



யாழ்ப்ப. வலயக் கல்வித் திணைக்களத்தின் அனுசரணையுடன்
தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்

Field Work Centre

தவணைப் பரீட்சை, யூலை - 2015

Term Examination, July - 2015

தரம் :- 12 (2016)

இணைந்த கணிதம்

நேரம் :- 3 மணித்தியாலம்

அறிவுறுத்தல்கள்:

- பகுதி A இன் எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் விடைகளைத் தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதி B இல் உள்ள 7 வினாக்களில் விரும்பிய 5 வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B யிற்கு மேலே இருக்கக் கூடியதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதி B யை மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

இணைந்த கணிதம்		
பகுதி	வினா எண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	மொத்தம்	

இணைந்தகணிதம்I

இணைந்தகணிதம்II

மொத்தப்புள்ளிகள்

இறுதிப்புள்ளிகள்

பகுதி - A

1.

x இன் எல்லா மெய்ப்பெறுமானங்களுக்கும் $x^2 + 2x + 1 > k(x - 1)$ ஆக இருக்கும் k இன் மெய்ப்பெறுமானங்களைக் காண்க

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. $a, b \in R$ இற்கு $|a| < 1, |b| < 1$ எனின் $|a + b| < |1 + ab|$ எனக் காட்டுக.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. பெறுமானங் காண்க. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sin(x^2 - x - 2)}{x + 1}$

4.

பகுதிப்பின்னங்களாக்குக.

$$\frac{x^2}{x^2 + \frac{x}{2} - \frac{1}{2}}$$

5. தீர்க்க. $\sin x + \cos x = \sin 75 + \cos 75$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

6. தரையிலிருந்து நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கி வேகம் u உடன் எறியப்படும் துணிக்கை மீண்டும் தரையை அடையும் வரைக்குமான இயக்கத்திற்கு வேக நேர வரையை வரைக. இதிலிருந்து துணிக்கை நிலத்தை அடிக்கும் வேகம் u எனக் காட்டுக.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

7. வ θ° கி இலிருந்து காற்று v வேகத்துடன் வீசுகிறது. வேகம் u உடன் கிழக்கு நோக்கிச் செல்லும் காரிற்கு காற்று வ α° கி இலிருந்து வீசுவது போல் தோன்றுகிறது .
 $v \tan \alpha \cos \theta = u + v \sin \theta$ எனக் காட்டுக.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

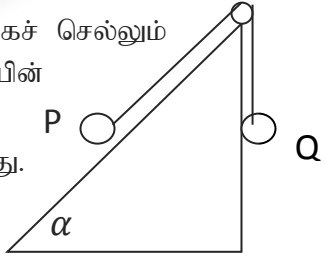
.....

.....

.....

.....

8. படத்தில் காட்டியவாறு சாய்தளத்தின் உச்சியின் மேலாகச் செல்லும் ஒப்பமான சிறிய கப்பி ஊடாகச் செல்லும் நீளா இழையின் நுனிகளில் 3m,m திணிவுள்ள P,Q என்ற துணிக்கைகள் இணைக்கப்பட்டு தொகுதி மென்மையாக விடப்படுகின்றது. Q இன் ஆர்முடுகலையும் இழையின் இழுவையையும் காண்க.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

9. w நிறையுடைய C என்ற துணிக்கை இரு இழைகளின் முனைகளிற்கு இணைக்கப்பட்டு மறு முனைகள் A, B ஒரே கிடைமட்டத்திலுள்ள இரு புள்ளிகளிற்கு இணைக்கப்பட்டு துணிக்கை நாப்பத்தில் தொங்குகிறது. விசை முக்கோணியை உபயோகித்து இழை AC இலுள்ள

இழுவை $\frac{w \cos A\hat{B}C}{\sin A\hat{C}B}$ எனக் காட்டுக.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

10. புள்ளி O குறித்து A, B என்ற புள்ளிகளின் தானக் காவிகள் முறையே a, b ஆகும். AB இல் புள்ளி C ஆனது $AC : CB = m : n$ ஆகுமாறுள்ளது. காவிக் கூட்டலைப் பயன்படுத்தி புள்ளி C இன் தானக் காவி $\frac{na+mb}{n+m}$ ஆல் தரப்படும் எனக்காட்டுக.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

பகுதி - B

11.

