

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்,

- அட்சரகணிதப் பின்னங்களின் பெருக்கலையும் வகுத்தலையும் செய்வதற்குத் தேவையான ஆற்றலைப் பெறுவீர்கள்.

அட்சரகணிதப் பின்னங்களைக் கூட்டலும் கழித்தலும் பற்றி நீங்கள் முன்னர் கற்ற விடயங்களை மீட்பதற்குப் பின்வரும் பயிற்சியில் ஈடுபடுக.

மீட்டற் பயிற்சி

1. பின்வரும் அட்சரகணிதப் பின்னங்களைச் சுருக்குக.

a. $\frac{a}{5} + \frac{2a}{5}$

b. $\frac{8}{x} - \frac{3}{x}$

c. $\frac{7}{3m} + \frac{3}{4m} - \frac{8}{m}$

d. $\frac{9}{x+2} + \frac{1}{x}$

e. $\frac{1}{m+2} - \frac{2}{m+3}$

f. $\frac{a+3}{a^2-4} + \frac{1}{a+2}$

g. $\frac{2}{x^2-x-2} - \frac{1}{x^2-1}$

h. $\frac{1}{x^2-9x+20} - \frac{1}{x^2-11x+30}$

7.1 அட்சரகணிதப் பின்னங்களைப் பெருக்கல்

ஒரு பின்ன எண்ணை வேறொரு பின்ன எண்ணினால் பெருக்கும் அதே விதத்திலேயே ஓர் அட்சரகணிதப் பின்னத்தை வேறொர் அட்சரகணிதப் பின்னத்தினால் பெருக்கலைச் செய்யலாம். இதனை உதாரணங்களின் மூலம் விளங்கிக்கொள்ளலாம்.

$$\frac{x}{2} \times \frac{x}{3}$$

என்னும் பெருக்கலைக் கவனிப்போம். இரு பின்னங்களைப் பெருக்கல் என்பது அப்பெருக்கத்தை ஒரு தனி அட்சரகணிதப் பின்னமாகக் காட்டல் என்பதை நினைவில் வைத்துக் கொள்ள வேண்டும்.

இரு பின்னங்களின் பகுதியில் உள்ள உறுப்புகளையும் தொகுதியில் உள்ள உறுப்புகளையும் வேறு வேறாகப் பெருக்கி ஒரு தனிப் பின்னம் பெறப்படும்.

$$\begin{aligned} \text{அதாவது } \frac{x}{2} \times \frac{x}{3} &= \frac{x \times x}{2 \times 3} \\ &= \frac{x^2}{6} \text{ எனப் பெருக்கப்படும்.} \end{aligned}$$

பகுதியிலும் தொகுதியிலும் உள்ள உறுப்புகளை மேலும் சுருக்க முடியுமெனின் அவற்றைச் சுருக்கி மிக எளிய விதத்தில் காட்டலாம். இவ்வாறு சுருக்கலைப் பின்னங்களைப் பெருக்குவதற்கு முன்னர் அல்லது பெருக்கிய பின்னர் செய்யலாம். இத்தகைய சுருக்கல் உள்ள ஒரு பிரசினத்தைத் தீர்க்கும் விதம் பற்றி இப்போது ஆராய்வோம்.

$\frac{8}{a} \times \frac{3}{2b}$ பெருக்கப்படும் விதம் பற்றி இப்போது பார்ப்போம்.

இங்கு தொடக்கத்தில் உள்ள பின்னத்தின் தொகுதியில் உள்ள 8 இற்கும் இரண்டாம் பின்னத்தின் பகுதியில் உள்ள $2b$ இற்கும் பொதுக் காரணியாகிய 2 ஆல் வகுக்கலாம். அதனை இவ்வாறு சுருக்குவோம்.

$$\frac{8}{a} \times \frac{3}{2b} = \frac{8}{a} \times \frac{3}{2b}$$

இப்போது இரு பின்னங்களிலும் தொகுதியிலும் பகுதியிலும் உள்ள பெறுமானங்களை வேறுவேறாகப் பெருக்குவோம்.

