

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උ/පෙළ) විභාගය

සංයුක්ත ගණිතය - I

12 ශ්‍රේණිය

කාලය පැය 03 යි.

A කොටස

- A කොටසේ ප්‍රශ්න සියල්ලටම හා B කොටසින් ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

(01) $9^n - 8^n - 1$, 8 හි ගුණාකාරයක් බව ගණිත අභ්‍යුහනයෙන් සාධනය කරන්න.

(02) 1 සහ $\tan \alpha$ යනු $x^2 + ax + b = 0$ සමීකරණයේ මූල වේ. මූල ඵෙකය සහ මූල ගුණිතය ලියා එනයිත් $\tan(45^\circ + \alpha) = \frac{a}{b-1}$ බව ලබාගන්න.

(03) $y = \sqrt{e^x} \sqrt{e^x + \sqrt{e^x + \dots}}$ නම් $\frac{dy}{dx} (2y - 1) = e^x$ බව පෙන්වන්න.

(04) $\cos\left(\frac{\pi}{6} - \theta\right) = \sin \theta$ සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම සොයන්න.

(05) $x^2 - 2x + 2 + k(x+1) = 0$ සමීකරණයේ මූල තාත්වික වන්නා වූ k හි අගය කුලකය සොයන්න.

(06) $|2x + 1| < 2|x| + x$ අසමානතාව ප්‍රස්තාරිකව විසඳන්න.

(07) $\frac{x^2 + x - 3}{(x^2 + 2)(x - 2)}$ හින්න භාගවලට වෙන්රන්න.

(08) $\tan x = t$ විට $\tan 2x$ හි t අගය ඇසුරෙන් දෙන්න.

(09) A(-6,6), B(-8,-3), C(1,-5), D(3,4) සාප්‍රකෝණාස්‍රයක ශීර්ෂ බව පෙන්වන්න.

(10) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x + x}{3x + \sin 5x}$ සොයන්න.

B කොටස

11. (i) $x^2 + 2ax + b = 0$ හා $y = x + \frac{1}{x}$ නම් $by^2 + 2a(1+b)y + (1-b)^2 + 4a^2 = 0$ බව පෙන්වන්න.

එමඟින් $x^2 + 2ax + b = 0$ මූල α, β නම්,

$$\left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2 + \left(\beta + \frac{1}{\beta}\right)^2 = \frac{4a^2(1+b^2) - 2b(1-b)^2}{b^2} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

- (ii) $(x+y+z)^3 - x^3 - y^3 - z^3$ හි සාධකයක් $(x+y)$ බව පෙන්වන්න.

ඉතිරි සාධක සොයා එනයිත්, $(a+b+c)^3 - (b+c-a)^3 - (a+c-b)^3 - (a+b-c)^3 = \lambda abc$ නම්, λ සොයන්න.

12. (i) a, b, c ධන සංඛ්‍යා වන විට,

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a} \text{ බව හා } \log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

- (ii) $\log_3 x - 4 \log_x 3 + 3 = 0$ විසඳන්න.

- (iii) $3x^4 - 4x^3 - 14x^2 - 4x + 3 = 0$ විසඳන්න.

- (iv) $\sqrt{x+8} - \sqrt{x+3} = \sqrt{2x-1}$ විසඳන්න.
-

13. (i) $\left| \frac{3x+4}{x-6} \right| < 1$ අසමානතාවය තෘප්ත කරන x හි අගයන්ගෙන් සමන්විත කුලකය සොයන්න.

- (ii) a, b, c යනු තාත්වික සංඛ්‍යා නම්,

$a^2 + b^2 + c^2 - bc - ac - ab$ සෘණ විය නොහැකි බව පෙන්වන්න. එමඟින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් a, b, c ධන වන විට, $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc \geq 0$ බව පෙන්වන්න.

- (iii) හින්න භාග සොයන්න.
$$\frac{x^3 - 1}{x(x+1)(x+2)}$$

- (iv) $x^3 + 2x^2 - 4x + K$ බහු පදය $(x-2)$ න් බෙදූ විට ශේෂය 10 කි. K සොයන්න.

K හි මෙම අගය සඳහා දෙන ලද බහු පදය $(x+1)$ න් බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂය සොයන්න.

14. (i) **P(3,2)** සහ **Q(-1,4)** ලක්ෂ්‍ය යා කරන රේඛාවේ ලම්බ සමච්ඡේදකයේ සමීකරණය සොයන්න. මෙය **P** හා **Q** ලක්ෂ්‍ය දෙක සිට සමදුරින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයන්ගේ පථය බව පෙන්වන්න.

(ii) **A(2,6)**, **B(6,-2)**, **C(-4,K)** හා **D** සෘජුකෝණාස්‍රයක පිළිවෙලින් ගත් ශීර්ෂ වේ. මේවා සොයන්න.

