07. $3\ \mathrm{cosec}^2\theta = 2\sec\theta$ සමීකරණය තෘප්ත කරන පරිදි θ සඳහා ගත හැකි සුළු කෝණී විසඳුම සොයන්න.

08. $\tan^{-1}\left(\frac{x-1}{x-2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{x+1}{x+2}\right) = \pi/4$ විසඳන්න.

B - කොටස

09. $f(x) \equiv x^2 - 2(1+\lambda)x + 4\lambda + 3$ ලෙස දී ඇත. මෙහි $\lambda \in R$ වේ.

(i) $f(x) = 0$ හි මූල ලකුණින් ප්‍රතිවිරුද්ධ වීම සඳහා $\lambda < -\frac{3}{4}$ විය යුතු බව පෙන්වන්න.

(ii) λ හි සියළු අගයයන් සඳහා $f(x) = 3$ සමීකරණයෙහි මූල තාත්වික වන බව පෙන්වන්න.

(iii) λ_1 හා λ_2 යනු $f(x) = 0$ හි මූල සමපාත වන පරිදි λ හි අගයයන් දෙකක් වන්නේ නම්, $|\lambda_1 - \lambda_2| = 2\sqrt{3}$ බව පෙන්වන්න.

(iv) $f(x) \equiv (x - a)^2 + b$ වන පරිදි a හා b යන්න λ හි ප්‍රකාශන ඇසුරෙන් ලබාගන්න.

$x = (-2)$ දී $f(x)$ ශ්‍රිතයට අවමයක් පවතින පරිදි λ හි අගය සොයන්න.

λ මෙම අගය ගන්නා විට $f(x)$ හි අවම අගයද සොයන්න.

10. (a) $f(x) \equiv x^3 - 3x^2 - 18x + 40$

$f(2)$ හි අගය සොයන්න. එනයින් $f(x)$ යන්න රේඛීය සාධක තුනක ගුණිතයක් ලෙසින් ප්‍රකාශ කරන්න.

$\frac{9x-72}{f(x)}$ භින්න භාග ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

(b) $3x^3 - 2x^2 + x + 7$ බහු පදය $x^2 - 2x + 5$ මගින් බෙදීමෙන් ලැබෙන ලබ්ධිය හා ශේෂය සොයන්න.

එනයින් $x^2 - 2x + 5$ බහු පදය $3x^3 - 2x^2 + ax + b$ හි සාධකයක් වීම සඳහා a සහ b අගයන් සොයන්න.

(c) $\frac{x(x-3)}{x-2} \geq 2,\ x \neq 2,$ අසමානතාව තෘප්ත කරන x හි අගය කුලකය ලබාගන්න.

(d) $f(x) = |x - 2|$ හි අර්ථ දක්වීම ලියන්න.

$y = |x - 2| + 1$ හා $y = x$ හි ප්‍රස්ථාර එකම සටහනක ඇඳ දක්වන්න.

එනයින් $|2 - x| > x - 1$ අසමානතාව තෘප්ත කරන x හි අගය කුලකය සොයන්න.

11. (a) OABC යනු $O \equiv (0,0)$ හා $A \equiv (4,3)$ වන රොම්බසයකි. OB විකර්ණය $7x - y - 2 = 0$ රේඛාවට සමාන්තර වන අතර OB හා AC විකර්ණ E හිදී ඡේදනය වේ.

(i) OB හා AC හි සමීකරණ සොයා එනයින් $E \equiv \left(\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right)$ බව ලබා ගන්න.

(ii) C හා B ශීර්ෂ වල ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

(iii) AC හා EB රේඛාවල දිග සොයා. එනයින් OABC රොම්බසයේ වර්ගඵලය වර්ග ඒකක 12.5 ක් වන බව පෙන්වන්න.

(b) OXY කාටීසියානු තලයට අනුබද්ධයෙන් OAB ත්‍රිකෝණයෙහි O යනු මූල ලක්ෂ්‍යයි. A හා B පිළිවෙලින් පළමු හා හතරවන වෘත්ත පාද වල පිහිටා ඇත. OA සහ OB ලම්භක වන අතර OB පාදය $2x + y = 0$ මත වේ. OB හා AB පාද වල දිග පිළිවෙලින් ඒකක $2\sqrt{5}$ සහ 10 වේ.

(i) A සහ B හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

(ii) AB හි සමීකරණය සොයන්න.

B - 2

ඩී. එස්. සේනානායක විද්‍යාලය.. කොළඹ 07..

