සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved,

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2011 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2011 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2011

සංයුක්ත ගණිතය II
இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

10 T II

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

சுட்டெண்							

அறிவுறுத்தல்கள்:

- ※ இவ்வினாத்தாள் **பகுதி A (வினாக்கள் 1 – 10), பகுதி B (வினாக்கள் 11 – 17)** என்னும் இரு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது.
- ※ **பகுதி A :**
  எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் உமது விடைகளை எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- ※ **பகுதி B :**
  ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக. தரப்பட்டுள்ள தாள்களில் உமது விடைகளை எழுதுக.
- ※ ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் **பகுதி A** ஆனது **பகுதி B** இற்கு மேலே இருக்கத்தக்கதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- ※ வினாத்தாளின் **பகுதி B யை மாத்திரம்** பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

பரீட்சகரின் உபயோகத்திற்கு மட்டும்

(10) இணைந்த கணிதம் II

பகுதி	வினா எண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
மொத்தம்		
சதவீதம்		

வினாத்தாள் I	
வினாத்தாள் II	
மொத்தம்	
இறுதிப் புள்ளிகள்	

இறுதிப் புள்ளிகள்

இலக்கத்தில்	
எழுத்தில்	

குறியீட்டெண்கள்

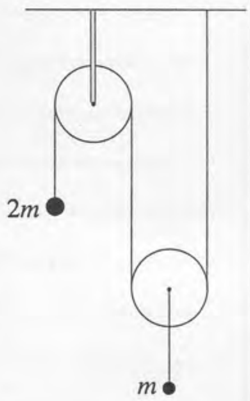
விடைத்தாள் பரீட்சகர்	
புள்ளிகளைப் பரிசீலித்தவர்: 1	
2	
மேற்பார்வை செய்தவர்	

பகுதி A

1. வெளியில் உள்ள ஒரு புள்ளி O விலிருந்து ஒரு துணிக்கை P ஆனது வேகம் $2u$ உடன் நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கி எறியப்படுகின்றது. அதே கணத்தில் அதே புள்ளி O விலிருந்து வேறொரு துணிக்கை Q ஆனது வேகம் u உடன் நிலைக்குத்தாகக் கீழ்நோக்கி எறியப்படுகின்றது. இரு துணிக்கைகளும் புவியீர்ப்பின் கீழ் இயங்குகின்றன. P, Q ஆகிய துணிக்கைகளின் இயக்கங்களுக்கான வேக - நேர வரைபுகளை **ஒரே உருவில்** வரைந்து, துணிக்கை P அதன் உயர்ந்தபட்ச உயரத்தை அடையும்போது துணிக்கை Q வின் கதி $3u$ எனக் காட்டுக.

2. ஒரு நிலைத்த ஒப்பமான கப்பிக்கு மேலாகச் செல்கின்ற இலேசான நீட்ட முடியாத இழை ஒன்று ஒரு நுனியில் திணிவு $2m$ ஐ உடைய ஒரு துணிக்கையைக் காவுகின்றது. இழை திணிவு m ஐ உடைய ஒரு துணிக்கையைக் காவுகின்ற ஓர் ஒப்பமான இலேசான கப்பியின் கீழ்ச் செல்கின்றது. இழையின் மற்றைய நுனி உருவில் காணப்படுகின்றவாறு ஒரு பாவுகையுடன் (சீலிங்குடங்) இணைக்கப்படுகின்றது.

இத்தொகுதி புவியீர்ப்பின் கீழ்ச் சுயாதீனமாக இயங்குகின்றது. இழையின் இழுவை $\frac{2}{3}mg$ எனக் காட்டுக.



3. ஒரு சைக்கிளோட்டியினதும் அவருடைய சைக்கிளினதும் மொத்தத் திணிவு M kg ஆகும். அவர் கிடையுடன் கோணம் α இல் சாய்ந்துள்ள ஒரு நேர்ப் பாதை வழியே மேல்நோக்கி, இயக்கத்திற்கு உள்ள ஒரு தடை R N இற்கு எதிராக, மாறாக் கதி V ms^{-1} உடன் செலுத்தும்போது H W என்னும் மாறா வீதத்தில் வேலை செய்கின்றார். $H = (R + Mg\sin\alpha)V$ எனக் காட்டுக.

