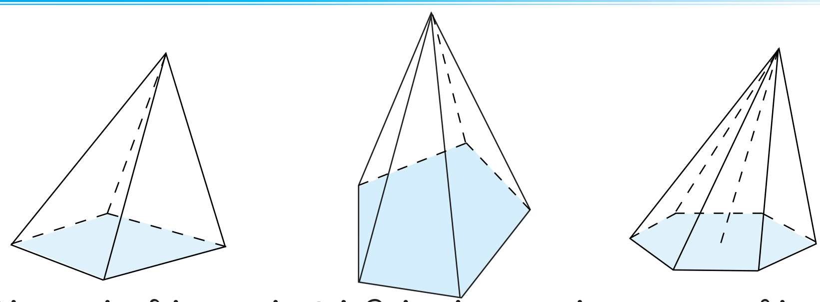
4 திண்மங்களின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- ஒரு செங்கூம்பகத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் கணிப்பதற்கும்
- ஒரு செங்கூம்பின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் கணிப்பதற்கும்
- ஒரு கோளத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் கணிப்பதற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

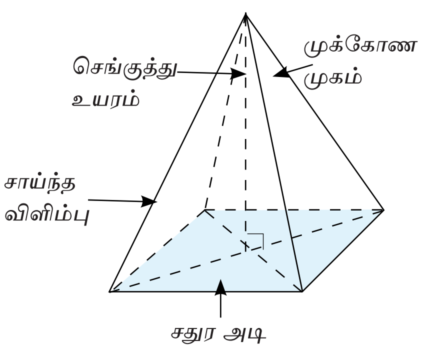
கூம்பகம்



மேற்குறித்த உருக்களில் காணப்படும் திண்மங்களை நன்றாக அவதானிக்க. அவற்றின் முகங்களாகப் பல்கோணிகள் உள்ளன. இம்முகங்களில் ஒன்றைத் தவிர மற்றையவை முக்கோண வடிவமானவை ஆகும். முக்கோண வடிவமல்லாத முகம் கூம்பகத்தின் அடி எனப்படும். அடியாக அமையாத முகங்கள் எல்லாம் முக்கோணிகள் ஆகும். அம்முக்கோண முகங்கள் எல்லாவற்றுக்கும் பொதுவான ஒரு புள்ளி இருக்கும் அதே வேளை அப்பொதுப் புள்ளி உச்சி எனப்படும். இவ்வியல்புகளை உடைய திண்மம் **கூம்பகம்** எனப்படும்.

உருவில் உள்ள மூன்று கூம்பகங்களினதும் அடிகள் முறையே நாற்பக்கல், ஐங்கோணி, அறுகோணி ஆகும்.

அடி சதுரமாகவுள்ள செங்கூம்பகம்



உருவில் காணப்படும் கூம்பகத்தின் அடி சதுரம் ஆகும். எஞ்சியுள்ள நான்கு முகங்களும் முக்கோணிகள் ஆகும்.

சதுர அடியின் நடுப்புள்ளியை (அதாவது சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் இடைவெட்டும் புள்ளி) கூம்பகத்தின் உச்சியுடன் தொடுக்கும் கோட்டுத் துண்டம் அடிக்குச் செங்குத்தானது எனின், அப்போது இக்கூம்பகம் **சதுரச் செங்கூம்பகம்** எனப்படும். அக்கோட்டுத் துண்டத்தின் நீளம் செங்குத்து உயரம்

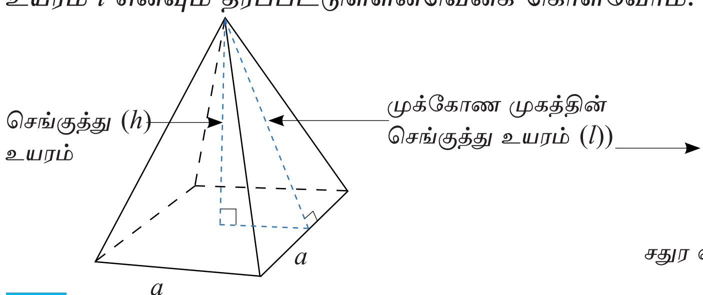
(அல்லது மேலும் எளிதாக உயரம்) எனப்படும். அடியின் பக்கங்களாக அமையாத விளிம்புகள் சாய்ந்த விளிம்புகள் எனப்படும். நாம் இப்பாடத்தில் சதுரக் கூம்பகத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காணல் பற்றி மாத்திரம் கருதுவோம்.