තෙවන වාර පරීක්ෂණය - 2016 ජූලි

සංයුක්ත ගණිතය II

12 ශ්‍රේණිය

පැය 2 ½

නම : ....

උපදෙස් :

★ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 08) සහ **B** කොටස (ප්‍රශ්න 09 - 13)

★ **A කොටස**
සියලුම ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය නම් ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිතා කළ හැකිය.

★ **B කොටස**
ප්‍රශ්න 4කට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. පිළිතුරු ඔබේ කඩදාසි වල ලියන්න.

★ නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටස , B කොටස උඩින් සිටින සේ අමුණා පිළිතුරු පත්‍ර භාර දෙන්න.

★ ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටස පමණක් ඔබ ළඟ තබාගත හැකිය.

පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

සංයුක්ත ගණිතය		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලැබූ ලකුණු
A	01	
	02	
	03	
	04	
	05	
	06	
	07	
	08	
B	09	
	10	
	11	
	12	
	13	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමින්	
අකුරෙන්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
ලකුණු පරීක්ෂා කළේ	1.
	2.
අධීක්ෂණය	

A - කොටස

01. නිශ්චලතාවයෙන් ගමන් ආරම්භකල වාහනයක් ගමනක මුල් කොටස ඒකාකාර ත්වරණයෙන්ද, ඉන් පසු නියත u ප්‍රවේගයෙන්ද අවසන් කොටස ඒකාකාර මන්දනයකින්ද ගමන් කර නිශ්චලතාවයට පැමිණීමට ගත කල මුළු කාලය T වේ. ගමනේ මධ්‍යක ප්‍රවේගය $\frac{5}{8}u$ වේ නම් වාහනයේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්ථාරය ඇඳීමෙන් ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කල කාලය සොයන්න.

02. අංශුවක් සිරස්ව ඉහලට ප්‍රක්ශේපනය කර තත්පර t_1 හා t_2 කාලයකට පසු $(t_1 \neq t_2)$ පොලොවේ සිට h උසින් පවතී නම් $h = \frac{1}{2}gt_1t_2$ බව පෙන්වන්න.

03. අංශුවක් තිරසට θ ආනතව u ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපනය කරනු ලැබේ. අංශුව එහි උපරිම සිරස් උස H වෙත ලගා වන තෙක් අංශුවේ සිරස් චලිතය සඳහා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්ථාරය ඇඳ දක්වන්න. එම ප්‍රස්ථාර ඇසුරෙන් $H = \dfrac{u^2}{2g} sin^2 \theta$ බව පෙන්වන්න. එනයින් θ හි ඕනම අගයක් සඳහා අංශුවකට එලඹිය හැකි උපරිම උසෙහි වැඩිතම අගය සොයන්න.

04. අරය r වූ සුමට වෘත්තාකාර කම්බියක බර w වූ පබලුවකට චලනය විය හැක. l දිග සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකට මෙම පබලුව ගැටගසා එහි අනෙක් කෙලවර වෘත්තාකාර කම්බි රාමුවෙහි ඉහලතම ලක්ෂ්‍යයෙහි ගැට ගසා සිරස් තලයක සමතුලිතව තබා ඇත. මෙම අවස්ථාවේදී තන්තුවෙහි ආතතිය $\dfrac{wl}{r}$ බව පෙන්වන්න.

The National e-Learning Portal for The General Education

05. $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ යනු θ ආනත ඇති ඒකක දෛශික දෙකකි.

$\cos\theta = \underline{a}.\underline{b}$ ද $|\underline{a} - \underline{b}|^2 = 2(1 - \underline{a}.\underline{b})$ බවද පන්වන්න.

එනයින් $\sin \theta/2 = \frac{1}{2}|\underline{a} - \underline{b}|$ බව ලබා ගන්න.

06. පාදයක දිග 2m වූ ABCD සමචතුරස්‍රයක $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}$, හා $\overrightarrow{DA}$ පාද ඔස්සේ නිව්ටන 1,2,3 හා 4 යන බල පිලිවෙලින් ක්‍රියා කරනු ලැබේ. මෙම පද්ධතිය $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}$ හා $\overrightarrow{CA}$ ඔස්සේ ක්‍රියා කරන P, Q, R බල තුනකින් ප්‍රතිස්ථාපනය වීමට නම් P, Q හා R හි අගයන් සොයන්න .

the National e-learning Portal for the General Education

07. ABCD ත්‍රිපීසියමෙහි A(1,1) C(5,8) හා D (1,5) වේ. AB හා DC වන අතර AB හි දිග DC මෙන් දෙගුණයකි.

i) $\overrightarrow{DC}$ දෛශිකය $\underline{i}$ $\underline{j}$ ඒක දෛශික ඇසුරෙන් සොයන්න.

ii) තවද $\overrightarrow{OB}$ සොයා එනයින් B හි ඛණ්ඩාංකය ලබා ගන්න.

