



யாழ். வலயக் கல்வித் திணைக்களத்தின் அனுசரணையுடன்
தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்

Field Work Centre

தவணைப் பரீட்சை, நவம்பர் - 2015
Term Examination, November - 2015

தரம் :- 13 (2016)

இணைந்த கணிதம் - II

மூன்று மணித்தியாலங்கள்

சுட்டெண்

ஆறு வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை தருக.

அறிவுறுத்தல்கள்:

- பகுதி A இன் எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் விடைகளைத் தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதி B இல் உள்ள 7 வினாக்களில் விரும்பிய 5 வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B யிற்கு மேலே இருக்கக்கூடியதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதி B யை மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

(10) இணைந்த கணிதம் II		
பகுதி	வினா எண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
வினாத்தாளின்		

மொத்தம்

இணைந்தகணிதம் I

இணைந்தகணிதம் II

இறுதிப் புள்ளி


The National e-learning Portal for The General Education

1. ஓய்விலிருந்து செல்லத் தொடங்கும் ஒரு புகையிரதம் $\frac{d}{2} km$ தூரம் சீரான ஆர்முடுகலுடன் செல்கின்றது. அது அடைந்த வேகத்துடன் $1\frac{1}{2}dkm$ தூரம் சீராகச் சென்று பின்னர் அது ஓய்வுக்கு வரும் வரைக்கும் சீரான ஆர்முடுகலுடன் $\frac{d}{4} km$ தூரம் செல்கின்றது. முழுப் பயணத்திற்குமான நேரம் $5t$ நிமிடம் எனின், ஆர்முடுகலையும் அமர்முடுகலையும் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ஒரு கப்பல் A ஆனது இன்னொரு கப்பல் B ஐ $\sqrt{17} d km$ தூரத்தில் வடக்குத் திசையில் அவதானிக்கின்றது. B ஆனது தெற்கு நோக்கி $3u kmh^{-1}$ இல் செல்லும் அதேவேளை A ஆனது வடகிழக்கிலிருந்து $4\sqrt{2} ukmh^{-1}$ இல் செல்கின்றது. A தொடர்பாக B இன் வேகத்தையும் திசையையும் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. திணிவு m ஐ உடைய துணிக்கை ஒன்று திணிவு λm ஐ உடைய ஆப்பு ஒன்றின் கிடையுடன் சாய்வு α ஐக் கொண்ட ஒப்பமான முகம் ஒன்றின் வழியே கீழ்நோக்கி வழக்கிச் செல்லும் அதேவேளை ஆப்பு ஒப்பமான கிடை மேசை ஒன்றின் மீது சுயாதீனமாக இயங்கத்தக்கது. ஆப்பின் ஆர்முடுகல் $\frac{g \sin 2 \alpha}{2(\lambda + \sin^2 \alpha)}$ எனக் காட்டுக.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. கிடையுடன் θ கோணத்தில் கதி $k\sqrt{\cos \theta}$ உடன் கிறிக்கற் பந்தொன்று எறியப்படுகிறது; இங்கு k ஒரு மாறிலி. பந்தின் கிடைவீச்சு $\frac{2k^2}{g}(\sin \theta - \sin^3 \theta)$ எனக் காட்டுக.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. திணிவு $2 m$ ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசை மீது ஓய்வில் உள்ள திணிவு $3 m$ ஐ உடைய ஒரு துணிக்கையை நோக்கி கதி v உடன் இயங்கிக் கொண்டு அதனுடன் மோதி இணைகின்றது. மோதுகைக்குப் பின்னர் இணைந்த துணிக்கையின் கதி $2ms^{-1}$ எனின், v ஐக் கண்டு மோதுகையின் விளைவாக தொகுதியின் இயக்கப்பாட்டுச் சக்தியில் உள்ள இழப்பைக் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

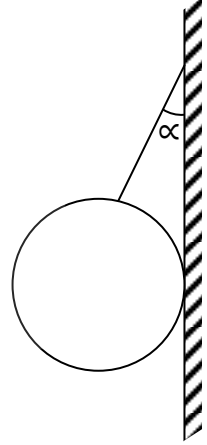
.....