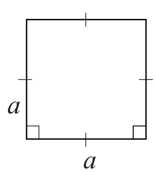
குறிப்பு: நான்முகியையும் கூம்பகமாகக் கருதலாம். இங்கு சகல முகங்களும் முக்கோண வடிவமானவை ஒரு நான்முகியின் அடியாக எந்தவொரு முகத்தையும் கருதலாம். செங்கூம்பகம் என்பது அடி சதுரமாக அமையாத போதும் கூம்பகமாக வரையறுக்கப்படலாம். ஓர் உதாரணமாக அடி எந்த ஒழுங்கான பல்கோணி வடிவத்தையும் எடுக்கும்போது செங்கூம்பகம் பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படும். அவ்வொழுங்கான பல்கோணியின் சமச்சீர்க் கோடுகள் எல்லாம் செல்லும் ஒரு பொதுப் புள்ளி இருக்கும் அதே வேளை அப்பொதுப் புள்ளியைக் கூம்பகத்தின் உச்சியுடன் தொடுக்கும் கோட்டுத் துண்டம் அடிக்குச் செங்குத்தானதெனின், அக்கூம்பகம் செங்கூம்பகம் எனப்படும். அடி ஒழுங்கான பல்கோணி வடிவத்தை எடுக்கும்போது அந்த அடியின் நடுவாக அப்பல்கோணியின் மையப்போலியை எடுக்கலாம். கணிதத்தை மேல் வகுப்புகளில் கற்கும்போது மையப்போலி பற்றிய எண்ணக்கருவை கற்பீர்கள்.

சதுரச் செங்கூம்பகத்தில் எல்லா முக்கோண முகங்களும் ஒருங்கிசைதல் ஒரு முக்கிய இயல்பாகும். ஆகவே அம்முக்கோணிகளின் பரப்பளவுகளும் சமம். மேலும் இம்முக்கோணிகள் இருசமபக்க முக்கோணிகள் ஆகும்.
அதாவது, அம்முக்கோண முகங்கள் எல்லாவற்றினதும் ஒரு பக்கம் சதுர அடியின் ஒரு பக்கமாக இருக்கும் அதே வேளை இரு எஞ்சிய பக்கங்களும் நீளத்தில் சமம்.

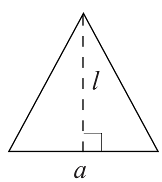
4.1 அடி சதுரமாக உள்ள செங்கூம்பகத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு

அடி சதுரமாக உள்ள ஒரு செங்கூம்பகத்தின் அடியின் ஒரு பக்கத்தின் நீளத்தையும் ஒரு முக்கோண முகத்தின் செங்குத்து உயரத்தையும் கொண்டு அதன் மொத்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்பதற்கு அடியின் பரப்பளவையும் நான்கு முக்கோண முகங்களின் பரப்பளவுகளையும் கண்டு அவை எல்லாவற்றினதும் கூட்டுத்தொகையை எடுத்தல் வேண்டும். சதுர அடியின் ஒரு பக்க நீளமும் செங்குத்து உயரமும் தரப்படும்போது அதன் மேற்பரப்பளவைக் காண்பதில் கவனம் செலுத்துவோம்.
சதுர அடியின் ஒரு பக்கத்தின் நீளம் a எனவும் ஒரு முக்கோண முகத்தின் செங்குத்து உயரம் l எனவும் தரப்பட்டுள்ளனவெனக் கொள்வோம்.





