

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උ/පෙළ) විභාගය

සංයුක්ත ගණිතය - I

13 ශ්‍රේණිය

කාලය විනාඩි 45 යි.

A කොටස

- A කොටසේ ප්‍රශ්න සියල්ලටම හා B කොටසින් ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

(01) $7 + 77 + 777 + \dots$ පද n හි ඵෙකාස සොයන්න.

(02) $x + 4x + 7x + (3n - 2)x = \frac{1}{2}n(3n - 1)x$ යන්න ගණිත අනුපාතයෙන් සියළු ධන නිඛිල සඳහා පෙන්වන්න.

(03) α, β යනු $ax^2 + bx + c = 0$ හි මූල නම්, $\alpha^2 + \beta^2, \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2}$ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය සොයන්න.

(04) $\tan^2 \alpha + \sec \alpha - 1 = 0, 0 < \alpha < 2\pi$ හි සාධාරණ විසඳුම් ලබාගන්න.

(05) $\cos 36^\circ = \frac{\sqrt{5} + 1}{4}$ බව සාධනය කරන්න.

(06) $\frac{\cos A}{1 - \sin A} = \tan \left(45^\circ + \frac{A}{2} \right)$ බව පෙන්වන්න.

(07) $\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 9) \left(\frac{1}{x+3} + \frac{1}{x-3} \right)$ අගය සොයන්න.

(08) $y = x + \frac{1}{x}$ නම් එවිට $x^2 \frac{dy}{dx} = xy - 2$ බව පෙන්වන්න.

(09) $2x - y - 5 = 0$, $3x - y - 6 = 0$ හා $4x - y - 7 = 0$ යන සරල රේඛා එකම ලක්ෂයක් හරහා යන බව පෙන්වන්න.

(10) $\log_3 x - 4\log_x 3 + 3 = 0$ විසඳන්න.

B කොටස

11. (a) $kx^2 + (k+1)x - (k+2) = 0$ සමීකරණයේ මූල α හා β වේ. $\alpha + \beta = \frac{-4}{3}$ බව දී ඇත්නම් k , $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$, $\alpha^2 + \beta^2$ යන්න සොයන්න.

(b) α^2 හා β^2 මූල ලෙස ඇති සමීකරණය ද සොයන්න.

(c) $x^2 - 3x > 3$ අසමානතාව විසඳන්න.

(d) $|2x+1| < 2|x| + x$ අසමානතාව ප්‍රස්තාරිකව විසඳන්න.

12. (a) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x^{3/2} - 27}{x - 9}$ සොයන්න.

(b) ප්‍රමුල ධර්ම ඇසුරෙන් $y = \frac{1}{x^2}$ හි අවකලන සංගුණකය ලබා ගන්න.

(c) $y = \sqrt{2x^2 - 5}$ නම් $\frac{dy}{dx}$ හා $\frac{d^2y}{dx^2}$ සොයන්න.

(d) $x = 1 - 3t^3$, $y = 1 - 3t^2$ නම් $\frac{dy}{dx}$ හා $\frac{d^2y}{dx^2}$ සොයන්න.

13. (a) $4^x = 25$ විසඳන්න.

(b) $\tan 105^\circ$ හි අගය සොයන්න.

(c) $\sin 2x + \sin 4x - \sin 6x = 0$ විසඳන්න.

(d) $3\cos x + 4\sin x, r > 0$ වන, $r \cos(x - \alpha)$ ආකාරයට ප්‍රකාශකර එනසින් $3\cos x + 4\sin x = 2.5$ සමීකරණය විසඳන්න.

14. (a) $\frac{x^3 - 4x - 5}{x^2 - x - 6}$ යන්න හින්න භාග ඇසුරෙන් දක්වන්න.

(b) $x^3 - 7x^2 + 7x + 15$ හි සාධක සොයන්න.

(c) g ශ්‍රිතය පහත සඳහන් ආකාරයට අර්ථ දැක්වේ.

$$g : x \mapsto 2x + 3; x \in \mathbb{R}, g(x+5), g(x^2+5) \text{ හා } g\left(\frac{1}{x}\right) \text{ යන මේවා සොයන්න.}$$

(d) $\frac{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{3\sqrt{2} + -\sqrt{3}}$ හි හරය පරිමේය කරන්න.

15. (a) $10^h + 3.4^{n+2} + 5; n \in \mathbb{N}$ යන්න 9 න් බෙදෙන බව සාධනය කරන්න.