அப்போது

$$\begin{aligned} \frac{8}{a} \times \frac{3}{2b} &= \frac{4 \times 3}{a \times b} \\ &= \frac{12}{ab} \end{aligned}$$

பின்னங்களைப் பெருக்கிய பின்னரும் பொதுக் காரணிகளால் வகுக்கலாம். பின்வரும் உதாரணத்தைப் பார்க்க.

$$\begin{aligned} \frac{3}{2a} \times \frac{2b}{3} &= \frac{6b}{6a} \\ &= \frac{b}{a} \end{aligned}$$

எனப் பெருக்கலாம். எனினும் பெருக்குவதற்கு முன்னர் பொதுக் காரணிகளால் வகுப்பதன் மூலம் நீண்ட செய்கைகளைத் தவிர்க்கலாம். ஆகையால் அவ்வாறு செய்தல் மிகவும் உகந்தது.

பின்வரும் அட்சரகணிதப் பின்னங்களைச் சுருக்கியுள்ள விதத்தைப் பார்க்க.

உதாரணம் 1

$$\begin{aligned} &\frac{x}{y} \times \frac{4}{5x} \\ &= \frac{x}{y} \times \frac{4}{5x} \quad (\text{பொதுக் காரணி } x \text{ ஆல் வகுத்தல்}) \\ &= \frac{1 \times 4}{y \times 5} \\ &= \frac{4}{5y} \end{aligned}$$

தொகுதியில் அல்லது பகுதியில் அல்லது அவை இரண்டிலும் அட்சரகணிதக் கோவைகள் இடம்பெறும் அட்சரகணிதப் பின்னங்களைப் பெருக்கும்போது முதலில் காரணிகளை வேறுபடுத்த வேண்டும். அங்கு பொதுக் காரணிகள் இருப்பின் அவற்றை நீக்க வேண்டும். இப்போது அத்தகைய ஓர் உதாரணத்தைப் பார்ப்போம்.

உதாரணம் 2

சுருக்குக. $\frac{2}{x+3} \times \frac{x^2+3x}{5}$

$$\begin{aligned} \frac{2}{x+3} \times \frac{x^2+3x}{5} &= \frac{2}{x+3} \times \frac{x(x+3)}{5} \quad (x^2+3x \text{ காரணிகளாக வேறுபடுத்தல்}) \\ &= \frac{2}{x+3} \times \frac{x(x+3)}{5} \quad [(x+3) \text{ என்னும் பொதுக் காரணியால்} \\ &= \frac{2x}{5} \quad \text{வகுத்தல்}] \end{aligned}$$

இப்போது சிறிதளவு சிக்கலான ஒரு பிரச்சினத்தைப் பார்ப்போம்.

உதாரணம் 3

சுருக்குக.

$$\begin{aligned} \frac{a^2-9}{5a} \times \frac{2a^2-4}{a^2+a-6} & \quad \boxed{\{a^2+a-6=(a+3)(a-2) \text{ ஆகையால்}\}} \\ = \frac{a^2-9}{5a} \times \frac{2a^2-4}{a^2+a-6} &= \frac{a^2-3^2}{5a} \times \frac{2(a-2)}{(a+3)(a-2)} \\ &= \frac{(a-3)(a+3)}{5a} \times \frac{2(a-2)}{(a+3)(a-2)} \\ &= \frac{2(a-3)}{5a} \end{aligned}$$

பயிற்சி 7.1

1. பின்வரும் அட்சரகணிதப் பின்னங்களைச் சுருக்குக.

a. $\frac{6}{x} \times \frac{2}{3x}$

b. $\frac{x}{5} \times \frac{3}{xy}$

c. $\frac{2a}{15} \times \frac{5}{9}$

d. $\frac{4m}{5n} \times \frac{3}{2m}$

e. $\frac{x+1}{8} \times \frac{2x}{x+1}$

f. $\frac{3a-6}{3a} \times \frac{1}{a-2}$

g. $\frac{x^2}{2y+5} \times \frac{4y+10}{3x}$

h. $\frac{m^2-4}{m+1} \times \frac{m^2+2m+1}{m+2}$

i. $\frac{x^2-5x+6}{x^2-1} \times \frac{x^2-2x-3}{x^2-9}$

j. $\frac{a^2-b^2}{a^2-2ab+b^2} \times \frac{2a-2b}{a^2+ab}$

7.1 ஓர் அட்சரகணிதப் பின்னத்தை வேறோர் அட்சரகணிதப் பின்னத் தினால் வகுத்தல்

ஒரு பின்னத்தை வேறொரு பின்னத்தினால் வகுக்கும்போது தொடக்கப் பின்னத்தை இரண்டாம் பின்னத்தின் நிகர்மாற்றினால் பெருக்கி விடையைப் பெற்ற விதம் உங்கள் நினைவில் இருக்கும் என்பதில் ஐயமில்லை. அவ்வாறே ஓர் அட்சரகணிதப் பின்னத் தினால் வகுக்கும்போது நிகர்மாற்றினால் பெருக்கலாம்.