- a) $n > 2$ ஒற்றை நேர் நிறைவேண். $ax^n + b$ என்பதை $x^2 - 1$ ஆல் வகுக்கும் போது மீதி $x + 2$ எனின் a, b இன் பெறுமானங்களைக் காண்க. இதிலிருந்து $x^5 + x^3 + 4$ என்பதை $x^2 - 1$ ஆல் வகுக்க வரும் மீதியைக் காண்க.
- b) $p, q \in R$ எனவும் $f(x) = x^2 + px + q$ எனவும் கொள்க.
- $f\left(-\frac{p}{2}\right) < 0$ எனின் $f(x) = 0$ இன் மூலங்கள் மெய்யானவையாகவும் வேறுவேறானவையாகவும் இருக்குமெனக் காட்டுக.
 - $f(x) = 0$ இன் மூலங்கள் α, β எனின் $\alpha(\alpha + 1), \beta(\beta + 1)$ என்பவற்றை மூலங்களாகவுடைய சமன்பாட்டைக் காண்க.

12.

- a) $y = |x - 1| + 2$, $y = \left|\frac{x}{2} + 3\right|$ ஆகியவற்றின் வரைபுகளை ஒரே வரிப்படத்தில் வரைக. இதிலிருந்து $|x - 1| + 2 \leq \left|\frac{x}{2} + 3\right|$ ஐத் திருப்தி செய்யும் x இன் மெய்ப்பெறுமானங்களின் தொடையைக் காண்க.
- b) முக்கோணி ABC இன் உச்சிகள் A (3,2) , B (-1,4) , C (-4,-2) ஆகும்.
- முக்கோணி ABC இன் பக்கங்களின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.
 - முக்கோணி ABC இன் பரப்பைக் காண்க.
 - $AB \perp BC$ எனக் காட்டுக.
 - ABCD செவ்வகமாகுமாறு D இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.
 - மூலைவிட்டங்கள் AC, BD வெட்டும் புள்ளி O இலிருந்து AD க்கு வரையும் செங்குத்து AD யை E இல் சந்திப்பின் E இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

13.

- a) $y = e^x \sin^2 x$ எனின் $\frac{d^2 y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} + y = 2e^x \cos 2x$ எனக் காட்டுக.

$\left(\frac{d^3 y}{dx^3}\right)_{x=0}$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

- b) A, B என்பவர்கள் 8 மணித்தியாலங்களைக் கொண்ட வேலை நேரத்தைப் பகிர்ந்து கொள்கின்றனர். A என்பவர் x மணித்தியாலங்களும் B என்பவர் y மணித்தியாலங்களும் வேலை செய்கின்றனர். அவர்கள் செய்யும் வேலையின் அளவு பின்வரும் தொடர்புகளால் தரப்படுகின்றது. A செய்யும் வேலை அளவு $x - \frac{x^2}{16}$ என்பதாலும் B செய்யும் வேலை அளவு $\frac{1}{2} \ln(2y)$ என்பதாலும் தரப்படுகின்றது. இவர்களை வேலைக்கு அமர்த்துபவர் அதி உச்ச பயனைப் பெறவேண்டுமாயின் ஒவ்வொருவரையும் வேலைக்கமர்த்த வேண்டிய நேர அளவைக் காண்க.

14.

a) $y = \tan\left(x + \frac{\pi}{12}\right) \cot\left(x - \frac{\pi}{12}\right)$ எனின் $y + 1 = 2(y - 1) \sin 2x$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து x இன் மெய்ப்பெறுமானங்களுக்கு

$$\tan\left(x + \frac{\pi}{12}\right) \cot\left(x - \frac{\pi}{12}\right) \text{ என்பது } \frac{1}{3} \text{ க்கும் } 3 \text{ க்கும் இடையில்}$$

எப்பெறுமானத்தையும் எடுக்காது எனக் காட்டுக.

b) சைன் விதி, கோசைன் விதி என்பவற்றைக் கூறுக.

வழமையான குறியீடுகளில் முக்கோணி ABC இல்

$$\frac{b+c}{11} = \frac{c+a}{12} = \frac{a+b}{13} \text{ எனின்}$$

$$\frac{\cos A}{7} = \frac{\cos B}{19} = \frac{\cos C}{25} \text{ எனக் காட்டுக.}$$

c) $a = 1 + \sqrt{3}$ $b = 2$, $\hat{C} = 60^\circ$ எனின் முக்கோணியின் மூன்றாம் பக்கத்தையும் \hat{A}, \hat{B} என்பவற்றையும் காண்க.