08. P,Q, R යන බල අංශුවක් මත ක්‍රියා කරයි. අංශුව සමතුලිතව පවතිනුයේ P හා Q අතර කෝණය P හා R අතර කෝණය මෙන් දෙගුණයක් වූ විටය. $R^2 = Q(Q - P)$ බව පෙන්වන්න.

B - කොටස

09. බස් රථයක් නිශ්චලතාවයේ සිට ගමන් අරඹා f ඒකාකාර ත්වරණයෙන් චලනය වී v උපරිම ප්‍රවේගයක් ලබාගනී. ඊට පසු එම ප්‍රවේගයෙන්ම චලනය වෙයි. බස් රථය ගමන් අරඹන මොහොතේ දී එයට b දුරක් පිටුපසින් ඇති මෝටර් රථයක් u ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් බස් රථය චලනය වන දිශාවට චලනය වෙමින් පවතී.
එකම සටහනක බස් රථයේ හා මෝටර් රථයේ චලනය සඳහා ප්‍රවේග කාල වක්‍ර අඳින්න.
බස් රථය ගමන් අරඹා t කාලයකට පසු මෝටර් රථය බස් රථයට a දුරක් පිටුපසින් පිහිටයි.

a) ප්‍රවේග කාල වක්‍ර උපයෝගී කරගනිමින් ,

i) $0 < t < \frac{v}{f}$, වන විට $a = b + \frac{1}{2}ft^2 - ut$ බවද

ii) $0 < t < \frac{v}{f}$ වන විට $a = b + \frac{1}{2}ft^2 - ut$ බවද පෙන්වන්න.

b.) $0 < t < v/f$ නම් , මෝටර් රථය විසින් බස් රථය පසු කිරීමට $u^2 \geq 2fb$ විය යුතු බව අපෝහනය කරන්න .

c.) $u^2 < 2fb$ හා $u < v$ නම්, මෝටර් රථය හා බස් රථය අතර දුර $b - \frac{u^2}{2f}$, බව පෙන්වන්න.
ඒ සඳහා ගතවන කාලයද සොයන්න.

10. a.) O යනු තිරස් තලයක් මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් වන අතර $OA = h$ වන ලෙස O ට සිරස් ලෙස ඉහලින් A ලක්ෂ්‍යය පිහිටා තිබේ. අංශුවක් තිරසට α ආනතව V ප්‍රවේගයෙන් A සිට ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. OXY කාටිසියානු තලය අනුබද්ධයෙන් අංශුව පථයේ $p(x,y)$ හරහා යන විට,

$$y = h - \frac{gx^2}{2v^2} + x\ \tan\alpha - \frac{gx^2}{2v^2}\ \tan^2\alpha$$ බව පෙන්වන්න.

අංශුව $B \equiv (d,o)$ ලක්ෂ්‍යයේදී තිරස් පොලව මතට වැටේ.

$v^2 = gh$ වන විට $d^2 \tan^2\alpha - 2dh \tan\alpha + d^2 - 2h^2 = 0$ බව පෙන්වන්න.

අංශුව මේ අයුරින් බිම පතිත වීමට $d \leq \sqrt{3}\, h$ බව අපෝහනය කරන්න.

ඉහත ප්‍රක්ෂිප්තයේ ප්‍රක්ෂේපණ කෝණය 30^0 නම්, අංශුවේ තිරස් පරාසය $\sqrt{3}\,h$ බවද අපෝහනය කරන්න.

b.) පොලොව මත වූ A ලක්ෂ්‍යයක සිට u ප්‍රවේගයෙන් අංශුවක් සිරස්ව ඉහළට ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලබන මොහොතේම, A සිට h සිරස් උසකින් ඇති ස්ථානයක සිට තවත් අංශුවක් සීරුවෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. චලිතය අතරතුරදී මෙම අංශුන් දෙක ගැටෙන අතර එම මොහොතේදී ඒවායේ ප්‍රවේග අතර අනුපාතය 2:1 නම්,

ප්‍රක්ෂේපණ ප්‍රවේගය $u^2 = \frac{9gh}{5}$ වන බව පෙන්වන්න.