சதுர வடிவான அடி



4 முக்கோண முகங்கள்

இதற்கேற்ப மொத்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவைப் பின்வருமாறு காணலாம்.

$$\left.\begin{array}{l}\text{சதுரக் கூம்பகத்தின்}\\ \text{மொத்த மேற்பரப்பின்}\\ \text{பரப்பளவு}\end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{c}\text{சதுர அடியின்}\\ \text{பரப்பளவு}\end{array}\right\} + 4 \times \left\{\begin{array}{c}\text{முக்கோண}\\ \text{முகத்தின்}\\ \text{பரப்பளவு}\end{array}\right\}$$

$$= a \times a + 4 \times \frac{1}{2} a \times l$$

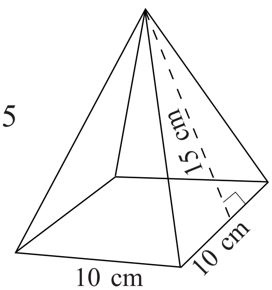
$$= a^2 + 2al$$

$$\boxed{A = a^2 + 2al}$$

சதுரச் செங்கூம்பகம் ஒன்றின் மேற்பரப்பளவு தொடர்பான சில பிரசினங்களில் இப்போது எமது கவனத்தைச் செலுத்துவோம்.

உதாரணம் 1

சதுர அடியின் ஒரு பக்கத்தின் நீளம் 10 cm ஆகவும் முக்கோண முகத்தின் செங்குத்து உயரம் 15 cm ஆகவும் உள்ள ஒரு சதுரச் செங்கூம்பகத்தின் மொத்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவைச் சதுர சென்ரிமீற்றரில் காண்க.



அடியின் பரப்பளவு $= 10 \times 10$
$= 100$

ஒரு முக்கோண முகத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times 10 \times 15$
$= 75$

எல்லா முக்கோண முகங்களினதும் பரப்பளவு $= 75 \times 4$
$= 300$

மொத்தப் பரப்பளவு $= 100 + 300$
$= 400$

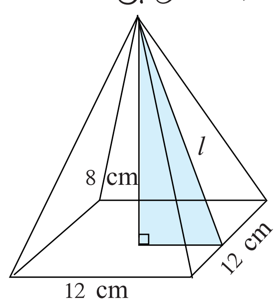
$\therefore$ மொத்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவு 400 cm^2 ஆகும்.

உதாரணம் 2

உருவில் காணப்படும் செங்கூம்பகத்தின் சதுர அடியின் ஒரு பக்கத்தின் நீளம் 12 cm ஆக இருக்கும் அதே வேளை செங்கூம்பகத்தின் செங்குத்து உயரம் 8 cm ஆகும்.

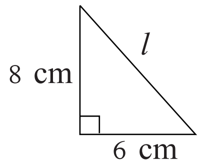
(i) ஒரு முக்கோண முகத்தின் செங்குத்து உயரம்
(ii) ஒரு முக்கோண முகத்தின் பரப்பளவு
(iii) மொத்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவு

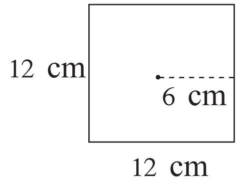
ஆகியவற்றைக் காண்க.



ஒரு முக்கோண முகத்தின் செங்குத்து உயரம் l cm எனக் கொள்வோம். தரப்பட்டுள்ள உருவில் நிழற்றப்பட்டுள்ள முக்கோணியைக் கருதுவோம். பைதகரசின் தேற்றத்திற்கேற்ப

(i) $l^2 = 8^2 + 6^2$
$= 64 + 36$
$= 100$
$\therefore l = \sqrt{100}$
$= 10$





$\therefore$ ஒரு முக்கோண முகத்தின் செங்குத்து உயரம் 10 cm ஆகும்.