.....

.....

.....

6. w என்னும் நிறையை உடைய சீரான திண்மக் கோளம் ஒன்று ஒப்பமான நிலைக்குத்துச் சுவர் ஒன்றுக்கு எதிராக ஓய்விலிருக்க கோளத்தினதும் சுவரினதும் தொடுகைப் புள்ளிக்கு நிலைக்குத்தாக மேலே சுவரில் உள்ள நிலைத்த புள்ளி ஒன்றுடன் இணைக்கப்பட்ட இழை ஒன்றினாலே தாங்கப்பட்டுள்ளது. இழையானது கீழ்முக நிலைக்குத்துடன் கோணம் α ஐ அமைக்கின்றது. இழையில் உள்ள இழுவையின் பெறுமானத்திற்கும் சுவரால் கோளத்தின் மீதான மறுதாக்கத்திற்கும் இடையேயான விகிதம் $\tan \alpha$ எனின், $\alpha = \cos^{-1} \left[\frac{1}{2}(\sqrt{5} - 1) \right]$ எனக் காட்டுக.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

பகுதி B

11. (a) ஒரு துணிக்கை P ஆனது புள்ளி O இலிருந்து ஈர்ப்பின் கீழ் வேகம் u உடன் நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கி எறியப்படுகின்றது. நேரம் t இற்குப் பின்னர் வேறொரு துணிக்கை Q ஆனது புள்ளி O இலிருந்து ஈர்ப்பின் கீழ் அதே வேகத்துடன் நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கி எறியப்படுகின்றது. P, Q ஆகிய துணிக்கைகள் புள்ளி A இல் சந்திக்கின்றன. P, Q ஆகிய துணிக்கைகளின் முழு இயக்கங்களுக்கும் உரிய வேக - நேர வரைபுகளை ஒரே வரிப்படத்தில் வரைக. இவ்வேக - நேர வரைபுகளைப் பயன்படுத்தி

(i) துணிக்கைகள் சந்திக்கும் போது அவற்றின் கதிகள் சமன் எனவும்

(ii) அக்கதி $\frac{1}{2}gt$ எனவும்

(iii) துணிக்கை P எறியப்பட்ட கணத்திலிருந்து $\left(\frac{t}{2} + \frac{u}{g}\right)$ நேரத்தின் பின் இரு துணிக்கைகளும் சந்திக்கும் எனவும்

(iv) $OA = \frac{4u^2 - g^2 t^2}{8g}$ எனவும் காட்டுக.

(b) நிலையான வளியில் V என்னும் கதியுடன் செல்லக்கூடிய விமானம் ஒன்று கிழக்கிலிருந்து θ வடக்கு என்னும் திசையில் கிடையாக செல்ல வேண்டும். காற்று மேற்கிலிருந்து λV என்னும் கதியுடன் வீசுகின்றது. விமானி தான் செல்ல வேண்டிய பாதையுடன் α கோணத்தை ஆக்கும் திசையில் விமானத்தைச் செலுத்த வேண்டுமெனக் காட்டுக; இங்கு $\sin \alpha = \lambda \sin \theta$.

விமானம் சென்றடைய வேண்டிய தூரம் d ஆகவும் புறமுகப் பறத்தலினதும் திரும்பிய பறத்தலினதும் நேரங்கள் முறையே t, kt ஆகவுமிருப்பின்,

(i) $d(k + 1) = 2kVt \cos \alpha$

(ii) $d(k - 1) = 2\lambda kVt \cos \theta$

(iii) $d^2 = kV^2 t^2 (1 - \lambda^2)$ எனக் காட்டுக.