அட்சரகணிதப் பின்னங்களை வகுத்தல் பற்றிக் கற்குமுன்னர் ஓர் அட்சரகணிதப் பின்னத்தின் நிகர்மாற்றுப் பற்றி ஆராய்வோம்.

அட்சரகணிதப் பின்னத்தின் நிகர்மாற்று

இரு எண்களைப் பெருக்கும்போது பெருக்கம் 1 எனின், அவற்றில் ஓர் எண் மற்றைய எண்ணின் நிகர்மாற்று அல்லது பெருக்கல் நேர்மாறு என முன்னர் கற்றீர்கள். அதற்கேற்ப ஓர் எண்ணின் நிகர்மாற்றுப் பற்றி நாம் கற்ற விடயங்களை நினைவுகூர்வோம்.

$2 \times \frac{1}{2} = 1$ ஆகையால் 2 இன் நிகர்மாற்று $\frac{1}{2}$ உம் $\frac{1}{2}$ இன் நிகர்மாற்று 2 உம் ஆகும்.

$\frac{1}{3} \times 3 = 1$ ஆகையால் $\frac{1}{3}$ இன் நிகர்மாற்று 3 உம் 3 இன் நிகர்மாற்று $\frac{1}{3}$ உம் ஆகும்.

$\frac{4}{5} \times \frac{5}{4} = 1$ ஆகையால் $\frac{4}{5}$ இன் நிகர்மாற்று $\frac{5}{4}$ உம் $\frac{5}{4}$ இன் நிகர்மாற்று $\frac{4}{5}$ உம் ஆகும்.

ஓர் அட்சரகணிதப் பின்னத்தின் நிகர்மாற்றும் மேற்குறித்தவாறே விவரிக்கப்படும். அதாவது ஓர் அட்சரகணிதப் பின்னத்தை வேறோர் அட்சரகணிதப் பின்னத்தினால் பெருக்கும்போது பெருக்கம் 1 எனின், அவ்வோர் அட்சரகணிதப் பின்னம் மற்றைய அட்சரகணிதப் பின்னத்தின் நிகர்மாற்று ஆகும்.

$\frac{5}{x}, \frac{x}{5}$ என்னும் அட்சரகணிதப் பின்னங்களைப் பெருக்குவோம்.

$$\frac{5}{x} \times \frac{x}{5} = \frac{1}{1} = 1$$

ஆகவே $\frac{5}{x}$ இன் நிகர்மாற்று $\frac{x}{5}$ உம் $\frac{x}{5}$ இன் நிகர்மாற்று $\frac{5}{x}$ உம் ஆகும்.

இவ்வாறே

$$\frac{x+1}{y} \times \frac{y}{x+1} = 1 \text{ ஆகையால்,}$$

$\frac{x+1}{y}$ இன் நிகர்மாற்று $\frac{y}{x+1}$ உம் $\frac{y}{x+1}$ இன் நிகர்மாற்று $\frac{x+1}{y}$ உம் ஆகும்.

ஓர் எண்ணின் நிகர்மாற்றைக் காணும்போது அதன் தொகுதியையும் பகுதியையும் பரிமாற்றி எழுதுவதன் மூலம் நிகர்மாற்று பெறப்படும். அதே விதத்தில் ஓர் அட்சர கணிதப் பின்னத்தின் பகுதியையும் தொகுதியையும் பரிமாற்றி எழுதுவதன் மூலம் அவ்வட்சரகணிதப் பின்னத்தின் நிகர்மாற்றைப் பெறலாம் என்பது இதிலிருந்து தெளிவாகின்றது.

கீழே தரப்பட்டுள்ள அட்சரகணிதப் பின்னங்களையும் அவற்றின் நிகர்மாற்றுகளையும் அவதானிக்க.

அட்சரகணிதப் பின்னம்

$$\frac{m}{4}$$

$$\frac{a}{a+2}$$

$$\frac{x-3}{x^2+5x+6}$$

நிகர்மாற்று

$$\frac{4}{m}$$

$$\frac{a+2}{a}$$

$$\frac{x^2+5x+6}{x-3}$$

இப்போது நாம் ஓர் அட்சரகணிதப் பின்னம் வேறோர் அட்சரகணிதப் பின்னத்தினால் வகுக்கப்படும் விதம் பற்றிக் கற்போம்.