(b) 1.7777 සමාවර්ත දශම සංඛ්‍යාව පරිමේය කරන්න.

(c) $\sqrt{x+8} - \sqrt{x+3} = \sqrt{2x-1}$ විසඳන්න.

(d) $3x^4 - 4x^3 - 14x^2 - 4x + 3 = 0$ විසඳන්න.

16. (a) $x + 3y - 2 = 0$ සහ $2x - y + 4 = 0$ සරල රේඛාවල ඡේදන ලක්ෂ්‍යය හරහා $(-1, 1)$ යටින් හරහා ද යන සරල රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

(b) ABCD රොම්බසයේ AB පාදය $x - y + 1 = 0$ මත ද BC පාදය $2x + y - 7 = 0$ මත ද පිහිටා ඇති අතර

විකර්ණ වල ඡේදන ලක්ෂ්‍ය E $\left(\frac{1}{4}, \frac{-1}{2}\right)$ වේ. රොම්බසයේ විකර්ණවල ද, ඉතිරි පාද වල ද සමීකරණය සොයන්න.

17. P නම් විචලය ලක්ෂ්‍යක සිට $S = x^2 + y^2 + 2x + 4y + 1 = 0$ වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශ ජ්‍යාය හැම විටම Q $(2, -3)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා යයි නම්, හි පථය $3x - y - 3 = 0$ සරල රේඛාව බව පෙන්වන්න.

(a) P හි පථය $3x - y - 3 = 0$ සරල රේඛාව බව පෙන්වන්න.

(b) $S = x^2 + y^2 - 2x - 2y + 2 = 0$ වෘත්තය හා $l = x + y - 1 = 0$ සරල රේඛාවේ ඡේදන ලක්ෂ්‍යය හරහා යන අරය ඒකක $2\sqrt{2}$ ක් වූ වෘත්ත වල සමීකරණ සොයන්න.

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උ/පෙළ) විභාගය

සංයුක්ත ගණිතය - II

13 ශ්‍රේණිය

කාලය ජෛ 03 යි.

- A කොටසින් සියලුම ප්‍රශ්නවලට සහ B කොටසින් ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

A කොටස

01. ABCDEF සවිධි ඡඩ්‍රයේ $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}, \vec{AE}, \vec{AF}$ පාද ඔස්සේ එම දෛශිකවලින් දැක්වෙන දිශා ඔස්සේ $2N, \sqrt{3}N, 5N, \sqrt{3}N, 2N$ යන බල ක්‍රියා කරයි. සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ විශාලත්වය සහ දිශාව සොයන්න.

02. ABC සමපාද ත්‍රිකෝණයක AB, BC සහ CA පාද ඔස්සේ පිළිවෙලින් 3P, 7P සහ 5P බල ක්‍රියා කරයි. සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ ක්‍රියාරේඛාව මගින් BC පාදය හමුවන ලක්ෂ්‍යය සොයන්න.

03. (o, a) (a, o) සහ (a, a) ලක්ෂ්‍යවලදී පිළිවෙලින් p, - (1 + b)p සහ bp යන සමාන්තර බල ක්‍රියා කරයි. එක් එක් බලය X අක්ෂයේ ධන දිශාව සමඟ θ කෝණයක් සාදයි. බල පද්ධතිය බල යුග්‍යකට තුල්‍ය වන බව පෙන්වා බල යුග්‍යයේ සූර්ණයේ විශාලත්වය p, a, b, θ මගින් සොයන්න.

04. අංශුවක් $21ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් සිරස් ලෙස ඉහළට ගුරුත්වය යටතේ ප්‍රක්ෂේප කරයි. ප්‍රක්ෂේප ලක්ෂ්‍යයේ සිට 280m දුරක් පහළින් A ලක්ෂ්‍යයක් පසුකර ගමන් කිරීමට ගතවන කාලය සොයන්න. ($g = 9.8ms^{-2}$)

05. O ලක්ෂ්‍යයක සිට $20ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරන ලද අංශුවක් O සිට 16m තිරස් දුරකින් ද 7m සිරස් උසකින් ද පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් තුළින් යයි. ප්‍රක්ෂේපණ කෝණයට තිබිය හැකි tan අගයන් සොයන්න.