12. (a) கிடைத் தரையிலுள்ள A என்னும் புள்ளியிலிருந்து கிடையுடன் θ சாய்வில் u என்னும் வேகத்துடன் ஒரு துணிக்கை எறியப்படுகிறது. துணிக்கை A இலிருந்து கிடையாக தூரம் a இல் இருக்கும் உயரம் h ஐ உடைய புள்ளி ஊடாக செல்கிறது. $h = a \tan \theta - \frac{ga^2}{2u^2} \sec^2 \theta$ எனக் காட்டுக.

துணிக்கை A இலிருந்து $3a$ தூரத்தில் தரையை அடிக்கின்றதெனின்,

$3ga \tan^2 \theta - 2u^2 \tan \theta + 3ga = 0$ எனக் காட்டி, $u^2 \geq 3ga$ என்பதை உய்த்தறிக.

(b) நிலைத்த ஒப்பமான கப்பி ஒன்றின் மேலாகச் செல்லும் இலேசான இழை ஒன்றின் ஒரு முனையில் M திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று இணைக்கப்பட்டும், மறு முனையில் ஓர் ஒப்பமான இலேசான கப்பி இணைக்கப்பட்டும் உள்ளன. இக்கப்பியின் மேலாகச் செல்லும் ஓர் இலேசான இழையின் நுனிகளில் m_1, m_2 திணிவுடைய துணிக்கைகள் இணைக்கப்பட்டுள்ளன.

(i) துணிக்கைகளின் ஆர்முடுகல்களைக் காண்க.

(ii) $M = \frac{4m_1m_2}{m_1+m_2}$ எனின், M திணிவுடைய துணிக்கை ஓய்வில் இருக்கும் அல்லது மாறா வேகத்துடன் இயங்கும் எனக் காட்டுக.

13. (a) ஒரே திசையில் v_1, v_2 என்னும் கதிகளுடன் இயங்கும் m_1, m_2 என்னும் திணிவுகளுடைய இரு கோளங்கள் நேரடியாக மோதி பின்னதைக்கின்றன $v_1 > v_2$.

(i) மொத்தலின்போது கோளங்களுக்கிடையே புறமாற்றப்படும் உந்தத்தைத் துணிக, மீளமைவுக் குணகம் e ஆகும்.

(ii) $v_1 + v_2 + u_1 + u_2 = 0$ எனின், ஒவ்வொரு கோளமும் ஒரே சக்தியை இழக்கும் எனக் காட்டுக; இங்கு மொத்தலின் பின் கோளங்களின் வேகங்கள் u_1, u_2 ஆகும்.

(b) A இல் ஓய்விலிருந்து சீரான ஆர்முடுகலுடன் புறப்பட்டுச் செல்லும் M திணிவுடைய ஒரு புகையிரதம் t_1 நேரத்திற்கு இயங்கி, தடுப்புக்கள் பிரயோகிக்கப்படாமல் நீராவி அடைக்கப்பட அது B இல் ஓய்வுக்கு வருகின்றது. A இலிருந்து B இற்கான தூரம் a உம் எடுத்த மொத்த நேரம் t உம் ஆகும். உராய்வு காரணமாக தடை புகையிரதத்தின் நிறையின் k மடங்காகும்.

(i) $t - t_1 = \frac{2a}{kgt}$

(ii) பயணத்தின்போது எஞ்சின் வேலை செய்யும் அதியுயர் வீதம்

$2aMk^2g^2t/(kgt^2 - 2a)$ எனக் காட்டுக.

14. ஓர் ஒப்பமான அரைக்கோள வடிவக் கிண்ணத்தின் உள்மேற்பரப்பில் m திணிவுடைய P என்னும் துணிக்கை மாறாக் கதியில் கிடை வட்டத்தில் இயங்குகிறது. வட்டத்தின் ஆரை r ஆக இருக்கும் அதே வேளை அதன் மையம் C இல் இருக்கிறது. துணிக்கை மீது தாக்கும் தொடு விசை R என்னும் பருமனையும் P இற்கூடான மேல்நோக்கிய நிலைக்குத்துடன் கோணம் θ ஐ ஆக்கும் திசையையும் கொண்டுள்ளது.