- (a) **AB** අනුක්‍රමණය
 (b) **K** හි අගය
 (c) **AD** හා **CD** පාදවල සමීකරණ
 (d) **D** ශීර්ෂයේ ඛණ්ඩාංක

15. (i) $\sin 4\theta \cdot \cos \theta - \cos 2\theta \cdot \sin \theta = \sin 3\theta \cdot \cos 2\theta$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $\sin 2x + \sin 4x - \sin 6x = 0$ විසඳන්න.

(iii) $\tan x = t$ බව දී තිබෙන විට $\sin 2x$, $\cos 2x$, $\tan 2x$ යන මේවා t ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

(iv) $\tan \frac{\theta}{2} = t$ බව දී තිබෙන විට, $3 \cos \theta + 2 \sin \theta$ ප්‍රකාශය t ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කර එනයින් $3 \cos \theta + 2 \sin \theta = 3$ සමීකරණය විසඳන්න.

16. (i) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x^{\frac{3}{2}} - 27}{\sqrt{x} - 3}$ සොයන්න.

(ii) $y = \sqrt{x}$ ප්‍රමුලධර්ම ඇසුරින් අගය සොයන්න.

(iii) $y^2 + y \cos x = 0$ නම් $\frac{dy}{dx}$ සොයන්න.

(iv) x විෂයයෙන් $\frac{\sqrt{x^2 + 1}}{3 - 2x}$ අවකලනය කරන්න.

17. (i) සියලු ධන නිඛිල n සඳහා $4^{2n} - 1, 5$ න් බෙදෙන බව පෙන්වන්න.

(ii) $\frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} + \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$ සරලම ආකාරයෙන් දෙන්න.

(iii) $N = 3 . \dot{4} 5 \dot{6}$ පරිමේය කරන්න.

(iv) $4^{3x-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$ විසඳන්න.

(v) $\frac{(8x)^{\frac{1}{3}} \cdot 3\sqrt{x^2y}}{(x^3y^6)^{\frac{1}{6}}}$ සුළු කරන්න.

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උ/පෙළ) විභාගය

සංයුක්ත ගණිතය - II

12 ශ්‍රේණිය

කාලය පැය 03 යි.

- A කොටසින් සියලුම ප්‍රශ්නවලට සහ B කොටසින් ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

A කොටස

01. ABCD සමාන්තරාස්‍රයකි. P, Q, R, S යනු $AP = KAB$, $BQ = KBC$, $CR = KCD$ හා $DS = KDA$ ($0 < K < 1$) වන සේ AB, BC, CD, DA පාද මත පිහිටි ලක්‍ෂ්‍යය හතරකි. PQRS සමාන්තරාස්‍රයක් බව පෙන්වන්න.

02. 20N බරැති අංශුවක් රළු තිරස් මේසයක් මත තබා තිරසර්‍ව 60° කින් ආනත අවිතනය තන්තුවක් මගින් අඳිනු ලැබේ. සමතුලිත පිහිටීමේ දී තන්තුවේ ආන්තිය $6\sqrt{3} N$ වේ නම් ලම්බ ප්‍රතික්‍රියාවද, ඝර්ෂණ බලය ද සොයන්න.

03. XOY තලය මත පිහිටි $i+j$, $-i-3j$, $-2i+j$ යන පිහිටුම් දෛශික සහිත ලක්‍ෂ්‍යන්හි දී $Pi+2Pj$, $2Pi-Pj$, $aPi+bPj$ බල ක්‍රියා කරයි. මෙම බල සංරචක බන්ධාංක තලයේ සලකුණු කරන්න. පද්ධතිය යුග්මයකට උභයනය වේ නම් a හා b නියත සොයා යුග්මයද සොයන්න.

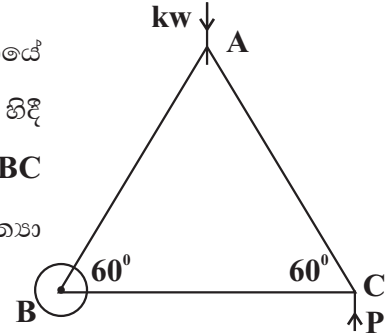
04. අවිතනය තන්තුවක දෙකෙළවර තිරස් රේඛාවක පිහිටි ලක්‍ෂ්‍ය දෙකකට සවිකර ඇත. නිවුටන් බර W මුදුවක් තන්තුව දිගේ ඝර්ෂණය විය හැකි පරිදි තන්තුවෙහි රඳවා තිබේ. මුදුව මත නිවුටන් P තිරස් බලයක් යෙදූ විට සමතුලිත පිහිටීමේදී තන්තුවේ කොටස් තිරසර්‍ව 30° හා 60° බැගින් ආනත වේ. P හි අගය සොයන්න.

