



யாழ். வலயக் கல்வித் திணைக்களத்தின் அனுசரணையுடன்
தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்

Field Work Centre

தவணைப் பரீட்சை, நவம்பர் - 2015
Term Examination, November - 2015

தரம் :- 13 (2016)

இணைந்த கணிதம் - I

மூன்று மணித்தியாலங்கள்

சுட்டெண்

அறிவுறுத்தல்கள்:

- பகுதி A இன் எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் விடைகளைத் தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதி B இல் உள்ள 7 வினாக்களில் விரும்பிய 5 வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B யிற்கு மேலே இருக்கக் கூடியதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதி B யை மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

இணைந்தகணிதம் I

பகுதி	வினா எண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
வினாத்தாள் I இன் மொத்தம்		

இணைந்தகணிதம்I

இணைந்தகணிதம்II

இறுதிப் புள்ளி

பகுதி B

11. (a) $\alpha, \beta \in \mathbb{R} - \{0\}$ இற்கு $\alpha(x^2 - \alpha x + \beta) + \beta(x^2 - \beta x + \alpha) = 0, 3x^2 - 10x + 8 = 0$ ஆகிய இருபடிச் சமன்பாடுகள் ஒரே மூலங்களைக் கொண்டிருப்பின், α, β ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாடு $x^2 - 6x + 8 = 0$ எனக் காட்டுக. இதிலிருந்து α, β இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(b) $y = 2kx^2 + 2(k+4)x + 9$ என்ற இருபடிச் சார்பானது x அச்சிற்கு முழுமையாக மேலே இருக்கும் எனின், k இன் பெறுமான வீச்சைக் காண்க.

(c) $f(x) \equiv ax^3 + bx^2 + cx + 1$ எனக் கொள்வோம். $f(x)$ ஐ $x^2 - 1$ இனால் வகுக்க வரும் மீதி 2 எனவும் $f(x)$ இன் ஒரு காரணி $x + 2$ எனவும் தரப்படின், a, b, c இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

12. (a) $a, b, c \in \mathbb{R}^+$ ஆக இருக்க,

(i) $a^2 + b^2 \geq 2ab$ எனவும்

(ii) $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$ எனவும்

(iii) $3(ab + bc + ca) \leq (a + b + c)^2 \leq 3(a^2 + b^2 + c^2)$ எனவும் காட்டுக.

$x, y, z \in \mathbb{R}^+$ ஆகவும் $x + y + z = 1$ ஆகவும் அமையும் போது பகுதி (iii) இனை உபயோகித்து, $\sqrt{6x+1} + \sqrt{6y+1} + \sqrt{6z+1} \leq 3\sqrt{3}$ என்பதை உய்த்தறிக.

(b) ஒரே வரிப்படத்தில் $y = |x - 2| + |x - 6|$, $y = 3|x - 4| - 2$ ஆகியவற்றின் வரைபுகளை வரைக.

இதிலிருந்து, சமனிலி $|x - 2| + |x - 6| > 3|x - 4| - 2$ ஐத் திருப்தியாக்கும் x இன் மெய்ப் பெறுமானங்களின் தொடையைக் காண்க.

13. (a) $y = \cos\{\ln(1+x)\}$ எனின்,

$(1+x)^2 \frac{d^2y}{dx^2} + (1+x) \frac{dy}{dx} + y = 0$ எனக் காட்டுக.

(b) $f(x) = \frac{6x}{x^2+x+1}$ என்க.

$f^1(x) = \frac{6(1-x^2)}{(x^2+x+1)^2}$ எனக் காட்டி, $f(x)$ இன் வரைபைப் படும்படியாக வரைக.

இதிலிருந்து, $x^3 - 1 = 6x$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வுகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

(c) ஓர் அரைவட்டத்தின் விட்டத்தில் ஒரு பக்கம் கொண்ட செவ்வகம் ஒன்றின் பரப்பளவு உயர்வாயிருக்குமாறு அதன் பரிமாணங்களைக் காண்க.
வட்டத்தின் ஆரையை a எனக் கொள்க.