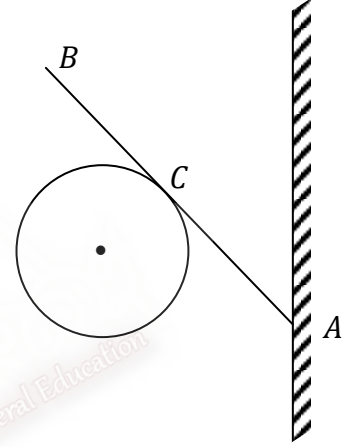
(i) R ஐ m, g, θ ஆகியவற்றின் சார்பில் காண்க.

(ii) $w^2r = g \tan \theta$ எனக் காட்டுக; இங்கு w ஆரை CP இன் கோணம் கதி ஆகும்.

(iii) கிண்ணத்தின் ஆரை a எனவும் C ஆனது கிண்ணத்தின் அதிதாழ் புள்ளிக்கு மேலே உயரம் $\frac{1}{2}a$ இலும் இருப்பின், w ஐ a, g ஆகியவற்றின் சார்பில் எடுத்துரைக்க.

(iv) மேலும் m திணிவுடைய ஓர் இரண்டாவது துணிக்கை Q கிண்ணத்தின் உள் மேற்பரப்பில் மாறாக் கதியில் D ஐ மையமாகவுடைய கிடை வட்டத்தில் இயங்குகிறது; இங்கு கிண்ணத்தின் அதிதாழ் புள்ளிக்கு மேலே D இன் உயரம் $\frac{1}{6}a$ ஆகும். Q இன் கதி $\sqrt{\frac{11ga}{30}}$ எனக் காட்டுக.

15. (a) நீளம் $2a$ ஐ உடைய AB என்னும் சீர்க் கோலொன்று ஓர் ஒப்பமான நிலைக்குத்துச் சுவரில் தொட்டுக் கொண்டு, நிலைப்படுத்தப் பட்டதும் தனது அச்ச கிடையாகவுள்ள ஆரை r ஐ உடைய ஓர் ஒப்பமான செவ்வட்ட உருளையில் சாய்ந்து நாப்பத்தில் இருக்கின்றது.



தரப்பட்டுள்ள உருவில் காணப்படுகின்றவாறு கோலானது உருளையுடனான தொடுகைப் புள்ளி C இற்கு அப்பால் நீட்டிக் கொண்டிருக்கும் அதேவேளை உருளையின் அச்சக்குச் செங்குத்தாக இருக்கின்றது. d என்பது சுவரில் இருந்து உருளையின் அச்சக்கான தூரம் எனவும், மேன்முக நிலைக்குத்துடன் கோலின் சாய்வு α எனவும் கொள்வோம்.

$a \sec^3 \alpha + r \cos \alpha = d$ எனக் காட்டுக.

(b) கிடையுடன் α, β சாய்வுகளையுடைய A, B என்னும் இரு சாய்தளங்கள் பொது விளிம்பைக் கொண்டுள்ளன. தளங்கள் A, B என்பவற்றில் முறையே M, m ($m < M$) திணிவுகளுடைய இரு துணிக்கைகள் வைக்கப்பட்டு தளங்களின் பொது விளிம்பிலுள்ள ஒப்பமான கப்பியின் மேலாகச் செல்லும் ஒரு நீட்ட முடியா இழையின் நுனிகளுடன் அவை இணைக்கப்பட்டுள்ளன. கப்பி துணிக்கைகள் ஒரே நிலைக்குத்துத் தளத்தில் உள்ளன. துணிக்கைகள் எல்லைச் சமநிலையில் இருப்பின், $\frac{m}{M} = \frac{\sin \alpha - \mu_1 \cos \alpha}{\sin \beta + \mu_2 \cos \beta}$ எனக் காட்டுக; இங்கு μ_1, μ_2 என்பவை முறையே தளங்கள் A, B என்பவற்றிற்கும் துணிக்கைகளுக்கும் இடையிலான உராய்வுக் குணகங்கள் ஆகும்.

