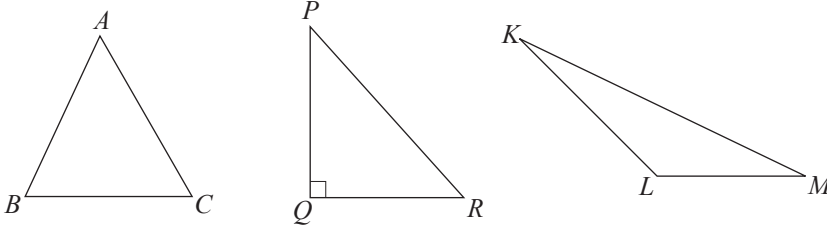


## இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- பைதகரசின் தேற்றத்தை அறிந்துகொள்வதற்கும்
- பைதகரசின் தேற்றத்தைக் கொண்டு கணிப்புகளைச் செய்வதற்கும் ஏறிகளை நிறுவுவதற்கும்
- பைதகரசின் மும்மையை இனங்காண்பதற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

## 17.1 அறிமுகம்



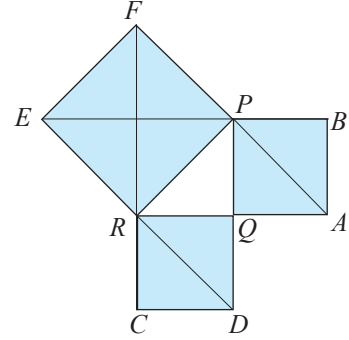
உருவில் காணப்படும்  $ABC$ ,  $PQR$ ,  $KLM$  ஆகிய முக்கோணிகள் முறையே கூங்கோண, செங்கோண, விரிகோண முக்கோணிகள் ஆகும். அவற்றின் அகக் கோணங்களில் பெரிய கோணத்திற்கு (அல்லது கோணங்களுக்கு) ஏற்ப அவ்வாறு வகைப்படுத்தப்பட்டுள்ளன. இதற்கமைய முக்கோணி  $PQR$  இல் செங்கோணமான  $\hat{P}QR$  அம்முக்கோணியின் மிகப்பெரிய கோணம் ஆகும். இக்கோணத்திற்கு எதிரேயுள்ள பக்கம்  $PR$  ஆனது முக்கோணியின் நீளமான பக்கமாகும். இது செம்பக்கம் எனவும் எஞ்சிய இரு பக்கங்களான  $PQ$ ,  $QR$  ஆகியன செங்கோணத்தை ஆக்கும் இரு பக்கங்கள் எனவும் அழைக்கப்படுவதை நாம் அறிவோம்.

ஆதிகாலத்திலிருந்து மனிதன் முக்கோணிகளின் கேத்திரகணித இயல்புகள் பற்றி அறிந்திருந்தான் என்பதற்கு இன்னும் சான்றுகள் உள்ளன. கி.மு. 3000 இல் எகிப்தில் அமைக்கப்பட்ட கூம்பகங்கள் அபூர்வமான அமைப்புகள் என்பதை அனைவரும் ஏற்றுக்கொண்டுள்ளனர். அவ்வமைப்புகளுக்காகக் கேத்திரகணித அறிவு விசேடமாக முக்கோணிகளின் பல்வேறு இயல்புகள் பற்றிய அறிவு கட்டாயமானதாகும். கி.மு. 1650 இல் அமைக்கப்பட்ட "றைன்ட் பவறஸ்" இல் முக்கோணி உருவங்களே அதிக அளவில் காணப்படுகின்றன. இவ்வாறு இனங்காணப்பட்டிருந்த கேத்திர கணித அறிவிலிருந்து செங்கோண முக்கோணிகளின் பக்கங்களின் நீளங்களிடையே உள்ள அபூர்வ தொடர்பு கி.மு. ஆறாம் நூற்றாண்டில் பைதகரஸ் என்ற கிரேக்கக் கணித

வியலாளரினால் எடுத்துரைக்கப்பட்டது. இக்காலத்திற்கு முன்னர் இருந்தே சீனா, இந்தியா போன்ற சீழைத்தேய நாடுகளில் இருந்தும் வேறு நாகரீகங்களுக்கிடையேயும் இத்தொடர்பு அறியப்பட்டமைக்குச் சான்றுகள் இருந்தபோதிலும் இத்தொடர்பு டைமையை முதன்முதலாகக் கேத்திரகணித முறையாகப் பைதகரஸ் நிறுவியதாக நம்பப்படுகின்றது. பின்னர் கி.மு. 3 ஆம் நூற்றாண்டில் யூக்கிலிட்டு என்ற கணிதவியலாளர் இம்முடிபை நிறுவலுடன் ஒரு தேற்றமாகத் தமது The Elements என்னும் வரலாற்றுப் புகழ்பெற்ற நூலில் உள்ளடக்கினார்.