14. (a) $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln(1 + \tan\theta) d\theta = \frac{\pi}{8} \ln 2$ எனக் காட்டுக.

(b) ஓர் உகந்த பிரதியீட்டையும் பகுதிகளாகத் தொகையிடும் முறையையும் பயன்படுத்தி,

$$\int_0^1 (\cos^{-1} x)^2 dx = \pi - 2 \text{ எனக் காட்டுக.}$$

(c) பகுதிப் பின்னங்களைப் பயன்படுத்தி,

$$\int \frac{x^2}{(x-1)(x+1)(x^2+1)} dx \text{ ஐக் காண்க.}$$

15. $\ell_1 \equiv x + 2ay + a = 0$, $\ell_2 \equiv x + 3by + b = 0$, $\ell_3 \equiv x + 4cy + c = 0$

எனக் கொள்வோம்; இங்கு $a, b, c \in \mathbb{R} - \{0\}$ உம் $a \neq \frac{3b}{2}$ உம் ஆகும்.

(i) ℓ_1, ℓ_2 என்பன இடைவெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளை a, b இன் சார்பில் காண்க.

(ii) ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3 ஆகிய மூன்று நேர்கோடுகளும் ஒரு புள்ளியினூடு செல்லும் எனின்,

$$\frac{1}{c} + \frac{1}{a} = \frac{2}{b} \text{ எனக் காட்டுக.}$$

(iii) ℓ_1, ℓ_2, y அச்ச ஆகியவற்றினால் உள்ளடக்கப்படும் முக்கோணியின் பரப்பளவு

$$\frac{1}{12} \left| \frac{ab}{2a-3b} \right| \text{ சதுர அலகுகள் எனக் காட்டுக.}$$

(iv) ℓ_1, ℓ_2 என்பவற்றை அயற்பக்கங்களாகவும் y அச்சை மூலவிட்டமாகவும் உடைய இணைகரத்தின் மற்றைய இரு பக்கங்களின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

16. $S \equiv x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ உம் $u \equiv lx + my + n = 0$ உம் ஆகும்.

$S + \lambda u = 0$ என்னும் சமன்பாட்டை விளக்குக; இங்கு λ ஒரு மாறும் பரமானம்.

A, B, C என்பவற்றின் ஆள்கூறுகள் முறையே $(1, 2), (1, -1), (2, -2)$ ஆகும். AB ஐ விட்டமாகக் கொண்ட வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

இதிலிருந்து A, B, C என்பவற்றினூடு செல்லும் வட்டம் S^1 இன் மையத்தின் ஆள்கூறுகளைக் காட்டுக.

$S^1, S^2 \equiv x^2 + y^2 - 4x + 16y + 2 = 0$ என்னும் இரு வட்டங்களும் நிமிர்கோண முறையாக இடைவெட்டுமெனக் காட்டுக.

17. (a) $2 \sin^2 \beta - \cos 2\alpha + 4 \cos(\alpha + \beta) \sin \alpha \sin \beta + \cos 2(\alpha + \beta) = 0$ எனக் காட்டுக.

(b) $P_n = \cos^n \theta + \sin^n \theta$ ஆகும்.

(i) $2P_6 - 3P_4 + 1 = 0$ எனக் காட்டுக.

(ii) $n \geq 4$ இற்கு $P_n - P_{n-2} = -\sin^2 \theta \cos^2 \theta P_{n-4}$

இவற்றை உபயோகித்து,

$$6P_{10} - 15P_8 + 10P_6 - 1 = 0 \text{ எனக் காட்டுக.}$$

(c) வழக்கமான குறிப்பீட்டில் ஒரு முக்கோணி ABC இற்கு சைன் நெறியைப் பயன்படுத்தி,

$$\frac{1 + \cos(A-B) \cos C}{1 + \cos(A-C) \cos B} = \frac{a^2 + b^2}{a^2 + c^2} \text{ எனக் காட்டுக.}$$