4. இயற்கை நீளம் l ஐயும் மீள்தன்மை மட்டு λ வையும் உடைய ஒரு மெல்லிய இலேசான மீள்தன்மை வில் ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசை மீது ஓய்வில் உள்ளது. அதன் நுனிகளில் ஒன்று மேசை மீது உள்ள ஒரு நிலைத்த புள்ளியுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. திணிவு m ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை மற்றைய நுனியுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. வில் மேசை வழியே ஈர்க்கப்பட்டு, விடுவிக்கப்படுகின்றது. துணிக்கை ஆவர்த்தன காலம் $2\pi\sqrt{\dfrac{ml}{\lambda}}$ உடன் ஓர் எளிய இசை இயக்கத்தை ஆற்றுகின்றதெனக் காட்டுக.

[பக். 4 ஐப் பார்க்க

5. $-2\mathbf{p}+5\mathbf{q},\ 7\mathbf{p}-\mathbf{q},\ \mathbf{p}+3\mathbf{q}$ ஆகியன ஒரு நிலைத்த உற்பத்தி O குறித்து முறையே A, B, C என்னும் மூன்று புள்ளிகளின் தானக் காவிகள் எனக் கொள்வோம்; இங்கு $\mathbf{p}, \mathbf{q}$ ஆகியன இரு சமாந்தரமல்லாத காவிகளாகும். A, B, C ஆகிய புள்ளிகள் ஒரேகோட்டிலுள்ளனவெனக் காட்டி, புள்ளி C ஆனது AB யைப் பிரிக்கும் விகிதத்தைக் காண்க.

6. a, b என்னும் நீளங்களை உடைய இரு இலேசான நீட்ட முடியாத இழைகளினால் ஒரு நிறை W ஆனது ஒரே கிடை மட்டத்தில் தூரம் $\sqrt{a^2+b^2}$ இல் இருக்கும் இரு புள்ளிகளிலிருந்து தொங்கவிடப் பட்டுள்ளது. இழைகளில் உள்ள இழுவைகள் $\dfrac{Wa}{\sqrt{a^2+b^2}}, \dfrac{Wb}{\sqrt{a^2+b^2}}$ எனக் காட்டுக.

[பக். 5 ஐப் பார்க்க

7. A, B என்பன ஒரு மாதிரி வெளி Ω இல் உள்ள இரு யாவுமளாவிய (exhaustive) நிகழ்ச்சிகள் (அதாவது $A \cup B = \Omega$) எனக் கொள்வோம்.
$P(A) = \frac{2}{5}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$ எனின், (i) $P(B)$, (ii) $P(A|B)$, (iii) A', B' என்பன முறையே A, B ஆகிய வற்றின் நிரப்பு நிகழ்ச்சிகளாக இருக்கும் $P(A' | B')$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

....

8. ஒரு பிரசினத்தைத் தீர்ப்பதற்கு இரு நண்பர்கள் சாராத விதத்தில் முயலுகின்றனர். அவர்களுடைய வெற்றி நிகழ்தகவுகள் $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ ஆகும். பிரசினத்தைத் தீர்ப்பதில் (i) அவர்கள் இருவரும் வெற்றியீட்டு வதற்கான, (ii) அவர்களில் எவரும் வெற்றியீட்டாமைக்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

....

[பக். 6 ஐப் பார்க்க

9. 1000 குடும்பங்களின் தினசரிச் செலவு பின்வரும் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளது:

தினசரிச் செலவு (ரூபாயில்)	400 – 600	600 – 800	800 – 1000	1000 – 1200	1200 – 1400
குடும்பங்களின் எண்ணிக்கை	50	x	500	y	50

பரம்பலின் இடையம் ரூ. 900 எனின், x, y ஆகிய மீடிறன்களைக் கண்டு, பரம்பலின் இடையும் ரூ. 900 எனக் காட்டுக.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

10. கடந்த 15 மாதங்களில் ஒரு குறித்த பொருளுக்காகக் கிடைத்த கட்டளைகளின் எண்ணிக்கையின் சராசரி ஒரு மாதத்திற்கு 24 கட்டளைகளாகும். மிகச் சிறந்த மூன்று மாதங்களுக்கு ஒரு மாதத்திற்கு 35 கட்டளைகள் என்னும் சராசரி உள்ளது. மிகவும் குறைந்த நான்கு மாதங்களில் பொருளுக்காக 11, 14, 16, 22 கட்டளைகள் கிடைத்தன.

