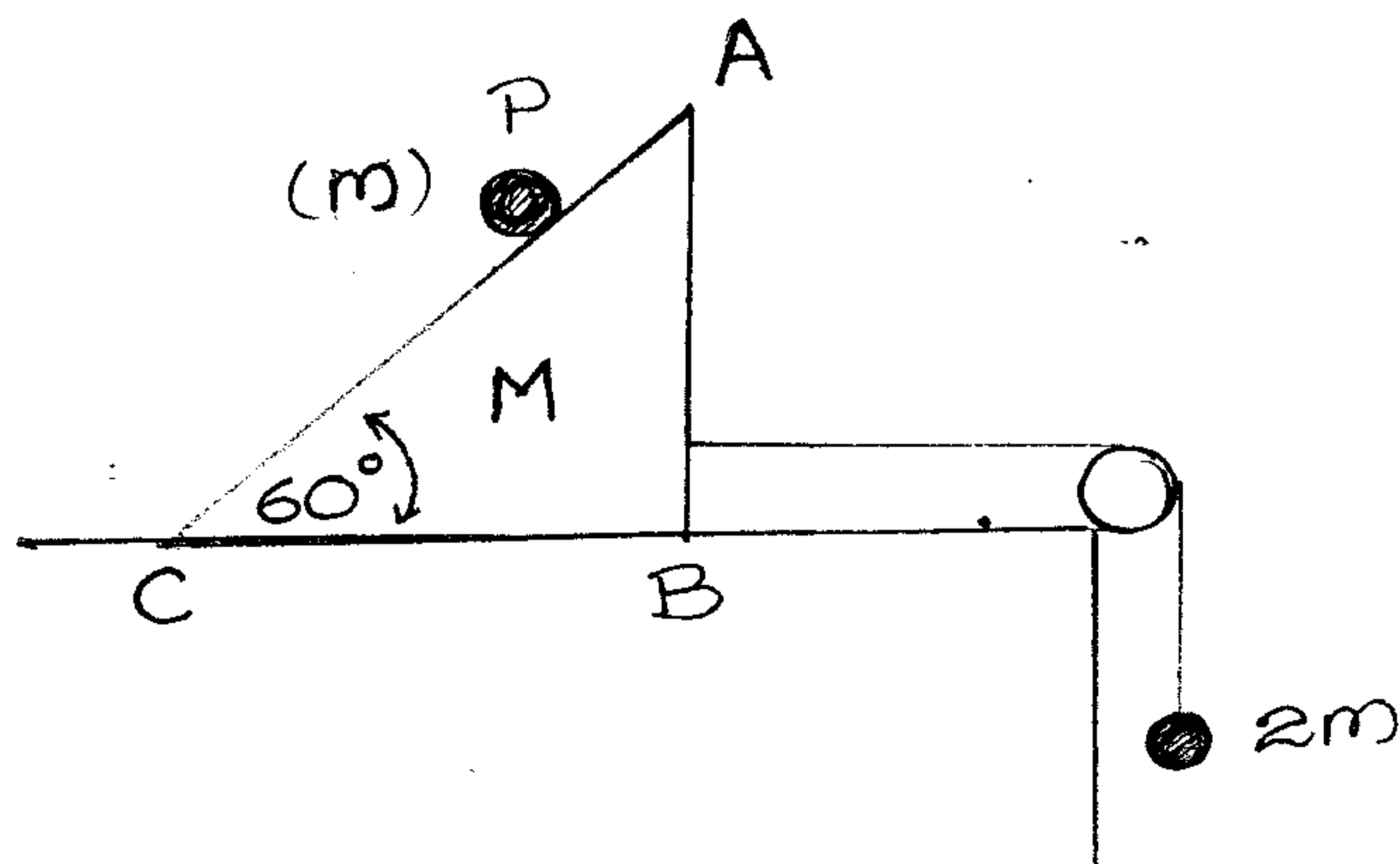
(ii) යුධ නැවේ තුවක්කු වල ප්‍රහාරක තිරස් පරාසය නාවික සැතපුම් 15 ක් නම් සතුරු යාත්‍රාව කොපමණ කාලයක් අනතුරේ පවතීද ?