## 17.2 பைதகரஸின் தேற்றம்

ஒரே அளவான இருசமபக்கச் செங்கோண முக்கோணி வடிவமுள்ள பீங்கான் ஓடுகள் பதிக்கப்பட்ட வீட்டுத் தளத்தின் ஒரு பகுதி உருவில் காணப்படுகின்றது. அதில் இருசமபக்கச் செங்கோண முக்கோணப் பகுதி  $PQR$  ஐக் கருதுவோம். இங்கு  $PQ$  ஒரு பக்கமாகவுடைய சதுரம்  $PQAB$  யும்  $RQ$  ஐ ஒரு பக்கமாகவுடைய சதுரம்  $RCDQ$  வும் (நீல நிறத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள பிரதேசம்) வரையப்பட்டுள்ளன. பக்கம்  $PQ$  மீது உள்ள ஒரு சதுரத்திற்கு இரு பீங்கான் ஓடுகளினால் மூடப்படும் பரப்பளவும் பக்கம்  $QR$  மீது உள்ள சதுரத்திற்கு இரு பீங்கான் ஓடுகளினால் மூடப்படும் பரப்பளவும் உள்ளன. அதே வேளை செம்பக்கம்  $PR$  மீது உள்ள சதுரம்  $PREF$  இற்கு நான்கு பீங்கான் ஓடுகளினால் மூடப்படும் பரப்பளவும் உள்ளது. இதற்கேற்பச் செங்கோண முக்கோணி  $PQR$  இன் மூன்று பக்கங்களிலும் இருக்கும் சதுரங்களுக்கு



$$\text{சதுரம் } PQAB \text{ யின் பரப்பளவு} + \text{சதுரம் } RCDQ \text{ யின் பரப்பளவு} = \text{சதுரம் } PREF \text{ இன் பரப்பளவு}$$

என்னும் தொடர்புடைமை பொருந்துவதாகத் தெரிகின்றது.

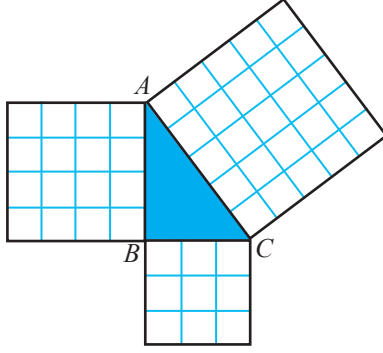
இத்தொடர்புடைமையைப் பின்வரும் செயற்பாட்டின் மூலம் உறுதிப்படுத்திக் கொள்வோம்.

### செயற்பாடு

ஒரு சதுரக் கோட்டுத் தாளில் பின்வரும் அளவுகளுள்ள மூன்று சதுரங்களையும் ஒரு செங்கோண முக்கோணியையும் வெட்டியெடுக்க.

- ஒரு பக்கம் மூன்று கட்டங்கள் நீளமுள்ள ஒரு சதுர வடிவம்
- ஒரு பக்கம் நான்கு கட்டங்கள் நீளமுள்ள ஒரு சதுர வடிவம்
- ஒரு பக்கம் ஐந்து கட்டங்கள் நீளமுள்ள ஒரு சதுர வடிவம்
- செங்கோணத்தை அடங்கியுள்ள பக்கங்களில் 3 கட்டங்களும் 4 கட்டங்களும் உள்ள செங்கோண முக்கோணி வடிவம்.

ஒரு வெள்ளைத் தாளில் செங்கோண முக்கோணி வடிவத்தை ஒட்டி, அதன் ஒவ்வொரு பக்கத்தின் மீதும் சதுர வடிவங்களைப் பின்வரும் உருவில் காணப்படுகின்றவாறு வைத்து ஒட்டுக.