06. දිග 2a ද බර w ද වන AB ඒකාකාර ඉනිමගක A කෙළවර රළු තිරස් බිම් තලයක ද B කෙළවර රළු සිරස් බිත්තියක ද ගැටෙමින් සීමාකාරී සමතුලිතතාවේ තිබෙන්නේ θ තිරසර කෝණයකින් ආනතවය. කෙළවර දෙකෙහිම සර්ඡණ සංගුණකය $\frac{1}{3}$ නම් $\tan \theta = \frac{4}{3}$ බව පෙන්වන්න.

07. 8ms^{-1} වේගයෙන් උතුරු දෙසට යන සයිකල් කරුවෙකුට 4ms^{-1} වේගයෙන් උතුරින් 60° ක් නැගෙනහිරින් වූ දිශාවෙන් සුළං හමන්නාසේ දූනේ. සුළගේ සත්‍ය ප්‍රවේගය සොයන්න.

08. ස්කන්ධය 800kg වන මෝටර් රථයක් සම බිමේ ගමන් කරන විට යෙදෙන ප්‍රතිරෝධය කිලෝග්‍රෑම් එකකට නිවුටන් 0.5 කි. එන්ජිමේ ජවය 4kw නම්,

(i) වේගය 8ms^{-1} විට රථයේ ත්වරණය.

(ii) රථයේ උපරිම වේගය සොයන්න.

09. සෘජු මගක් දිගේ 12ms^{-1} වේගයෙන් චලනය වන **A** පාපැදිකරුවෙක් **X** ලක්ෂ්‍යයකදී 8ms^{-1} වේගයෙන් චලනය වන **B** පාපැදි කරුවෙක් පසුකර යයි. ඉක්බිති **B** පාපැදි කරුවා ඔහුගේ වේගය ඒකාකාර ත්වරණයකින් වැඩිකර තත්පර 10 කට පසු **Y** ලක්ෂ්‍යයකදී **A** පසු කරයි. ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාරය ඇඳ මේවා සොයන්න.

(i) **Y** හිදී **B** ගේ ප්‍රවේගය

(ii) **XY** දුර

(iii) **B** ගේ ත්වරණය

10. ස්කන්ධ පිලිවෙලින් 3kg හා 2kg වන **A** හා **B** අංශු දෙකක් සැහැල්ලු අවිනන්‍ය තන්තුවකින් සම්බන්ධ කර තන්තුව නොඇදී තිබෙන සේ සුමට තිරස් තලයක් මත තබා තිබේ. **B** අංශුව දැන් **A** ගෙන් ඇත් වන සේ 5ms^{-1} ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. තන්තුව තද වූ පසු එක් එක් අංශුවේ ප්‍රවේගය ද තන්තුවේ ආවේගී ආතතියද සොයන්න.

B කොටස

11. (i) ලක්ෂ්‍යයක් මත ක්‍රියා කරන $\sqrt{3}\mathbf{P}$, $4\mathbf{P}$, $2\sqrt{3}\mathbf{P}$, $3\sqrt{3}\mathbf{P}$ හා $6\mathbf{P}$ වූ ඒකතල බල පද්ධතියක් **PQRSTU** සමාකාර ඡඩ්‍රයේ පිලිවෙලින් \vec{QP} , \vec{PR} , \vec{SR} , \vec{PT} හා \vec{UP} පාද ඔස්සේ ක්‍රියා කෙරේ. මෙම බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය, දිශාව හා ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

(ii) **W** බර ඒකාකාර දණ්ඩක් එක් කෙළවරක් අසවි කර අනෙක් කෙළවර ලුහු අවිනන්‍ය තන්තුවකින් දරා සිටී. දණ්ඩ ද තන්තුව ද තිරසර 30° එකම කෝණයකින් ආනතය. අසවිවේ ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

12. සරල මාර්ගයක චලිත X වන මෝටර් රථයක් A ලක්ෂ්‍යයක් නියත ත්වරණයකින් චලිත වෙමින් 15kmh^{-1} ප්‍රවේගයෙන් පසු කරයි. 500m ක් චලිත වූ පසු $V \text{ kmh}^{-1}$ ප්‍රවේගයට පත්වේ. ඉන්පසු එම නියත ප්‍රවේගයෙන් චලිතවේ. තත්පර 10 කට පසු Y මෝටර් රථයක් එම මාර්ගයේ පළමු දිශාවේ නියත ms^{-2} නියත ත්වරණයකින් චලිත වෙමින් 30kmh^{-1} ප්‍රවේගයෙන් A ලක්ෂ්‍යය පසු කරයි. Y රථය 90kmh^{-1} ප්‍රවේගයට පැමිණි පසු එම නියත ප්‍රවේගයෙන් චලිත වේ. A සිට 1 km දුරක් දුරකදී Y විසින් X පසු කරයි. Y විසින් X පසු කිරීමට A ලක්ෂ්‍යය, Y විසින් පසු කළ මොහොතේ සිට තත්පර 80 ක් ගන්නා බව පෙන්වන්න.