මේ මොහොතේ දී එක වරම නොටි 220 ක වේගයෙන් සතුරු යාත්‍රාවේ වැදීමට උණ්ඩයක් නිකුත් කලේ නම් එය නිකුත් කල යුතු දිශාව කුමක්ද?

(නොටි:1 = පැයට නාවික සැතපුම් 1යි)

12. a) ස්කන්ධය m වූ පබළුවක් සිරස් තලයක අවලව සවි කරන ලද අරය a වූ වෘත්තාකාර සුමට කම්බියකට අමුණා ඇත. පබළුව ඇඳා ඇති ලුහු අවිනන්‍ය තන්තුවක් කම්බියේ කේන්ද්‍රයේ පිහිටි අවල සුමට මුද්දක් තුළින් ගමන් කොට නිදහස් ව එල්ලෙන ස්කන්ධය M වූ අංශුවක් දරයි. කම්බියේ පහත්ම ලක්ෂ්‍යයේ සිට $\sqrt{kg a}$ වේගයකින් පබළුව ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලබයි. පබළුවට කම්බියේ මුදුනට නැඟීමට අවශ්‍ය k හි අඩුතම අගයන් සොයන්න. $k = 6$ යයි ගනිමින්, M හි අගය m හා 7m අතර පිහිටයි නම්, වලිනයේ යම් අවස්ථාවකදී පබළුව හා කම්බිය අතර ප්‍රතික්‍රියාව අතුරුදහන් වන බව පෙන්වන්න.

b)



ස්කන්ධය M වූ සුමට කුඤ්ඤයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය ඔස්සේ හරස්කඩ B හිදී සෘජුකෝණී වූ ABC ත්‍රිකෝණයකි. කුඤ්ඤය එහි BC මුහුණත සුමට තීරස් මේසයක ස්පර්ශ වන පරිදි තබා ඇත. සුමට ලුහු අප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක් එක් කෙළවරක් කුඤ්ඤයටද අනෙක් කෙළවරට ස්කන්ධය $2m$ වූ Q අංශුවටද ඇඳා තන්තුව අවල කප්පියක් තුළින් ඉහත රූපයේ පරිදි යයි. ස්කන්ධය m වූ P අංශුව කුඤ්ඤයේ සුමට ආනත බෑවුම මත තබා ඇත. දැන් Q අංශුව නිදහස් කරනු ලැබේ නම් කුඤ්ඤයේ ත්වරණය M, m හා g ඇසුරෙන් සොයන්න.

අංශුව මත කුඤ්ඤයේ ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

13. ස්වභාවික දිග l සහ මාපාංකය වූ λ ලුහු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක් එක් කෙළවරක් සුමට තීරස් මේසයක් මත එක් දාරයක සිට l දුරකින් වූ අවල O ලක්ෂ්‍යයකට ඇඳා ඇත. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වූ P අංශුවකට ඇඳා ඇත. සැහැල්ලු අප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක් මගින් P අංශුව ස්කන්ධය m වූ දෙවන Q අංශුවකට සම්බන්ධ කර ඇත. ආරම්භයේදී OPQ සිරස් තලයේ P යනු OQ හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වන පරිදි Q අංශුව මේසයේ දාරය අසල තබා සිරුවෙන් ඉවතට තල්ලු කරනු ලබන්නේ පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට වලනය වීමට පටන් ගන්නා පරිදිය. t කාලයේදී OP හි දිග $l + x$ වන අතර P අංශුව මේසය මත තිබිය දී Q අංශුව මේසයේ මට්ටමෙන් x ගැඹුරකින් පිහිටයි. යාන්ත්‍රික ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යෙදීමෙන් හෝ අන්-ක්‍රමයකින් හෝ

$$x + u^2 \left(x - \frac{g}{w^2} \right) = 0 \quad \text{බව සොයන්න.}$$

$$\text{මෙහි } u^2 = \frac{\lambda}{2ml} \quad \text{වෙයි.}$$

P අංශුවේ පිහිටීම t කාලයකට පසුව $x = \frac{g}{w^2} + A \cos ut + B \sin ut$ මගින් දී ඇත්නම් නම් A, B හා u හි නියත වල අගයන් සොයන්න. එනමින්

- i) OP තන්තුවේ දිග කිසිවිටකත් l අගයට වඩා එම වලිතයෙන් පසු අඩු නොවන බව පෙන්වන්න.
- ii) PQ තන්තුවේ ආතතිය $2mg \sin^2 \frac{wt}{2}$ බව පෙන්වන්න.
- iii) ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවේ උපරිම ප්‍රත්‍යස්ථතාව $2l$ නම් λ හි අගය සොයා පළමු වරට තන්තුව උපරිම ප්‍රත්‍යස්ථතාවට එළඹීමට ගන්නා කාලය $\sqrt{\frac{l}{g}}$ බවද පෙන්වන්න.