செங்கோண முக்கோணி  $ABC$  யின் பக்கம்  $AB$  மீது

$$\text{உள்ள சதுரத்தின் பரப்பளவு} = 16 \text{ கட்டங்கள்}$$

$$\text{பக்கம் } BC \text{ மீது உள்ள சதுரத்தின் பரப்பளவு} = 9 \text{ கட்டங்கள்}$$

$$\text{பக்கம் } AC \text{ மீது உள்ள சதுரத்தின் பரப்பளவு} = 25 \text{ கட்டங்கள்}$$

இதற்கேற்பச் செங்கோண முக்கோணி  $ABC$  யில் செங்கோணத்தை ஆக்கும் பக்கங்களாகிய  $AB$ ,  $BC$  ஆகிய பக்கங்களின் மீது

$$\text{உள்ள சதுரங்களின் மொத்தப் பரப்பளவு} = 16 + 9 \text{ கட்டங்கள்}$$

$AB$ ,  $BC$  ஆகிய பக்கங்களின் மீது உள்ள சதுரங்களின்

$$\text{மொத்தப் பரப்பளவு} = 25 \text{ கட்டங்கள்}$$

செங்கோண முக்கோணி  $ABC$  யின் செம்பக்கம்

$$AC \text{ இன் மீதுள்ள சதுரத்தின் பரப்பளவு} = 25 \text{ கட்டங்கள்}$$

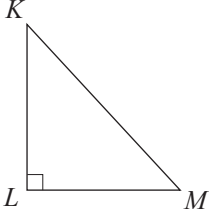
ஆகவே செங்கோண முக்கோணி  $ABC$  யில் செங்கோணத்தை ஆக்கும் பக்கங்களாகிய  $AB$ ,  $BC$  ஆகியவற்றின் மீது உள்ள சதுரங்களின் பரப்பளவுகளின் கூட்டுத்தொகைக்குச் செம்பக்கம்  $AC$  இன் மீது உள்ள சதுரத்தின் பரப்பளவு சமம்.

செங்கோண முக்கோணி தொடர்பாக ஆதிகாலத்திலிருந்தே அறியப்பட்டிருந்த இத்தொடர்புடைமையை ஒரு தேற்றமாகப் பின்வருமாறு எடுத்துரைக்கலாம்.

### பைதகரசின் தேற்றம்

ஒரு செங்கோண முக்கோணியின் செம்பக்கத்தின் மீது வரையப்பட்டுள்ள சதுரத்தின் பரப்பளவானது செங்கோணத்தை ஆக்கும் பக்கங்களின் மீது வரையப்பட்டுள்ள சதுரங்களின் பரப்பளவுகளின் கூட்டுத்தொகைக்குச் சமமாகும்.

உருவில் காணப்படும் செங்கோண முக்கோணி  $KLM$  இன் செம்பக்கம்  $KM$  ஆகவும் செங்கோணத்தை ஆக்கும் பக்கங்கள்  $KL$ ,  $LM$  ஆகவும் இருக்கும்போது



பக்கம்  $KL$  இன் மீது உள்ள சதுரத்தின் பரப்பளவு  $= KL^2$

பக்கம்  $LM$  இன் மீது உள்ள சதுரத்தின் பரப்பளவு  $= LM^2$

பக்கம்  $KM$  இன் மீது உள்ள சதுரத்தின் பரப்பளவு  $= KM^2$

அப்போது பைதகரசின் தேற்றத்திற்கேற்ப

$$KL^2 + LM^2 = KM^2$$

பைதகரசின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிப்புகள் செய்யப்படும் விதம் பற்றி இப்போது ஆராய்வோம்.

### உதாரணம் 1

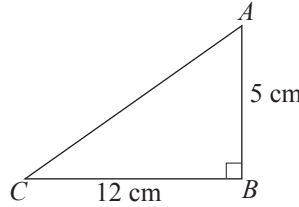
ஒரு செங்கோண முக்கோணி  $ABC$  யில்  $\hat{B} = 90^\circ$ ,  $AB = 5$  cm,  $BC = 12$  cm உம் ஆகும். பக்கம்  $AC$  யின் நீளத்தைக் கணிக்க.

பைதகரசின் தேற்றத்திற்கேற்ப

$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\ &= 5^2 + 12^2 \\ &= 25 + 144 \\ &= 169 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore AC &= \sqrt{169} \\ &= 13 \end{aligned}$$

$\therefore$  பக்கம்  $AC$  யின் நீளம் 13 cm ஆகும்.



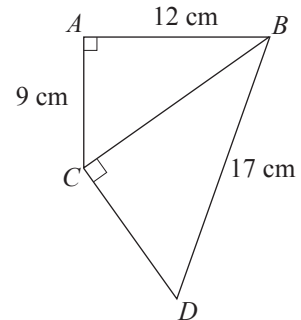
### உதாரணம் 2

உருவில் காணப்படும் தகவல்களுக்கேற்ப  $CD$  யின் நீளத்தைக் காண்க.