11. a.) A යනු OP රේඛාවේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයද, OAB යනු ත්‍රිකෝණයක්ද වේ. AB හා BO පාද මත පිළිවෙලින් Q හා R ලක්ෂ්‍යය AQ : QB = λ : 1 හා BR : RO = μ : 1 වන ලෙස පිහිටා ඇත. $\overrightarrow{OA} = \underline{a}$ සහ $\overrightarrow{OB} = \underline{b}$ ලෙසද ගෙන Q හා R ලක්ෂ්‍ය වල පිහිටුම් දෛශික $\underline{a}, \underline{b}, \lambda$ μ ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

P, Q හා R ලක්ෂ්‍යය ඒක රේඛීය නම් $2\lambda\mu = 1$ බව පෙන්වන්න.

තවද RQ : QP = 1 : 4 වීම සඳහා λ හා μ අගයයන් ලබා ගන්න.

b.) ABC ත්‍රිකෝණයේ B යනු සෘජුකෝණයකි. AD හා BE මධ්‍යස්ථ ලම්භක වේ.

$\overrightarrow{BA} = \underline{a}$ සහ $\overrightarrow{BC} = \underline{c}$ ලෙස ගෙන $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BE}$ සහ $\overrightarrow{AD}$ $\underline{a}$, $\underline{c}$ ඇසුරෙන් සොයන්න.

එනයින් $A\hat{C}B \Rightarrow \tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ බව පෙන්වන්න.

12. OXY අක්ෂ්‍යය පද්ධතියට අනුබද්ධයෙන් OABCD යනු පංචාශ්‍රයක් වන අතර A ≡ (3,0) B ≡ (4, $\sqrt{3}$) C ≡ (3,3) හා D ≡ (0,3) වේ. $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{CO}$, $\overrightarrow{DC}$ සහ $\overrightarrow{OD}$ දිගේ ap, $4a^2$p, $2\sqrt{3}\,a^2$p, $2\sqrt{2}$ p, p හා $4ap$ බල ක්‍රියා කරයි. මෙහි a යනු තාත්වික නියතයකි.

a.) මෙම බල පද්ධතිය යුග්මයකට ඌනනය වෙයි නම් a හි අගය සොයා යුග්මයේ සූර්ණය විශාලත්වය හා අත දක්වන්න.

b.) i). $a = 2$ ලෙස ගෙන සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය සහ එය x අක්ෂ්‍යයේ ධන දිශාව සමග සාදන කෝණය සොයන්න.

ii). සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව x අක්ෂ්‍යය (λ,0) ලක්ෂ්‍යයේදී ඡේදනය කරයි නම් λ හි අගය සොයන්න. එනයින් සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය 3y - 2x = 1 බව පෙන්වන්න.

iii). දැන් මෙම සම්ප්‍රයුක්තය A ශීර්ෂය හරහා යන පරිදි පද්ධතියට G යුග්මයක් එක් කලේ නම් එහි විශාලත්වය සොයා එහි අත දක්වන්න.

13. a.) ABCD යනු සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකි. මෙහි A හා D දෙකෙලවර තිරස් අක්ෂ්‍යයකට සවිකර w හා kw බර අංශුන් දෙකක් B හා C හිදී තන්තුවට ඈඳා ඇත.

AB හා CD තන්තු කොටස් තිරසට α හා θ ආනත වන අතර BC අංශුව තිරසට β ආනත වේ.

පද්ධතිය සමතුලිත වීම සඳහා

$$K = \frac{\cos\alpha \sin(\beta + \theta)}{\sin(\alpha - \beta)\cos\theta}$$ බව පෙන්වන්න.

b.) තිරසට α කෝණයක් ආනත සුමට තලයක් මත ඇති W බර අංශුවක් සමතුලිතව තැබීමට තලයට සමාන්තරව P බලයක් එම අංශුව මත යෙදිය යුතු අතර තලයේ ආනතිය දෙගුණයක් වූ විට අංශුව සමතුලිතව තැබීම සඳහා $2\sqrt{3}$ P බලයක් තිරස් ලෙස අංශුව මත යෙදිය යුතුය. $\alpha = 30^0$.බව පෙන්වා මෙම එක් එක් අවස්ථාවේදී අංශුව මත තලයෙන් ඇති වන ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය සොයන්න.