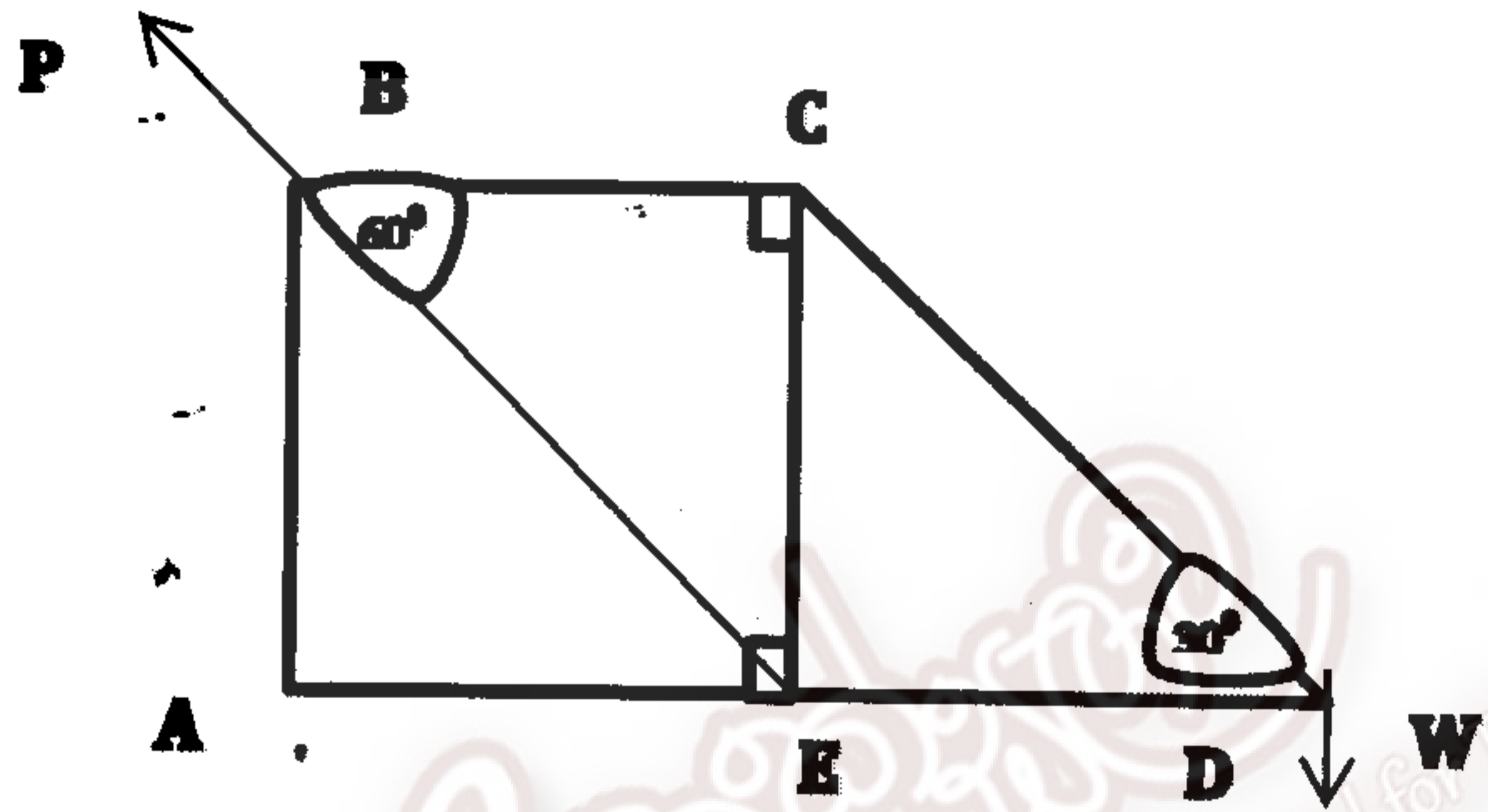
14. a) ත්‍රිකෝණයක A, B, C ශීර්ෂ වල පිහිටුම් දෛශික O මූල ලක්ෂ්‍යයට සාපේක්ෂව පිළිවෙලින් $\underline{a}, \underline{b}$ හා \underline{c} වේ. BC මත P ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත්තේ $BP: PC = 3:1$ හා CA මත Q ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත්තේ $CQ: QA = 2:3$ වන පරිදිය. දික් කරන ලද BA මත R ලක්ෂ්‍යය පිහිටන්නේ $BR: AR = 2:1$ වන පරිදිය. P, Q, R ලක්ෂ්‍යයන්ගේ පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\underline{p}, \underline{q}$ සහ \underline{r} වේ. \underline{g} දෛශිකය \underline{p} හා \underline{r} ඇසුරින් දක්වා P, Q, R ඒක රේඛීය වන බව පෙන්වන්න. Q මගින් PR බෙදෙන අනුපාතය සොයන්න.