துணிக்கைகள் சம நிறையுடையவை எனவும் தளங்கள் சம கரடானவை எனவும் தரப்பட்டிருக்க, உராய்வுக் கோணம் $\frac{1}{2}(\alpha - \beta)$ ஆகுமென உய்த்தறிக.

16. (a) O, A, B என்பன நேர்கோட்டில் இல்லாத புள்ளிகள். O குறித்து A, B என்பவற்றின் தானக் காவிகள் முறையே a, b ஆகும்.

(i) $\lambda a + \mu b = 0$ எனின், $\lambda = 0$ எனவும் $\mu = 0$ எனவும் காட்டுக.

(ii) AB இன் மீது P என்ற புள்ளி உள்ளது. $\overline{OP} = r$ எனின், $r = (1-\alpha)a + \alpha b$ எனக் காட்டுக.; இங்கு $0 \leq \alpha \leq 1$.

இதிலிருந்து, இணைகரம் ஒன்றின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று இருசமசுறிடும் என நிறுவுக.

(b) $6i + j, -i + 3j, 3i - 3j, -4i$ என்பவற்றால் குறிக்கப்படும் புள்ளிகளில் $2i + 3j, i + 4j, -2i - 2j, -i - 5j$ என்னும் விசைகள் முறையே தாக்குகின்றன. விசைகளை ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் வகை குறிக்க.

(i) உற்பத்தி பற்றிய விசைத் தொகுதியின் திருப்பு திறனைக் காண்க.

(ii) தொகுதியின் விளையுளைக் கணிக்க.

(iii) தொகுதி இணைக்கு ஒடுங்கும் எனக் காட்டுக.

(iv) $-i - 5j$ என்னும் விசை x அச்சிலுள்ள ஒரு புள்ளிக்கு இடமாற்றப்படும் போது தொகுதி சமநிலையிலிருப்பின், x அச்சிலுள்ள அப்புள்ளியைக் காண்க.

17. (a) ஒவ்வொன்றும் $2a$ நீளமும் முறையே aw, bw நிறைகளுமுடைய OA, AB என்னும் இரு சீரான கோல்கள் A இல் ஒப்பமாக மூட்டப்பட்டு O இலிருந்து தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. B இல் ஒரு கிடை விசை P ஆல் தொகுதி சமநிலையில் வைத்திருக்கப்படுகிறது. கோல்கள் OA, AB ஆகியன முறையே நிலைக்குத்துடன் α, β கோணங்களை ஆக்குகின்றனவெனின்,

$$\frac{\tan \alpha}{\tan \beta} = \frac{b}{a+2b} \text{ எனக் காட்டுக.}$$

(b) $AE = EB = BD = BC = \ell$ ஆகவும்

$AB = ED = DC = \sqrt{2}\ell$ ஆகவும் உள்ள ஏழு இலேசான கோல்கள் உருவில் காணப்படுகின்ற வாறு ஒரு சட்டப்படலை ஆக்குமாறு அவற்றின் முனைகளில் ஒப்பமாக மூட்டப்பட்டுள்ளன.

சட்டப்படல் A இல் ஒப்பமாகப் பிணைக்கப்பட்டிருக்கும் அதேவேளை E இல் $2W$ நிறையைக் காவுகின்றது. EA கிடையாக இருக்குமாறு C இல் P என்னும் ஒரு கிடை விசையினால் சட்டப்படல் ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்தில் வைக்கப்பட்டுள்ளது.

(i) A இல் உள்ள மறு தாக்கத்தின் திசையைக் காண்க.

(ii) திருப்பம் எடுக்காது, P இன் பெறுமானத்தை w இன் சார்பில் காண்க.

(iii) போவின் குறிப்பீட்டைப் பயன்படுத்தி, சட்டப்படலிற்கு ஒரு தகைப்பு வரிப்படத்தை வரைந்து, இழுவைகளையும் உதைப்புகளையும் வேறுபடுத்திக் காட்டி எல்லாக் கோல்களிலும் உள்ள தகைப்புகளைக் காண்க.