05. දුම්ඵරියක් සාමාන්‍යයෙන් u නියත ප්‍රවේගයෙන් චලිත වේ. එක්තරා දිනක මාර්ගය අලුත්වැඩියාවක් නිසා චලිතය අතරමගදී f නියත මන්දනයකින් නිශ්චලතාවයට එළඹ එකෙනෙහිම 2f නියත ක්වරණයෙන් චලිත වී නැවත u ප්‍රවේගය ලබා ගනී. මාර්ගය අලුත්වැඩියාව නිසා දුම්ඵරිය ප්‍රමාද වූ කාලය $\frac{3u}{4f}$ බව පෙන්වීමට ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාරයක් අඳින්න.

06. a සහ b ඒකක දෛශික යුගලය අතර කෝණය 60° ක් නම්, එවිට $3a - b$ සහ $a - 5b$ දෛශික එකිනෙකට ලම්බක බව පෙන්වන්න.

07. ඒකාකාර දඬු දෙකක් සුමට සමාන්තර බිත්ති දෙකකට හේත්තු වන සේ ද, දඬුවල කොන් සුමට තිරස් බිමක් මත එකකට එකක් ස්පර්ශව සිටිනසේ, එකම සිරස් තලයේ තබා ඇත. දඬුවල බර W හා M ද, සිරසට ඒවායේ ආනති පිළිවෙලින් α , β ද නම් සමතුලිතතාව සඳහා අවශ්‍යතාවය $W \tan \alpha = M \tan \beta$ බව පෙන්වන්න.

08. ABC යනු AB, BC, CA යන දිග සමාන ලුහු දඬු තුනක් ඒවායේ කෙළවරවල් සුමටව සන්ධි කිරීමෙන් තනනු ලැබේ. රාමු සැකිල්ල B හිදී අවල ලක්‍ෂ්‍යකට සුමටව සවිකර ඇති සැකිල්ල A හිදී kw භාරයක් දරයි. BC රාමු සැකිල්ල සඳහා ප්‍රත්‍යාබල රූපසටහනක් අඳින්න. AC දණ්ඩේ ප්‍රත්‍යා බලයේ විශාලත්වය $5\sqrt{3}W$ නම් $k=15$ බව පෙන්වන්න.



09. විශාලත්වයෙන් සමාන බල දෙකක සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය බලයක විශාලත්වයටම සමාන නම් බල දෙක අතර කෝණය සොයන්න. සම්ප්‍රයුක්තය එක් බලයක් සමඟ සාදන කෝණය $\frac{\pi}{3}$ බව පෙන්වන්න.

10. $ABCD$ සමචතුරස්‍රයකි. AB, BC, DC, AD පාද ඔස්සේ පිළිවෙලින් නිවුටන් $1, 2, 3, 4$ බල පද්ධතියක් ක්‍රියා කරයි. සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය හා එය විකර්ණයට සමාන්තර බව පෙන්වන්න.

B කොටස

● ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (i) අංශුවක් u ප්‍රවේගයෙන් O ලක්‍ෂ්‍යයෙන් සිරස්ව ඉහළට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. ප්‍රවේග කාල වක්‍රයක් ඇඳ ඒ ඇසුරෙන් අංශුව එළැඹෙන උපරිම උස සහ නැවත O ට පැමිණීමට යන පියාසර කාලය සොයන්න.

(ii) O වලින් ප්‍රක්ෂේප කළ අංශුව h ඉහළින් A ලක්‍ෂ්‍යයකට t_1 කාලයේ දී පැමිණේ. ඉන්පසු උපරිම උස දක්වන B ට පැමිණ නැවත O ට පැමිණ කාලය t_2 වේ. ප්‍රවේග කාල වක්‍රය ඇසුරෙන් $2h = gt_1 t_2$ බව පෙන්වන්න. අංශුව එළැඹෙන උපරිම උස $\frac{g}{8} (t_1 + t_2)^2$ බව පෙන්වන්න.

12. තිරස් තලයක A ලක්‍ෂ්‍යයකට සිරස්ව ඉහළින් වන P ලක්‍ෂ්‍යයක සිට තිරසට ආනතව BV ප්‍රවේගයෙන් O නම් වස්තුවක් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. $\alpha = \text{Cos}^{-1}(\frac{5}{13})$ වේ. O වස්තුව තලයේ B ලක්‍ෂ්‍ය වදී. $AB = \frac{130V}{g}$

(i) $OA = \frac{26v^2}{g}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) O තුළින් තිරස් රේඛාවට පරාවක්‍රය හමුවන ලක්‍ෂ්‍යය C නම් OC දුර සොයන්න.