- b) සවිධි ෂඩාස්‍රයක $3P, 7P, P, 2P, mp$ සහ np බල පිළිවෙලින් $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{FE}$ සහ \overrightarrow{FA} පාද ඔස්සේ පිහිටයි. පද්ධතිය AD පාදය දිගේ තනි බලයකට උභයතාය වන්නේ නම්, m හා n හි අගයන් සොයන්න. $\sqrt{3} Pa$ විශාලත්වයෙන් යුත් බල යුග්මය $ABCDEF$ ෂඩාස්‍රයේ තලය මතට එක් කරන ලදී. නව පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව AB කපන ලක්ෂ්‍යයට A සිට ඇති දුර සොයන්න.

15. a) එක එකක දිග $2a$ සහ බර W වූ AB, AC සුමට ඒකාකාර දඬු දෙකක් හා බර W වූ තවත් සුමට ඒකාකාර දණ්ඩක් එකිනෙකට නිදහසේ අසව් කොට $\angle ABC = 2\alpha$ වන පරිදි සම ද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් නිර්මාණය කර ඇත. මෙම ත්‍රිකෝණය B හිදී අසව් කොට සිරස් තලයක එල්ලා, ත්‍රිකෝණය සමතුලිතතාවයේ පවත්වා ගැනීමට AB දණ්ඩ මත බල යුග්මයක් යොදන ලදී. BC තිරස් හා A ලක්ෂ්‍යය BC ට පහළින් පිහිටයි නම්,