உதாரணம் 1

சுருக்குக. $\frac{3}{x} \div \frac{4y}{x}$

$$\frac{3}{x} \div \frac{4y}{x} = \frac{3}{x} \times \frac{x}{4y} \quad \left(\frac{4y}{x} \text{ இனால் வகுப்பதற்குப் பதிலாக அதன் நிகர்மாற்றாகிய } \frac{x}{4y} \text{ இனால் பெருக்கல்} \right)$$

$$= \frac{3}{x} \times \frac{x}{4y} \quad (\text{பொதுக் காரணியாகிய } x \text{ ஆல் வகுத்தல்})$$

$$= \frac{3}{4y} \quad (\text{பகுதியையும் தொகுதியையும் வேறுவேறாகப் பெருக்கல்})$$

வேறு சில உதாரணங்களையும் ஆராய்வோம்.

உதாரணம் 2

சுருக்குக. $\frac{a}{b} \div \frac{ab}{4}$

$$\frac{a}{b} \div \frac{ab}{4} = \frac{a}{b} \times \frac{4}{ab} \quad (\text{நிகர்மாற்றினால் பெருக்கல்})$$

$$= \frac{a}{b} \times \frac{4}{ab} \quad (\text{பொதுக் காரணியாகிய } a \text{ ஆல் வகுத்தல்})$$

$$= \frac{4}{b^2}$$

பகுதியில் அல்லது தொகுதியில் அட்சரகணிதக் கோவைகள் இருக்கும்போது முதலில் அக்கோவைகளைக் காரணிகளாக வேறுபடுத்திப் பின்னர் பொதுக் காரணிகளை நீக்கிச் சுருக்கலாம்.

உதாரணம் 3

$$\begin{aligned}
 \text{சுருக்குக. } & \frac{3x}{x^2 + 2x} \div \frac{5x}{x^2 - 4} \\
 &= \frac{3x}{x^2 + 2x} \div \frac{5x}{x^2 - 4} \\
 &= \frac{3x}{x^2 + 2x} \times \frac{x^2 - 4}{5x} \quad (\text{நிகர்மாற்றினால் பெருக்கல்}) \\
 &= \frac{3x}{x(x+2)} \times \frac{(x-2)(x+2)}{5x} \quad (\text{கோவைகளைக் காரணிகளாக வேறுபடுத்தவும் பொதுக் காரணிகளினால் வகுத்தலும்}) \\
 &= \frac{3(x-2)}{5x}
 \end{aligned}$$

உதாரணம் 4

$$\begin{aligned}
 \text{சுருக்குக. } & \frac{x^2 + 3x - 10}{x} \div \frac{x^2 - 25}{x^2 - 5x} \\
 \frac{x^2 + 3x - 10}{x} \div \frac{x^2 - 25}{x^2 - 5x} &= \frac{x^2 + 3x - 10}{x} \times \frac{x^2 - 5x}{x^2 - 25} \\
 &= \frac{(x+5)(x-2)}{x} \times \frac{x(x-5)}{(x-5)(x+5)} \\
 &= \frac{x-2}{1} \\
 &= x-2
 \end{aligned}$$

பயிற்சி 7.2

1. பின்வரும் அட்சரகணிதப் பின்னங்களைச் சுருக்குக.

a. $\frac{5}{x} \div \frac{10}{x}$

b. $\frac{m}{3n} \div \frac{m}{2n^2}$

c. $\frac{x+1}{y} \div \frac{2(x+1)}{x}$

d. $\frac{2a-4}{2a} \div \frac{a-2}{3}$

e. $\frac{x^2+4x}{3y} \div \frac{x^2-16}{12y^2}$

f. $\frac{p^2+pq}{p^2-pr} \div \frac{p^2-r^2}{p^2-r^2}$

g. $\frac{m^2-4}{m+1} \div \frac{m+2}{m^2+2m+1}$

h. $\frac{x^2y^2+3xy}{4x^2-1} \div \frac{xy+3}{2x+1}$

i. $\frac{a^2-5a}{a^2-4a-5} \div \frac{a^2-a-2}{a^2+2a+1}$

j. $\frac{x^2-8x}{x^2-4x-5} \times \frac{x^2+2x+1}{x^3-8x^2} \div \frac{x^2+2x-3}{x-5}$