(i) எஞ்சியுள்ள 8 மாதங்களில் கிடைத்த கட்டளைகளின் எண்ணிக்கையின் சராசரி,

(ii) 15 மாதங்களின் கடடளைகளின் எண்ணிக்கையின் முதற் காலணை

ஆகியவற்றைக் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

**

[பக். 7 ஐப் பார்க்க

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2011 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2011 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2011

සංයුක්ත ගණිතය II
இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

10 T II

பகுதி B

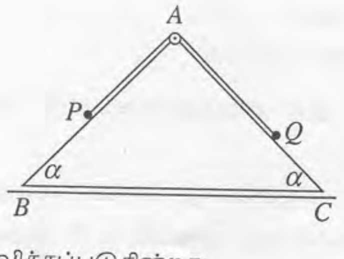
(இவ்வினாத்தாளில் g ஆனது புவியீர்ப்பினாலான ஆர்முடுகலைக் குறிப்பிடுகின்றது.)

11. (a) மூன்று விளக்குக் கம்பங்களின் A, B, C என்னும் உச்சிப் புள்ளிகள் ஒரு கிடைத் தளத்தில் ஒரு பக்கத்தின் நீளம் a ஆக இருக்கும் ஒரு சமபக்க முக்கோணியின் உச்சிகளில் உள்ளன. காற்று ஓர் உறுதியான கதி u இல் $\overrightarrow{AC}$ இன் திசையில் வீசுகின்றது. காற்றுத் தொடர்பாகக் கதி $v(>u)$ ஆகவுள்ள ஒரு பறவை AB வழியே A யிலிருந்து B யிற்கும் பின்னர் BC வழியே B யிலிருந்து C யிற்கும் பறக்கின்றது.

பயணத்தின் இரு பகுதிகளுக்குமான தொடர்பு வேகங்களின் வேக முக்கோணிகளை **ஒரே உருவில்** வரைக.

இதிலிருந்து, A யிலிருந்து C வரைக்கும் B யினூடாக உள்ள பயணத்திற்கு எடுக்கும் மொத்த நேரம் $\dfrac{4a}{u+\sqrt{4v^2-3u^2}}$ எனக் காட்டுக.

(b) திணிவு $2m$ ஆகவுள்ள ஓர் ஒப்பமான ஆப்பின் திணிவு மையத்தினூடாகச் செல்லும் முக்கோண நிலைக்குத்துக் குறுக்குவெட்டு ABC யின் உச்சி A யில் ஒரு சிறிய ஒப்பமான கப்பி நிலைப்படுத்தப் பட்டுள்ளது. BC யினூடாகச் செல்லும் முகம் ஒரு நிலைத்த ஒப்பமான கிடை மேசை மீது வைக்கப்பட்டுள்து. AB, AC ஆகியன உரிய முகங்களின் மிகப் பெரிய சரிவுக் கோடுகள் எனவும் $A\hat{B}C = A\hat{C}B = \alpha$ எனவும் தரப்பட்டுள்ளது. திணிவுகள் முறையே m, $\lambda m\ (\lambda > 1)$ ஆகவுள்ள P, Q என்னும் இரு ஒப்பமான துணிக்கைகள் ஓர் இலேசான நீட்ட முடியாத இழையின் நுனிகளுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. இழை கப்பிக்கு மேலாகச் செல்லும் அதே வேளை P, Q ஆகிய துணிக்கைகள் முறையே AB, AC ஆகியவற்றின் மீது உருவில் காணப்படுகின்றவாறு இழை இறுக்கமாக இருக்க வைக்கப்பட்டுள்ளன.



தொகுதி ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது.

P, Q ஆகிய துணிக்கைகளுக்கு முறையே BA, AC ஆகியவற்றின் வழியேயும் தொகுதிக்குக் கிடையாகவும் இயக்கச் சமன்பாடுகளைப் பெறுக.