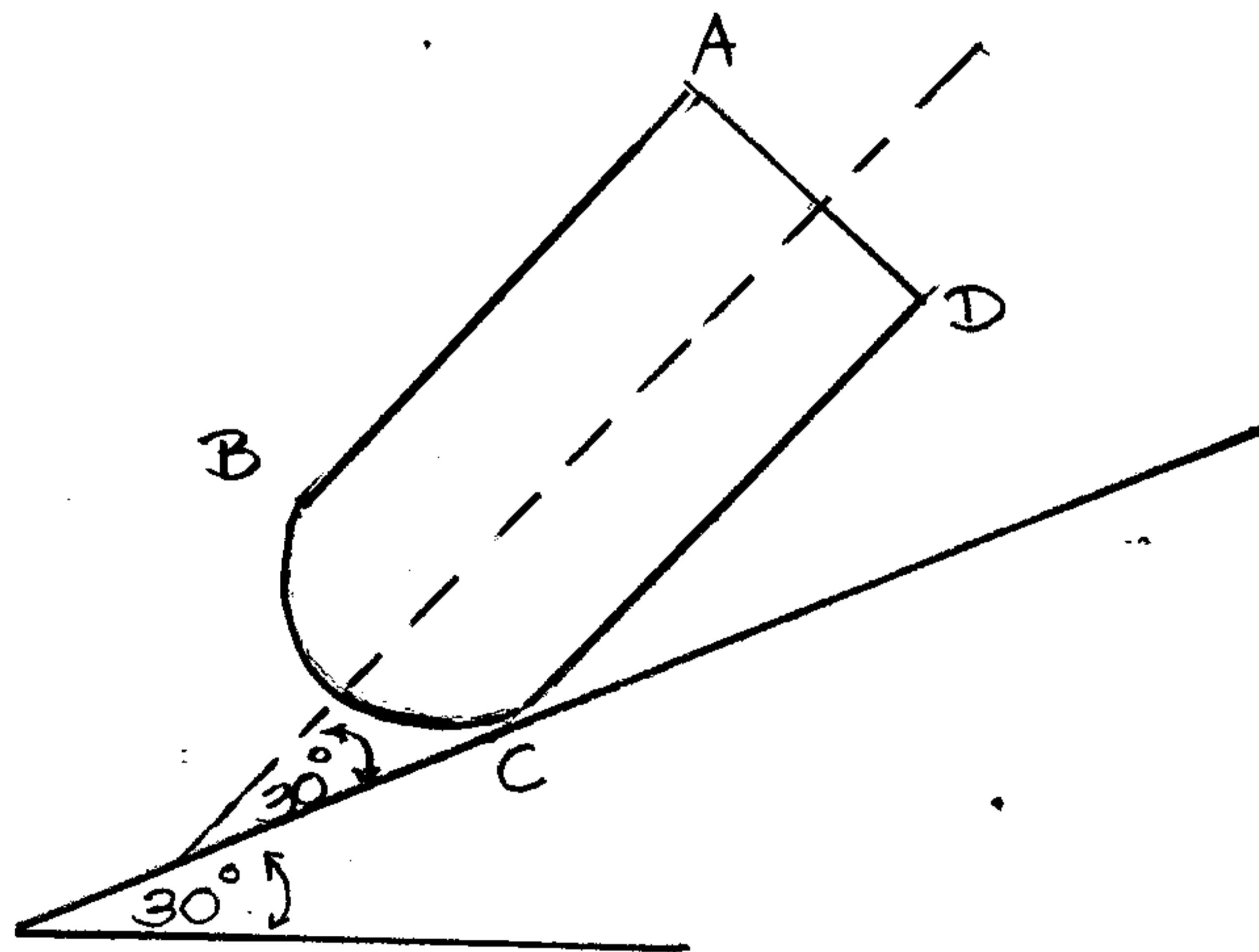
- i. BC මඟින් AC දණ්ඩ මත C හි යෙදෙන ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.
- ii. බල යුග්මය මඟින් ඇති කරන සුර්ණය සොයා රූප සටහනක් මඟින් දක්වන්න.

b) පහත රූපයේ දැක්වෙන්නේ $AB, AE, BC, CD, CE, DE, BE$ සැහැල්ලු දඬු හතකින් සමන්විත රාමු සැකිල්ලකි. රාමු සැකිල්ල A සන්ධිය අවල ලක්ෂ්‍යයකට සුමට ලෙස අසව් කරනු ලැබ, සිරස් තලයක සමතුලිතව තිබෙයි. D සන්ධිය නිවුටන් W ක භාරයක් දරණ අතර AED තිරස් වන පරිදි E සන්ධියේදී EB දිශාවට නිව්ටන් P බලයක් යොදා ඇත. AB හා CE සමාන මීටර a දිගෙන් යුතු වන අතර, රූපයේ දැක්වෙන පරිදි කෝණ පිහිටයි.



- P හි අගය සොයන්න.
- ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහන බෝ අංකනය යෙදීමෙන් ඇඳ BE, CE, ED, BC සහ CD දඬු එක එකක ප්‍රත්‍යාබලය නිර්ණය කරන්න. එය ආතතියක්ද නැතහොත් තෙරපුමක්ද යැයි දක්වන්න.

16. අරය r වූ ඒකාකාර ඝන අර්ධ ගෝලයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය අර්ධ ගෝලයේ ආධාරකයේ සිට $\frac{3r}{8}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.



උස h හා ආධාරක අරය r වූ ඒකාකාර ඝන සෘජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයක එක් තල පෘෂ්ඨයක් හා අරය r වූ ඒකාකාර ඝන අර්ධ ගෝලයක තල පෘෂ්ඨය එකිනෙකට සම්බන්ධ කිරීමෙන් සංයුක්ත ඝන වස්තුවක් සාදා ඇත. සංයුක්ත වස්තුවේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයට, අර්ධ ගෝලයේ කේන්ද්‍රයේ සිට ඇති දුර සොයන්න.