உருவிற்கேற்ப முக்கோணி  $ABC$  யைக் கருதிப் பைதகரசின் தேற்றத்தைப் பிரயோகிக்கும்போது

$$\begin{aligned} BC^2 &= AB^2 + AC^2 \\ &= 12^2 + 9^2 \text{ (பிரதியிடும்போது)} \\ &= 144 + 81 \\ &= 225 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore BC &= \sqrt{225} \\ &= 15 \end{aligned}$$



இலவசப் பாடநூல்

மீண்டும் செங்கோண முக்கோணி  $BCD$  யைக் கருதிப் பைதகரசின் தேற்றத்தைப் பிரயோகிக்கும்போது

$$\begin{aligned} CD^2 + BC^2 &= BD^2 \\ CD^2 + 15^2 &= 17^2 \\ CD^2 + 225 &= 289 \\ \therefore CD^2 &= 289 - 225 \\ &= 64 \\ \therefore CD &= 8 \end{aligned}$$

$\therefore CD$  யின் நீளம் 8 cm ஆகும்.

இப்போது நடைமுறைப் பிரசினங்களைத் தீர்ப்பற்குப் பைதகரசின் தேற்றம் பயன்படுத்தப்படும் விதம் பற்றி ஆராய்வோம்.

### உதாரணம் 3

ஒரு நிலைக்குத்தான மின் கம்பத்தின் உச்சியிலிருந்து 1 m கீழேயுள்ள ஒரு வளையத்தில் கட்டப்பட்டுள்ள ஒரு கம்பியின் மற்றையை நுனி கம்பத்தின் அடியிலிருந்து 8 m தூரத்தில் பொருத்தப்பட்டுள்ள இன்னுமொரு வளையத்தில் கட்டப்பட்டுள்ளது. இரு வளையங்களுக்குமிடையே உள்ள கம்பியின் நீளம் 10 m எனின், கம்பத்தின் உயரத்தைக் காண்க. (கம்பி நன்றாக இழுக்கப்பட்டுள்ளதெனக் கொள்க).

தரப்பட்டுள்ள தகவல்களுக்கேற்ப உருவை வரைவோம்.

கம்பம்  $PQ$  நிலைக்குத்தானது ஆகையால் அது கிடைத் தளத்துடன் ஒரு செங்கோணத்தை உண்டாக்குகின்றது. அதாவது  $\hat{PQS} = 90^\circ$  ஆகும்.

$QRS$  ஒரு செங்கோண முக்கோணி ஆகையால், பைதகரசின் தேற்றத்திற்கேற்க

$$\begin{aligned} QR^2 + QS^2 &= RS^2 \\ QR^2 + 8^2 &= 10^2 \\ QR^2 + 64 &= 100 \end{aligned}$$

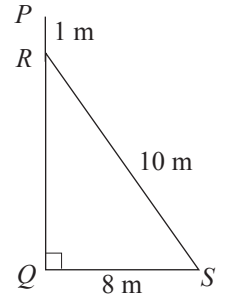
$$\therefore QR^2 = 100 - 64$$

$$QR^2 = 36$$

$$\therefore QR = 6$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{கம்பத்தின் உயரம்} &= QR + PR \\ &= 6 + 1 \\ &= 7 \end{aligned}$$

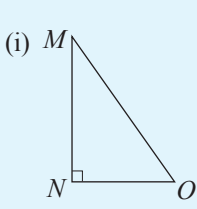
$\therefore$  கம்பத்தின் உயரம் 7 m ஆகும்.



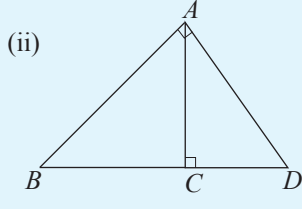
இப்போது பைதகரசின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்திப் பின்வரும் பயிற்சியைச் செய்வோம்.

**பயிற்சி 17.1**

1. பின்வரும் உருக்களைப் பயன்படுத்தி கீழே தரப்பட்டுள்ள வெற்றிடங்களை நிரப்புக.