13. (i) දිග $2a$ සහ බර බැගින් වන ඒකාකාර AB, BC දඬු දෙක B හි දී සුමටවම සන්ධිකර ABC තිරස්වන සේ P හා Q සුමට තිරස් නාදැති මත සමතුලිතව ඇත. $BP = x$, $BQ = y$ වේ. $a(x + y) = 2xy$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $y \geq \frac{2a}{3}$ බව පෙන්වන්න.

(iii) P, Q හි ප්‍රතික්‍රියා සහ B හි ක්‍රියාව a, x ඇසුරින් ලබාගන්න. P හි නා දැන්තට $\frac{5w}{4}$ ට වඩා විශාල තෙරපුමක් දැරිය නොහැකි නම්, $y \leq \frac{5a}{3}$ බව පෙන්වන්න.

14. නිවුටන් $P, Q, R, P, 2P, 3P$ බල පැත්තක දිග මීටර $2a$ වූ $ABCDEF$ ඒකතල සවිධි ඡඩසුයක පිළිවෙලින් AB, BC, CD, DE, EF, FA පාද දිගේ අතුරු පටිපාටියෙන් දැක්වෙන අතට ක්‍රියා කරයි.

(i) පද්ධතිය බල යුග්මයකට තුල්‍යවේ නම් P ඇසුරෙන් Q හා R සොයා යුග්මයේ සුර්ණය ගණනය කරන්න.

(ii) පද්ධතිය AD දිගේ තනි බලයකට තුල්‍ය වේ නම් P ඇසුරෙන් Q හා R සොයන්න.

15. (i) දිග $2a$, බර W ඒකාකාර දණ්ඩක A කෙළවර සැහැල්ලු මුද්දක් සවිකර ඇත. A මුද්ද අවල රට තිරස් දණ්ඩක වලින විමට නිදහස් වේ. B කෙළවරට ඇඳූ අවිනනය තන්තුවක අනිත් කෙළවර අවල තිරස් දණ්ඩ මත O ලක්ෂ්‍යයකට සවිකර ඇත. $AB = BO$ වේ. $\frac{W}{2}$ බර අංශුවක් A සිට λa ට දුරින් දණ්ඩ සවිකර ඇත. $0 \leq \lambda \leq 2$ වේ. AB දණ්ඩ A හිදී පහළ සිරසට θ ආනතව සමතුලිතව ඇත. W, λ සහ θ ඇසුරින් තන්තුවේ ආනතිය, A මත සර්ෂණ බලය, අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

(ii) $\frac{F}{R} = \frac{(2 + \lambda)}{10 - \lambda} \tan \theta$ බව පෙන්වන්න.

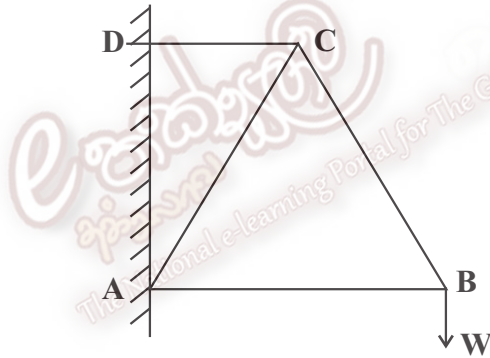
16. (i) අවල සිරස් අරය a වන කේන්ද්‍රය O වන වෘත්තාකාර කම්බියක ඉහළම ලක්ෂ්‍යයේ A සුමට මුද්ද අවලව සවිකර ඇත. අවිතනය තන්තුවක් A මුද්ද තුළින් දමා එක් කෙළවරක w බර P අංශුවක් සවි කර ඇත. අනෙක් කෙළවර සුමට සිරස් කම්බියේ වලිතවන W බර B සුමට මුද්දකට සවිකර ඇත. පද්ධතිය සමතුලිත වී B මත ප්‍රතික්‍රියාව හා තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.

(ii) $\hat{OAB} = \alpha$ නම් α වල අගය සොයා සමතුලිත වී $w < 2W$ බව පෙන්වන්න.

(iii) $AB = \frac{aw}{W}$ බව ලබාගන්න.

(iv) A මුද්දෙන් කම්බිය මත ක්‍රියා $w\sqrt{\frac{w+2W}{W}}$ බව ද පෙන්වන්න.

17.



ABC සමපාද ත්‍රිකෝණයකි. පාදයක දිග $2a$ වේ. $CD = a$ වේ. A හා D හි සුමටව අසවි කර ඇත. B හි W බරක් එල්ලා ඇත. AB තිරස්ව ඇත. A හා D හි ක්‍රියාවන් සොයන්න. ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇඳ දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල සොයා ඒවා ආතතිද, තෙරපුම් ද බව ලබාගන්න.