13. එක එකෙහි අරය a හා බර W වූ ඒකාකාර සුමට ගෝල 2 ක් එකිනෙක ස්පර්ශ කරමින් අරය $b (>2a)$ වූ අවල සුමට අර්ධ ගෝලාකාර පාත්‍රයක ඇතුළත නිශ්චලව තිබේ. එක් ගෝලයක් මත ක්‍රියා කරන බල නිරූපණය කරමින් වෙනම රූප සටහනක බල ත්‍රිකෝණයක් ඇඳ ගෝල දෙක අතර ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{Wa}{\sqrt{b(b-2a)}}$ බව පෙන්වන්න.

14. AB, BC, CD, DA සමාන ඒකාකාර දඬු හතරක් නිදහස් ලෙස සන්ධි කර ඇත්තේ $ABCD$ සමචතුරස්‍රයක් සෑදෙන පරිදිය. පද්ධතිය A ලක්ෂ්‍යයෙන් එල්ලා සමචතුරස්‍ර හැඩය පවත්වා ගන්නේ AB හිත් BC හිත් මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය යා කරන අවිභන්‍ය තන්තුවකිනි. එක් එක් දණ්ඩේ බර වේ.

- (i) C හිදී ප්‍රතික්‍රියාව $\sqrt{5W}$ බවත්,
- (ii) D හිදී ප්‍රතික්‍රියාව තිරස් දිශාවකට $\frac{w}{2}$ බවත්,
- (iii) යා කරන තන්තුවේ ආතතිය $4w$ බවත්,
- (iv) B හිදී ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{\sqrt{17w}}{2}$ වූ සිරසට $\tan^{-1} \left(\frac{1}{4} \right)$ ආනත බලයක් බවත් පෙන්වන්න.

15. තිරස් මේසයකට **C** හිදී සුවල ලෙස අසව් කරන ලද දිග **2a** වන සැහැල්ලු **BC** දණ්ඩකට **B** හිදී බර **w** ද දිග **2a** ද වන ඒකාකාර **AB** දණ්ඩක් සුවල ලෙස අසව් කර තිබේ. **AB** සිරස සමඟ θ කෝණයක් සාදමින් ද **A** කෙළවර මේසය ස්පර්ශ කරමින් ද දඬු දෙක සිරස් තලයක ද පිහිටා තිබේ. **A** කෙළවර හා මේසය අතර ස්පර්ශ සංගුණකය μ ය. සමතුලිතතාව සඳහා $\tan \theta \leq 3\mu$ විය යුතු බව පෙන්වන්න.

16. **O** ලක්ෂ්‍යයෙන් තිරසර ආනතව **V** වේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කළ වස්තුවක උපරිම උස **h** වේ. **O** තුළින් සිරස් තලය මත පරාසය **R** වේ. $16h^2 - 8V^2h + gR^2 = 0$ බව පෙන්වන්න. උපරිම උස සඳහා තාත්වික අගය වීමට අවශ්‍යතාවය සොයා එම අවස්ථා රූපයකින් පෙන්වන්න. එමඟින් තිරස් තලය හා උපරිම පරාසය ද අපෝහනය කරන්න.

17. (a) දෛශිකයක් සමාන කෝණ සාදන දිශා දෙකකට විභේදනය කළ විට විභේදන කොටස් වල විශාලත්වය සමාන බව පෙන්වන්න.

(b) $a\mathbf{i} + \mathbf{j}$, $2b\mathbf{i} + 3a\mathbf{j}$ සහ $\mathbf{i} + b\mathbf{j}$ බලයන්ගේ සම්ප්‍රයුක්ත බලය $-6\mathbf{i}$ වේ. **a** හා **b** අගයන් සොයන්න.

$(2, 3)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී ක්‍රියා කරන $4\mathbf{j}$ බලයත් $(6, 1)$ හි ක්‍රියා කරන **F** බලයත් සහ $(3, 7)$ හි $3\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$ බලයක් වේ. බල පද්ධතිය යුග්මයකට තුල්‍ය නම්,

(i) **F** සොයන්න.

(ii) යුග්මයේ විශාලත්වය සොයන්න.