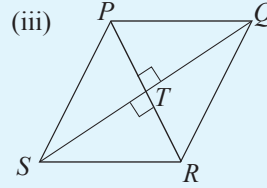
$$MO^2 = \dots + \dots$$



$$BD^2 = \dots + \dots$$

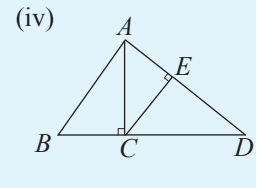
$$\dots = AC^2 + CD^2$$

$$AB^2 = AC^2 + \dots$$



$$PQ^2 = \dots + \dots$$

$$QR^2 = \dots + \dots$$

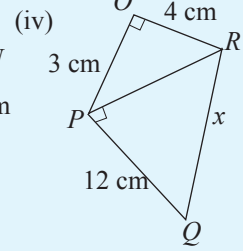
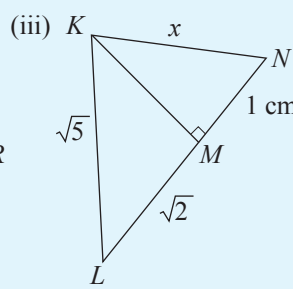
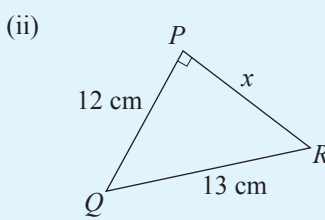
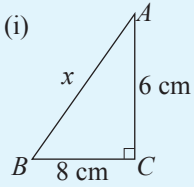


$$AB^2 = \dots + AC^2$$

$$\dots = AE^2 + EC^2$$

$$AD^2 = AC^2 + \dots$$

2. பின்வரும் செங்கோண முக்கோணிகள் ஒவ்வொன்றிலும்  $x$  இனால் காட்டப்படும் பெறுமானத்தைக் காண்க.



3. ஒரு சமபக்க முக்கோணி  $ABC$  யில் உச்சி  $A$  யிலிருந்து பக்கம்  $BC$  யிற்கு வரையப்பட்டுள்ள செங்குத்தின் அடி  $D$  ஆகும். முக்கோணியின் ஒரு பக்கத்தின் நீளம்  $2 \text{ cm}$  எனின், பக்கம்  $AD$  யின் நீளத்தைக் காண்க. (விடையைச் சேடு வடிவத்தில் காட்டுக.)

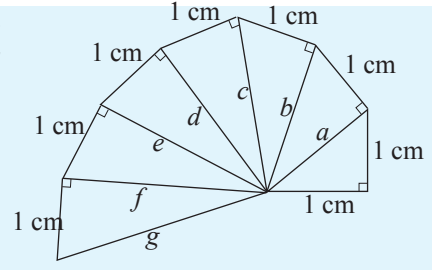
4. கிடை நிலத்தின் மீது இருக்கும் ஒருவர் ஒரு புள்ளி  $P$  யிலிருந்து வடக்கு நோக்கி  $15 \text{ m}$  சென்று அவ்விடத்திலிருந்து கிழக்கு நோக்கி  $8 \text{ m}$  செல்வதன் மூலம் புள்ளி  $Q$  வை அடைகின்றார்.

(i) மேற்குறித்த தகவல்களை ஒரு பரும்படிப் படத்தில் காட்டுக.

(ii) தூரம்  $PQ$  வைக் காண்க.

5. ஒரு சாய்சதுரத்தின் இரு மூலைவிட்டங்களின் நீளங்கள்  $12 \text{ cm}$ ,  $16 \text{ cm}$  ஆகும். அதன் ஒரு பக்கத்தின் நீளத்தைக் காண்க.

6. உருவில் ஆக்கிமீடிஸ் சுருளி எனப்படும் விசேட அமைப்பு காணப்படுகின்றது. அதில் தரப் பட்டுள்ள அளவீடுகளுக்கேற்ப ஒவ்வொரு செங்கோண முக்கோணியையும் கொண்டு  $a, b, c, d, e, f, g$  ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க. (விடையைச் சேடு வடிவத்தில் காட்டுக.)



### 17.3 பைதகரசின் தேற்றத்தின் பயன்பாடுகள் (மேலும்)

பைதகரசின் தேற்றத்துடன் தொடர்புபட்ட ஏறிப் பிரசினங்கள் தீர்க்கப்படும் விதம் பற்றி இப்போது பார்ப்போம்.

#### உதாரணம் 1

$ABCD$  ஒரு சதுரம் ஆகும்.  $AC^2 = 2AB^2$  என நிறுவுக.