සංයුක්ත වස්තුව ඉහත රූපයේ පරිදි තිරයට 30° කින් ආනත රළ ආනත තලයක් මත සංයුක්තයේ සමමිතික අක්ෂය ආනත තලයේ උපරිම බෑවුම සමඟ 30° ක් ආනත වන පරිදි නිසලව සමතුලිතතාවයේ පවතී.

සංයුක්තයේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයට අර්ධ ගෝලයේ කේන්ද්‍රයේ සිට ඇති දුර r ඇසුරෙන් දක්වන්න.

i) සංයුක්තව සමතුලිත වන පරිදි එහි A ලක්ෂ්‍යයෙන් එල්ල වී, AB අක්ෂය යටි අත් සිරස සමඟ සාදන කෝණය සොයන්න.

$h = 2r$ නම්, AB අක්ෂය යටි අත් සිරසට $\tan^{-1} \frac{32}{43}$ ක ආනතියක් දරණ බව පෙන්වන්න.

17. (a) එක්තරා දිනයකදී තෙල් පිරවුම් හලකට පැමිණෙන පාරිභෝගිකයින් අතර කාන්තාවන් මෙන් තුන් ගුණයකට වඩා වැඩි ප්‍රමාණයක පිරිමින් සේවාව ලබා ඇත. එහි A සහ B ලෙස ප්‍රෙට්‍රල් වර්ග දෙකක් නිකුත් කරන අතර පාරිභෝගිකයන්ට වෙක්පත් මගින් සහ අත්පිට මුදල් වශයෙන් ගෙවිය හැකිය. පැමිණි පිරිමි අයගෙන් 70% ක්ද, කාන්තාවන්ගෙන් 40% ක්ද A වර්ගයේ ප්‍රෙට්‍රල් භාවිතා කර ඇත. ඉන්ධන ලබාගැනීමට පැමිණි පිරිමි අතරින් 80% ක් A ප්‍රෙට්‍රල් ද, 60% ක් B වර්ගයේ ප්‍රෙට්‍රල් සඳහා වෙක් මගින් මුදල් ගෙවන ලදී.

කාන්තාවන් අතරින් A වර්ගයේ ප්‍රෙට්‍රල් ලබා අයගෙන් හරි අඩක්ද B වර්ගයෙන් පෙට්‍රල් භාවිතාකල අයගෙන් 40% ක්ද, වෙක් මගින් ගෙවීම් සිදු කරනු ලදී.

පහත එක් එක් අවස්ථාවේදී සම්භාවිතාවන් සොයන්න.

- I. පාරිභෝගිකයා A වර්ගයේ ප්‍රෙට්‍රල් මිලදී ගැනීම.
- II. පාරිභෝගිකයා වෙක් මගින් ගෙවීම් සිදු කිරීම.
- III. කාන්තා පාරිභෝගිකයෙකු වෙක්පතක් මගින් ගෙවීම් සිදු කිරීම
- IV. A වර්ගයේ ප්‍රෙට්‍රල් සඳහා වෙක් මගින් ගෙවීම් කළ පාරිභෝගිකයා පිරිමි අයකු වීම.

(b) ශිෂ්‍යයින් 100 දෙනෙකුගේ බුද්ධිය පරීක්ෂා කිරීමට සිදු කරන ලද පරීක්ෂණයකින් ලබා ගත් ලකුණු පහත දැක්වේ.

I.Q	40 - 50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
ශිෂ්‍යයන් ගණන	4	10	21	29	24	12

i. මධ්‍යන්‍යය සහ සම්මත අපගමනය ගණනය කරන්න.

$$\left[\sqrt{16875} = 130 \text{ ලෙස සලකන්න} \right]$$

ii. ලකුණු $y = ax + b$ කේත සම්බන්ධතාව මගින් දක්වා ඇත. x මගින් පැරණි ලකුණුද, y මගින් නව ලකුණු ද දැක්වේ. දත්ත පද්ධතියේ නව මධ්‍යන්‍යය සහ නව සම්මත අපගමනය පිළිවෙලින් 81 සහ 13 නම් වේ. a හා b හි අගයයන් සොයන්න.