(ii) ஒரு முக்கோண முகத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times 12 \times 10$
$= 60$

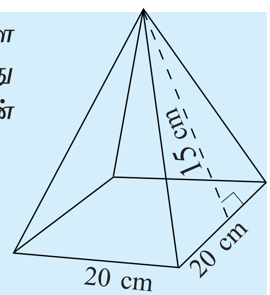
$\therefore$ முக்கோண முகத்தின் பரப்பளவு 60 cm^2 ஆகும்.

(iii) மொத்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவு $= 12 \times 12 + 4 \times 60$
$= 144 + 240$
$= 384$

$\therefore$ மொத்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவு 384 cm^2 ஆகும்.

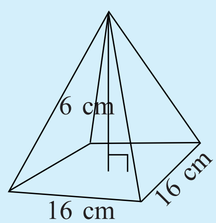
பயிற்சி 4.1

1. சதுர அடியின் ஒரு பக்கத்தின் நீளம் 20 cm ஆகவுள்ள செங்கூம்பகம் ஒன்றின் ஒரு முக்கோண முகத்தின் செங்குத்து உயரம் 15 cm எனின், கூம்பகத்தின் மொத்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க.



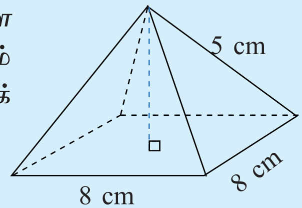
2. சதுர அடியின் ஒரு பக்கத்தின் நீளம் 8 cm ஆகவுள்ள செங்கூம்பகம் ஒன்றின் ஒரு முக்கோண மேற்பரப்பின் செங்குத்து உயரம் 20 cm எனின் கூம்பகத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க.

3. சதுர அடியின் ஒரு பக்கத்தின் நீளம் 16 cm ஆகவுள்ள செங்கூம்பகம் ஒன்றின் செங்குத்து உயரம் 6 cm ஆகும்.
(i) ஒரு முக்கோண முகத்தின் செங்குத்து உயரம்
(ii) கூம்பகத்தின் மொத்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவு
ஆகியவற்றைக் காண்க.



4. சதுர அடியின் ஒரு பக்கத்தின் நீளம் 20 cm ஆகவும் ஒரு செங்கூம்பகத்தின் செங்குத்து உயரம் 12 cm ஆகவும் இருப்பின், கூம்பகத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க.

5. சதுர அடியின் ஒரு பக்கத்தின் நீளம் 8 cm ஆகவுள்ள செங்கூம்பகம் ஒன்றின் ஒரு சாய்ந்த விளிம்பின் நீளம் 5 cm எனின் கூம்பகத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க.



6. சதுர அடியின் ஒரு பக்கத்தின் நீளம் 10 cm ஆகவுள்ள ஒரு சதுர அடியை உடைய செங்கூம்பகம் ஒன்றின் சாய்ந்த விளிம்பின் நீளம் 13 cm எனின் அதன் மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க.

7. ஒரு பக்கத்தின் நீளம் 30 cm ஆகவுள்ள ஒரு சதுர அடியைக் கொண்ட செங்கூம்பகம் ஒன்றின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு 2 400 cm^2 ஆகும்.

(i) அதன் உச்சியிலிருந்து அடியின் ஒரு பக்கத்திற்கு உள்ள செங்குத்துத் தூரம்

(ii) கூம்பகத்தின் செங்குத்து உயரம்

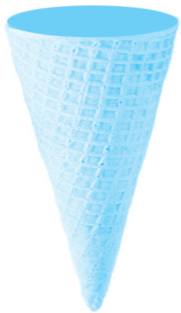
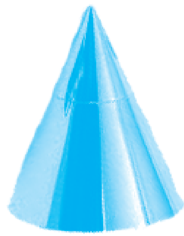
ஆகியவற்றைக் காண்க.