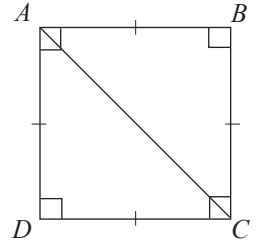
**நிறுவல்:**  $\hat{ABC} = 90^\circ$  ஆகையால்

$ABC$  ஒரு செங்கோண முக்கோணியாகும் முக்கோணி  $ABC$  யிற்குப் பைதகரசின் தேற்றத்தைப் பிரயோகிக்கும்போது

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = AB^2 + AB^2 \text{ (} AB = BC \text{ சதுரத்தின் பக்கங்கள்)}$$

$$\therefore AC^2 = 2AB^2$$



#### உதாரணம் 2

ஒரு சாய்சதுரம்  $ABCD$  யில்  $AC, BD$  ஆகிய மூலைவிட்டங்கள்  $O$  வில் இடைவெட்டுகின்றன.  $AC^2 + BD^2 = 4AB^2$  என நிறுவுக.

**நிறுவல்:**  $ABCD$  ஒரு சாய்சதுரம் ஆகையால் மூலைவிட்டங்கள் செங்கோணங்களில் இருசமகூறிடுகின்றன. (உருவைப் பார்க்க)

$$\therefore \hat{AOB} = 90^\circ, AO = OC, BO = OD \text{ ஆகும்.}$$

பைதகரசின் தேற்றத்திற்கேற்ப செங்கோண முக்கோணி  $AOB$  யில்

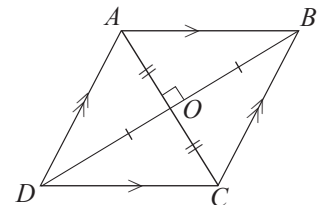
$$AO^2 + OB^2 = AB^2$$

$$\left(\frac{1}{2}AC\right)^2 + \left(\frac{1}{2}BD\right)^2 = AB^2$$

$$\frac{1}{4}AC^2 + \frac{1}{4}BD^2 = AB^2$$

$$\frac{1}{4}(AC^2 + BD^2) = AB^2$$

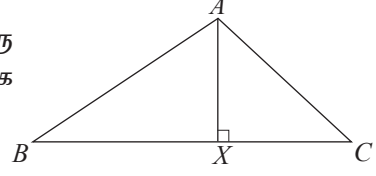
$$\therefore AC^2 + BD^2 = 4AB^2$$



### உதாரணம் 3

ஒரு முக்கோணி  $ABC$  யில் கோணம்  $\hat{BAC}$  ஒரு விரிகோணமாகும்.  $A$  யிலிருந்து  $BC$  யிற்குச் செங்குத்தாக  $AX$  வரையப்பட்டுள்ளது.

$AB^2 - AC^2 = BX^2 - CX^2$  என நிறுவுக.



**நிறுவல்:** செங்கோண முக்கோணி  $AXB$  யில் பைதகரசின் தேற்றத்திற்கேற்ப

$$AB^2 = AX^2 + BX^2 \text{ --- ①}$$

செங்கோண முக்கோணி  $AXC$  யில் பைதகரசின் தேற்றத்திற்கேற்ப

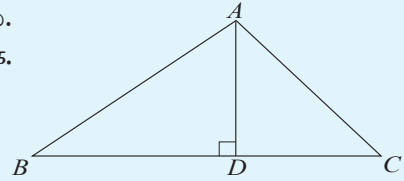
$$AC^2 = AX^2 + CX^2 \text{ --- ②}$$

$$\begin{aligned} \text{①} - \text{②} ; AB^2 - AC^2 &= AX^2 + BX^2 - (AX^2 + CX^2) \\ &= AX^2 + BX^2 - AX^2 - CX^2 \\ &= BX^2 - CX^2 \end{aligned}$$

மேற்குறித்த உதாரணங்களில் காணப்படுகின்றவாறு பின்வரும் ஏறிகளை நிறுவுவோம்.

### பயிற்சி 17.2

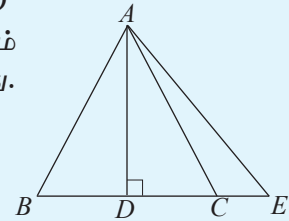
1.  $\hat{A} = 90^\circ$  முக்கோணி  $ABC$  யில்  $AD$  குத்துயரமாகும்.  $AD = DC$  எனின்,  $AB^2 = BD^2 + DC^2$  என நிறுவுக.



2. முக்கோணி  $ABC$  யில்  $AD$  குத்துயரமாகும்.  $AB^2 + CD^2 = AC^2 + BD^2$  என நிறுவுக.

3. சமபக்க முக்கோணி  $ABC$  யில்  $AD$  குத்துயரமாகும்.  $4AD^2 = 3BC^2$  என நிறுவுக.