15.

a) நேரம் $t = 0$ இல் நிலத்திலிருந்து h உயரத்திலுள்ள புள்ளியிலிருந்து ஒரு துணிக்கை விழவிடப்படுகின்றது. அதே கணத்தில் நிலத்திலிருந்து வேறொரு துணிக்கை u வேகத்துடன் மேனோக்கி நிலைக்குத்தாக வீசப்படுகின்றது. நேரம் $t = t$ இல் நிலத்திலிருந்து உயரம் h_0 இல் இரு துணிக்கைகளும் மோதுகின்றன. இரு துணிக்கைகளுக்குமான வேக நேர வரைபுகளை ஒரே படத்தில் வரைக. வரைபிலிருந்து h_0 ஐ u, t, g சார்பில் காண்க.

$$\text{இதிலிருந்து } u^2 = \frac{gh^2}{2(h-h_0)} \text{ எனக் காட்டுக.}$$

b) வடக்கு நோக்கி வேகம் v உடன் செல்லும் கப்பல் A ஆனது v 2θ கி இலிருந்து அதனை அணுகுகின்ற கப்பல் B ஐ அவதானிக்கிறது. அதே கணத்தில் A ஆனது தெ 2θ மே இலிருந்து தன்னை அணுகும் கப்பல் C ஐ அவதானிக்கிறது. B ஆனது தெ 3θ மே திசையிலும் C ஆனது v θ கி திசையிலும் செலுத்தப்படுகின்றன. A தொடர்பாக B, C எனவற்றின் வேக முக்கோணிகளை ஒரே படத்தில் வரைக.

i. $u = 2v \cos \theta$ எனவும்

ii. C தொடர்பாக B இன் வேகத்தின் பருமன் $4v \cos^2 \theta$ எனவும் காட்டுக.

16.

a) $1.5 \times 10^5 \text{ kg}$ திணிவுடைய புகையிரதம் $v \text{ km/h}$ வேகத்துடன் செல்லும் போது அதன் இயக்க தடை விசை $a + bv \text{ N}$ ஆகும். a, b மாறிலிகள். 1 க்கு 140 என்ற சரிவில் 48 km/h என்ற உயர் கதியில் மேல் நோக்கி செல்லும் போது எஞ்சின் 224 Kw வலுவில் வேலை செய்கிறது. 1 க்கு 70 என்ற சரிவில் 32 km/h என்ற உயர் கதியில் மேல் நோக்கி செல்லும் போது எஞ்சின் 232 Kw வலுவில் வேலை செய்கிறது. a, b இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

மட்டமான பாதையில் உயர்கதி $v \text{ km/h}$ உடன் செல்லும்போது எஞ்சின் 160 Kw உடன் தொழிற்பட்டால் $v^2 + 36v - 7680 = 0$ எனக்காட்டுக.

b) கிடைத்தரையிலுள்ள புள்ளி ஒன்றிலிருந்து கிடையுடன் α ஏற்றக்கோணத்தில் துணிக்கையொன்று வீசப்படுகின்றது. இத்துணிக்கை எறிபுள்ளியிலிருந்து x தூரத்திலுள்ள சுவரையும் அச்சவரிலிருந்து h தூரத்திலுள்ள இன்னுமொர் சுவரையும் மருவிச் செல்கிறது. இரு சுவர்களின் உயரமும் h ஆகும். $\tan \alpha = \frac{h(2x+h)}{x(x+h)}$ எனக் காட்டுக.

17.

a) முக்கோணி ABO இல் $\vec{OA} = \mathbf{a}, \vec{OB} = \mathbf{b}$ என்க. $BD : DO = 2 : 1$,
 $OE : EA = 1 : 3$ ஆகுமாறு புள்ளிகள் D, E என்பன முறையே BO, OA மீதுள்ளன.

i. $\vec{AD} = \frac{1}{3}(\mathbf{b} - 3\mathbf{a})$ எனவும்

ii. $\vec{BE} = \frac{1}{4}(\mathbf{a} - 4\mathbf{b})$ எனவும்

iii. $BP : PE$ ஐக்காண்க.

b) ஒழுங்கான அறுகோணி ABCDE இல் AB, BC, DC, DE, EF, AF வழியே முறையே $11, 2, 1, 4, 4, 8 \text{ N}$ விசைகள் தாக்குகின்றன.

i. விளையுளின் பருமன் திசை என்பவற்றைக் காண்க.

ii. விளையுளின் தாக்கக்கோடு AB ஐ வெட்டும் புள்ளியைக் காண்க.

iii. இவ்விளையுளை A ஊடாகச் செயற்படும் விசையாக மாற்றுவதற்கு தொகுதிக்கு சேர்க்க வேண்டிய இணையின் பருமனையும் போக்கையும் காண்க.