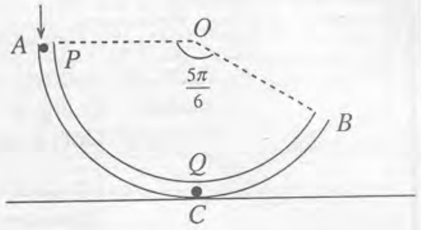
ஆப்பு தொடர்பாக P, Q ஆகிய துணிக்கைகள் ஒவ்வொன்றினதும் ஆர்முடுகலின் பருமன்

$$\frac{(\lambda-1)(\lambda+3)g\sin\alpha}{(\lambda+1)\left[(\lambda+3)-(\lambda+1)\cos^2\alpha\right]}$$ எனக் காட்டுக.

துணிக்கை Q ஆனது C யை அடையும்போது இழை சடுதியாக அறுகின்றது. துணிக்கை P கப்பியை அடையவில்லையெனக் கொண்டு இழை அறுந்து சற்றுப் பின்னர் ஆப்பு தொடர்பாகத் துணிக்கை P யின் ஆர்முடுகலின் பருமனை எழுதுக.

[பக். 8 ஐப் பார்க்க

12. ஆரை a யை உடையதும் அதன் மையம் O இல் கோணம் $\frac{5\pi}{6}$ ஐ எதிரமைக்கின்றதுமான ஒரு வட்ட வில்லின் வடிவத்தில் உள்ள ஒரு மெல்லிய ஒப்பமான குழாய் ACB ஆனது OA கிடையாகவும் குழாயின் மிகத் தாழ்ந்த புள்ளி C ஒரு நிலைத்த கிடை நிலத்தைத் தொட்டுக்கொண்டும் இருக்க ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்தில் உருவில் காணப்படுகின்றவாறு நிலைப்படுத்தப் பட்டுள்ளது.



திணிவு m ஆகவுள்ள ஓர் ஒப்பமான துணிக்கை P ஆனது கதி $\sqrt{2ga}$ உடன் முனை A யில் குழாயினுள்ளே நிலைக்குத்தாகக் கீழ்நோக்கி எறியப்படுகின்றது.

OP ஆனது OA உடன் கோணம் $\theta\left(0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}\right)$ ஐ ஆக்கும்போது துணிக்கை P யின் கதி $\sqrt{2ga(1+\sin\theta)}$ எனவும் துணிக்கை P மீது குழாயிலிருந்து உண்டாகும் மறுதாக்கத்தின் பருமன் $mg(2+3\sin\theta)$ எனவும் காட்டுக.

துணிக்கை P ஆனது புள்ளி C யை அடையும்போது குழாயினுள்ளே புள்ளி C யிலே ஓய்வில் இருக்கும் திணிவு m ஆகவுள்ள வேறோர் ஒப்பமான துணிக்கை Q உடன் மோதுகின்றது. துணிக்கைகள் P யிற்கும் Q இற்குமிடையே உள்ள மீளமைவுக் குணகம் $\frac{1}{2}$ ஆகும்.

மோதுகைக்குச் சற்று முன்னர் துணிக்கை P யின் கதியைக் கண்டு, மோதுகைக்குச் சற்றுப் பின்னர் P, Q ஆகிய துணிக்கைகளின் கதிகள் முறையே $\frac{1}{2}\sqrt{ga}$, $\frac{3}{2}\sqrt{ga}$ எனக் காட்டுக.

மேலும், துணிக்கை P ஒருபோதும் குழாயிலிருந்து விலகிச் செல்லாது எனவும் துணிக்கை Q ஆனது கதி $\frac{1}{2}\sqrt{5ga}$ உடன் புள்ளி B யை அடையும் எனவும் காட்டுக.

துணிக்கை Q ஆனது குழாயிலிருந்து விலகிச் சென்ற பின்னர் அது நிலத்திலிருந்து அடையும் உயர்ந்தபட்ச உயரத்தைக் காண்க.