4. உருவில் காணப்படும் சமபக்க முக்கோணி  $ABC$  யில்  $AD$  செங்குத்துயரமாகும்.  $DC = CE$  ஆக இருக்குமாறு பக்கம்  $BC$  ஆனது  $E$  வரைக்கும் நீட்டப்பட்டுள்ளது.  $AE^2 = 7EC^2$  என நிறுவுக.



5. நாற்பக்கம்  $ABCD$  யில் மூலைவிட்டங்கள்  $O$  வில் செங்கோணத்தில் இடைவெட்டுகின்றன  $AB^2 + CD^2 = AD^2 + BC^2$  என நிறுவுக.

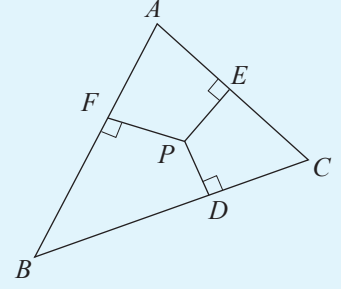
6.  $O$  என்பது செவ்வகம்  $ABCD$  யின் உள்ளே உள்ள ஒரு புள்ளியாகும்.  $AO^2 + CO^2 = BO^2 + DO^2$  என நிறுவுக.

(உதவி:  $O$  இனூடாக செவ்வகத்தின் பக்கம் ஒன்றிக்கு சமாந்தரம் வரைக.)



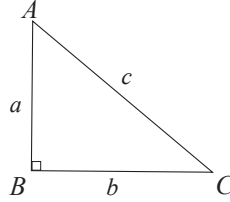
7. முக்கோணி  $ABC$  யின் உள்ளே புள்ளி  $P$  உள்ளது.  $P$  யிலிருந்து  $BC$ ,  $AC$ ,  $AB$  ஆகிய பக்கங்களுக்கு வரையப்பட்டுள்ள செங்குத்துகளின் அடிகள் முறையே  $D$ ,  $E$ ,  $F$  ஆகும்.

- (i)  $BP^2 - PC^2 = BD^2 - DC^2$  எனவும்  
(ii)  $BD^2 + CE^2 + AF^2 = CD^2 + AE^2 + BF^2$  எனவும் நிறுவுக.



8. நேர்கோடு  $ABC$  யின் ஒரே பக்கத்தில்  $ABXY$ ,  $BCPQ$  என்னும் இரு சதுரங்கள் உள்ளன.  $PX^2 + CY^2 = 3(AB^2 + BC^2)$  என நிறுவுக.

### 17.4 பைதகரசின் மும்மை



உருவில் காணப்படும் செங்கோண முக்கோணி  $ABC$  யில் செங்கோணத்தை ஆக்கும் பக்கங்களின் நீளங்கள்  $a$  ஆகவும்  $b$  ஆகவும் செம்பக்கத்தின் நீளம்  $c$  ஆகவும் இருக்கும்போது பைதகரசின் தேற்றத்திற்கேற்ப  $a^2 + b^2 = c^2$  என்பதை நாம் அறிவோம். இவ்வாறு சமன்பாடு  $a^2 + b^2 = c^2$  ஐத் திருப்தியாக்கும்  $a$ ,  $b$ ,  $c$  ஆகிய பெறுமானங்கள் பைதகரசின் மும்மை எனப்படும்.

$3^2 + 4^2 = 5^2$  ஆகையால் (3, 4, 5) ஆகியன பைதகரசின் மும்மை ஆகும். (3, 4, 5) என்ற மும்மையின் எந்த ஒரு மடங்கும் பைதகரசின் மும்மையாகும்.

உதாரணம் : (3, 4, 5) இன் இருமடங்கு (6, 8, 10) ஆகும்.

$6^2 + 8^2 = 10^2$  ஆகையால் (6, 8, 10) உம் பைதகரசின் மும்மையாகும். (3, 4, 5) இன் மும்மடங்கு (9, 12, 15) ஆகும். இங்கு  $9^2 + 12^2 = 15^2$ . ஆகவே (9, 12, 15) உம் பைதகரசின் மும்மையாகும். இத்தகைய (3, 4, 5) இன் மடங்குகள் தவிர்ந்த வேறு பைதகரசின் மும்மைகளும் உள்ளன.

உதாரணம் :  $5^2 + 12^2 = 13^2$  ஆகையால் (5, 12, 13) பைதகரசின் மும்மையாகும்.  
 $8^2 + 15^2 = 17^2$  ஆகையால் (8, 15, 17) பைதகரசின் மும்மையாகும்.

மேலே கூறியது போன்று இவற்றின் மடங்குகளும் பைதகரசின் மும்மைகளாகும்.

பைதகரசின் மும்மைகளைப் பெறுவதற்கு யூக்கிலிட்டுப் “பரிமாணச் சமன்பாடுகளை” அறிமுகஞ்செய்தார்.  $x, y$  என்னும் எவையேனும் இரு எண்கள்  $a = x^2 - y^2$ ,  $b = 2xy$ ,  $c = x^2 + y^2$  என அமையுமாறு இருக்கும்போது  $a, b, c$  ஆகியவற்றுக்குப் பைதகரசின் மும்மை கிடைக்கின்றது.

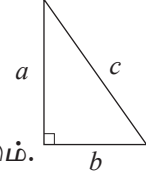
உதாரணம் :  $x = 6, y = 5$  ஆக இருக்கும்போது

$$a = x^2 - y^2 = 6^2 - 5^2 = 11$$

$$b = 2xy = 2 \times 6 \times 5 = 60$$

$$c = x^2 + y^2 = 6^2 + 5^2 = 61 \text{ எனப் பெறப்படும்.}$$

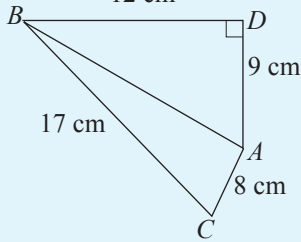
அப்போது,  $(11, 60, 61)$  பைதகரசின் மும்மையாகும்.



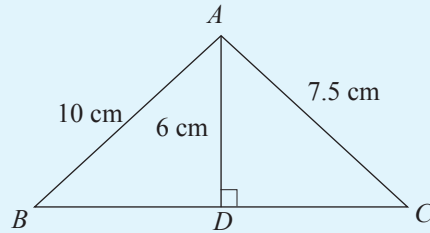
### பயிற்சி 17.3

1. இரு முக்கோணிகளின் பக்கங்களின் அளவுகள் (i)  $(8, 15, 17)$  (ii)  $(14, 18, 25)$  எனக் காட்டப்பட்டுள்ளன. இம்முக்கோணிகளிலிருந்து செங்கோண முக்கோணியைத் தெரிந்தெடுக்க. அதற்கேற்ப பைதகரசின் மும்மையை எழுதுக.

2. (i), (ii) ஆகிய உருக்களில் காணப்படும் அளவுகளுக்கேற்ப ஒவ்வொரு உருவிலும்  $\hat{BAC} \hat{B} \hat{U} \hat{x}$  ஒரு செங்கோணமெனக் காட்டுக.



(i)



(ii)

3. பின்வரும் அட்டவணையைப் பூர்த்திசெய்து பைதகரசின் மும்மையைக் காண்க.

$x$	$y$	$x^2$	$y^2$	$a$	$b$	$c$	பைதகரசின் மும்மை
				$x^2 - y^2$	$2xy$	$x^2 + y^2$	
2	1						
5	4						
4	3						
6	5						
7	5						

**பலவினப் பயிற்சி**

1.  $O$  வை மையமாகக் கொண்ட ஒரு வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து 9 cm தூரத்தில் இருக்கும் ஒரு நாண்  $AB$  யின் நீளம் 24 cm ஆகும். வட்டத்தின் ஆரையைக் காண்க.
2.  $AB = 2$  cm,  $BC = 3$  cm,  $\hat{B}$  செங்கோணம் ஆகவுள்ள முக்கோணி  $ABC$  யை அமைக்க. நீர் வரைந்த முக்கோணியைக் கொண்டு  $\sqrt{13}$  இன் பெறுமானத்தை முதலாம் தசம தானத்திற்குக் காண்க.
3. பின்வரும் நீளங்கள் ஒவ்வொன்றையும் கொண்ட நேர்கோட்டுத் துண்டங்களை அமைக்க.
  - (i)  $\sqrt{8}$  cm
  - (ii)  $\sqrt{10}$  cm
  - (iii)  $\sqrt{41}$  cm
4.  $ABC$  என்பது ஒரு சமபக்க முக்கோணியாகும்.  $AB$  யின் நடுப்புள்ளி  $D$  யும்  $CD$  யின் நடுப்புள்ளி  $E$  யும் ஆகும்.  $16 AE^2 = 7AB^2$  என நிறுவுக.
5. முக்கோணி  $ABC$  யில்  $\hat{B}$  ஒரு கூர்ங்கோணமாகும்.  $A$  யிலிருந்து  $BC$  யிற்கு வரையப்பட்டுள்ள செங்குத்தின் அடி  $X$  ஆகும்.  $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 BC \cdot BX$  என நிறுவுக.