13. இயற்கை நீளம் l ஐ உடைய ஓர் இலேசான மீள்தன்மை இழையின் ஒரு நுனியுடன் திணிவு m ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை P இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இழையின் மற்றைய நுனி ஒரு கிடை நிலத்திலிருந்து உயரம் $4l$ இல் இருக்கும் ஒரு நிலைத்த புள்ளி O உடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கை P நாப்பத்தில் தொங்கும்போது இழையின் நீட்சி l ஆகும்.

இழையின் மீள்தன்மை மட்டு mg எனக் காட்டுக.

இப்போது துணிக்கை P ஆனது O இல் வைத்திருக்கப்பட்டு, வேகம் $\sqrt{gl}$ உடன் நிலைக்குத்தாகக் கீழ்நோக்கி எறியப்படுகின்றது.

துணிக்கை P ஆனது தூரம் l இற்கு விழும்போது அதன் வேகத்தைக் காண்க.

இழையின் நீளம் $2l+x$ ஆக இருக்கும்போது துணிக்கை P யிற்கான இயக்கச் சமன்பாட்டை எழுதி, வழக்கமான குறிப்பீட்டில் $\ddot{x}+\frac{g}{l}x=0$ எனக் காட்டுக; இங்கு $-l \leq x \leq 2l$ ஆகும்.

மேற்குறித்த சமன்பாட்டினால் $c(>0)$ ஒரு மாறிலியாக இருக்கும் $\dot{x}^2=\frac{g}{l}(c^2-x^2)$ தரப்படுகின்றதெனக் கொண்டு c யைக் காண்க.

துணிக்கை P ஆனது நிலத்தை அடையும்போது கணநிலை ஓய்வுக்கு வருகின்றது எனவும் O இலிருந்து நிலத்தை அடைவதற்கு எடுக்கும் நேரம் $\frac{1}{3}\left(3\sqrt{3}-3+2\pi\right)\sqrt{\frac{l}{g}}$ எனவும் காட்டுக.

[பக். 9 ஐப் பார்க்க

14. (*a*) **a, b** என்னும் இரு காவிகளின் குற்றுப் பெருக்கம் $\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}$ யை வரையறுக்க.

a, b, c, d என்னும் எவையேனும் நான்கு காவிகளுக்கு $(\mathbf{a}+\mathbf{b})\cdot(\mathbf{c}+\mathbf{d})=\mathbf{a}\cdot\mathbf{c}+\mathbf{b}\cdot\mathbf{c}+\mathbf{a}\cdot\mathbf{d}+\mathbf{b}\cdot\mathbf{d}$ எனக் கொண்டு $|\mathbf{a}+\mathbf{b}|^2=|\mathbf{a}|^2+2(\mathbf{a}\cdot\mathbf{b})+|\mathbf{b}|^2$ எனக் காட்டுக.

$|\mathbf{a}-\mathbf{b}|^2$ இற்கு ஓர் இயல்பொத்த கோவையை எழுதுக.

$|\mathbf{a}+\mathbf{b}|^2=|\mathbf{a}-\mathbf{b}|^2$ எனின், $\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}=0$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, ஓர் இணைகரத்தின் மூலைவிட்டங்களை சமமெனின், அது ஒரு செவ்வகமெனக் காட்டுக.

(*b*) A, B, C, D, E, F ஆகியன ஒரு பக்கத்தின் நீளம் $2a$ மீற்றர் ஆகவுள்ள ஓர் ஒழுங்கான அறுகோணியின் இடஞ்சுழிப் போக்கில் எடுக்கப்பட்ட உச்சிகளாகும். $P, 2P, 3P, 4P, 5P, L, M, N$ நியூற்றன் பருமனுள்ள விசைகள் முறையே $AB, CA, FC, DF, ED, BC, FA, FE$ ஆகியவற்றின் வழியே எழுத்து ஒழுங்கு முறையினால் காட்டப்படும் போக்கில் தாக்குகின்றன.

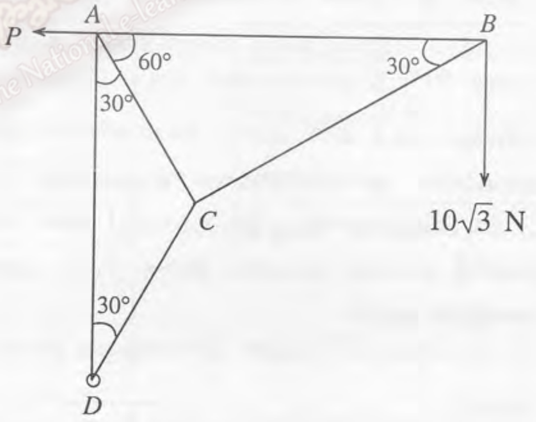
தொகுதி நாப்பத்தில் இருக்குமெனின், L, M, N ஆகியவற்றை P யின் சார்பில் காண்க.

15. (*a*) AB, BC ஆகியன நீளத்தில் சமமான இரு சீரான கோல்களாகும். AB யின் நிறை $2w$ வும் BC யின் நிறை w வும் ஆகும். கோல்கள் B யில் ஒப்பமாகப் பிணைக்கப்பட்டிருக்கும் அதே வேளை கோல்களின் நடுப் புள்ளிகள் ஓர் இலேசான மீள்தன்மையின்றிய இழையினால் தொடுக்கப்பட்டுள்ளன. A, C ஆகியன ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசை மீது இருக்குமாறு தொகுதி ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்திலே நாப்பத்தில் உள்ளது.

$A\hat{B}C=2\theta$ எனின், இழையின் இழுவை $\dfrac{3}{2}w\tan\theta$ எனக் காட்டுக.

B யில் உள்ள மறுதாக்கத்தின் பருமனையும் அது கிடையுடன் ஆக்கும் கோணத்தையும் காண்க.

(*b*) AB, BC, CD, DA, AC என்னும் ஐந்து இலேசான கோல்கள் உருவில் காணப்படுகின்றவாறு ஒரு சட்டப்படலை ஆக்குமாறு அவற்றின் முனைகளில் ஒப்பமாக மூட்டப்பட்டுள்ளன.



$A\hat{B}C=A\hat{D}C=D\hat{A}C=30^\circ$, $B\hat{A}C=60^\circ$ ஆகும். சட்டப்படல் D யில் ஒப்பமாகப் பிணைக்கப்பட்டிருக்கும் அதே வேளை B யில் ஒரு $10\sqrt{3}$ நியூற்றன் நிறையைக் காவுகின்றது. AB கிடையாக இருக்குமாறு சட்டப்படல் A யில் உள்ள P நியூற்றன் என்னும் ஒரு கிடை விசையினால் ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்தில் வைத்திருக்கப்படுகின்றது.

(i) P யின் பருமனைக் காண்க.

(ii) D யில் உள்ள மறுதாக்கத்தின் பருமனையும் திசையையும் காண்க.

(iii) போவின் குறிப்பீட்டைப் பயன்படுத்தி, சட்டப்படலிற்கான ஒரு தகைப்பு வரிப்படத்தை வரைந்து, இழுவைகளையும் உதைப்புகளையும் வேறுபடுத்தி எல்லாக் கோல்களிலும் உள்ள தகைப்புகளைக் காண்க.

[பக். 10 ஐப் பார்க்க

16. ஆரை a யை உடைய ஒரு சீரான திண்ம அரைக்கோளத்தின் திணிவு மையம் அதன் சமச்சீரச்சின் மீது அரைக்கோளத்தின் அடியிலிருந்து தூரம் $\frac{3}{8}a$ யில் இருக்கின்றதெனக் காட்டுக.

ஒரு சீரான திண்ம அரைக்கோள ஓட்டின் உள் ஆரையும் வெளி ஆரையும் $a, b\ (>a)$ ஆகும். மையத்திலிருந்து சமச்சீரச்சின் வழியே அதன் திணிவு மையத்திற்கு உள்ள தூரம் $\dfrac{3(a+b)(a^2+b^2)}{8(a^2+ab+b^2)}$ எனக் காட்டுக.

இவ்வரைக்கோள ஓடு அதன் வளைந்த மேற்பரப்பு ஒரு கரடான கிடைத் தரையுடனும் சமமான அளவில் கரடான ஒரு நிலைக்குத்துச் சுவருடனும் தொடுகையில் இருக்குமாறு நாப்பத்திலே ஓய்வில் உள்ளது.

நாப்பம் எல்லை நாப்பமாக இருப்பின், கிடையுடன் அடியின் சாய்வு $\sin^{-1}\left\{\dfrac{8\mu b(1+\mu)(a^2+ab+b^2)}{3(1+\mu^2)(a+b)(a^2+b^2)}\right\}$ எனக் காட்டுக; இங்கு μ ஆனது ஓட்டிற்கும் கரடான மேற்பரப்புகளுக்குமிடையே உள்ள உராய்வுக் குணகமாகும்.

17. (*a*) தலை விழுவதற்கான நிகழ்தகவு p ஆகவுள்ள ஒரு கோடிய நாணயத்துடன் நிமல், சுனில், பியல் ஆகியோர் ஒரு விளையாட்டில் ஈடுபடுகின்றனர். நிமல், சுனில், பியல் ஆகியோர் அதே ஒழுங்கில் இந்நாணயத்தை அடுத்தடுத்து மேலே எறிகின்றனர்.

வாலை முதலில் பெறுபவர் ஆட்டத்தில் வெல்பவராவார்.

நிமல் தனது

(i) இரண்டாம் சுற்றில்,

(ii) மூன்றாம் சுற்றில்

ஆட்டத்தை வெல்வதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

இதிலிருந்து, இறுதியில் நிமல் ஆட்டத்தை வெல்வதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

நாணயத்தின் தலை விழுவதிலும் பார்க்க வால் விழுவதற்குக் கூடிய இயல்தகவு இருக்குமெனின், நிமல் ஆட்டத்தை வெல்வதற்கு 50% இலும் பார்க்கக் கூடிய நேர்தகவு உள்ளது என்பதை **உய்த்தறிக.**

(*b*) ஒரு நோக்கல் தொடை $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ இன் இடை, நியம விலகல் ஆகியன முறையே $\overline{x}$, s_X ஆகும். a, b ஆகியன மாறிலிகளாகவுள்ள ஓர் ஏகபரிமாண உருமாற்றம் $y_i = a + bx_i$ ஆனது தொடக்கத் தரவுத் தொடை $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ ஐத் தொடை $\{y_1, y_2, \ldots, y_n\}$ ஆக உருமாற்றுகின்றதெனக் கொள்க. $\overline{y} = a + b\overline{x}$ எனவும் $s_Y^2 = b^2 s_X^2$ எனவும் காட்டுக; இங்கு $\overline{y}$, s_Y ஆகியன தொடை $\{y_1, y_2, \ldots, y_n\}$ இன் இடையும் நியம விலகலும் ஆகும்.

(i) நோக்கல் தொடை $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ இன் இடையையும் நியம விலகலையும் காண்க.

இதிலிருந்து,

(α) நோக்கல் தொடை $\{2.01, 3.02, 4.03, 5.04, 6.05, 7.06, 8.07\}$ இன் இடையையும் நியம விலைகலையும்

(β) இடை 5 ஆகவும் நியம விலகல் 6 ஆகவும் உள்ள ஏழு பெறுமானங்களையும்

காண்க.

(ii) உப்பு பைகளில் பொதி செய்யப்படும் அதே வேளை உற்பத்தியாளர் ஒவ்வொன்றிலும் 25 kg இருப்பதாக உரிமை கோருகின்றார். உள்ளபடியான நிறைகள் அறியப்படாத அத்தகைய 80 பைகளுக்குப் பின்வரும் தகவல்கள் தரப்பட்டுள்ளன.

$\sum_{i=1}^{80}(x_i - 25) = 27.2$ உம் $\sum_{i=1}^{80}(x_i - 25)^2 = 85.1$ உம் ஆகும்; இங்கு $x_i (i = 1, 2, \ldots, 80)$ இனால் i ஆவது பையின் உள்ளபடியான நிறை குறிப்பிடப்படுகின்றது. பொருத்தமான ஏகபரிமாண உருமாற்றத்தைப் பயன்படுத்தி அல்லது வேறு விதமாக, எண்பது பைகளின் உள்ளபடியான நிறைகளின் இடையையும் மாறற்றிறனையும் காண்க.

***