8. ஒரு பக்கத்தின் நீளம் 8 m ஆகவுள்ள ஒரு சதுர அடியைக் கொண்ட செங்கூம்பகக் கூடாரம் ஒன்று செய்யப்பட்டுள்ள துணியின் பரப்பளவு 80 m^2 ஆகும். கூடாரத்தின் அடிக்குத் துணி பயன்படுத்தப்படவில்லை எனக் கொண்டு கூடாரத்தின் உயரத்தைக் காண்க.

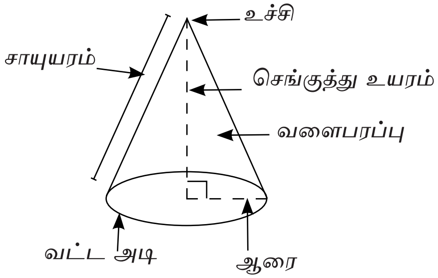
9. செங்குத்து உயரம் 4 m ஆகவும் ஒரு முக்கோண முகத்தின் செங்குத்து உயரம் 5 m ஆகவும் உள்ள சதுர அடியைக் கொண்ட ஒரு கூடாரத்தின் கூரைக்கும் அடிக்கும் துணியை விரிப்பதற்கு உத்தேசிக்கப்பட்டிருப்பின், தேவையான மொத்தத் துணியின் பரப்பளவைக் காண்க.

10. சதுர அடியின் ஒரு பக்க நீளம் 16 m ஆகவும் செங்குத்து உயரம் 6 m ஆகவும் விளிம்பின் நீளம் 5 m ஆகவும் இருக்குமாறு சதுரச் செங்கூம்பகக் கூடாரம் ஒன்றைச் அமைக்க வேண்டியுள்ளது. இதன் அடியையும் மறைக்கத்தக்கதாகக் கூடாரத்தை அமைப்பதற்குத் தேவையான துணியின் பரப்பளவைக் காண்க.

கூம்பு


கூம்பு வடிவமுள்ள சில பொருள்கள் மேலே காணப்படுகின்றன. ஒரு கூம்புக்கு வட்டத் தளப் பரப்பு ஒன்றும் வளைபரப்பு ஒன்றும் இருப்பதை அவதானிக்கலாம். வட்டத் தளப் பரப்பு கூம்பின் அடி எனவும் வளைபரப்பின் மீது வரையப்பட்டுள்ள எல்லா நேர்கோடுகளும் செல்லும் புள்ளி கூம்பின் உச்சி எனவும் அழைக்கப்படும்.



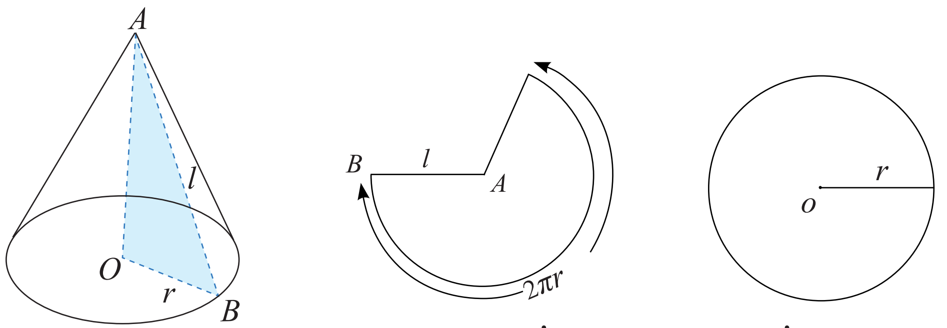
ஒரு கூம்பின் வட்ட அடியின் மையத்தை உச்சியுடன் இணைக்கும்போது கிடைக்கும் கோட்டுத் துண்டம் அடிக்குச் செங்குத்தானதெனின், அது செவ்வட்டக் கூம்பு எனப்படும். ஒரு கூம்பின் வட்ட அடியின் ஆரை கூம்பின் ஆரை எனவும் அடி வட்டத்தின் மையத்திற்கும் உச்சிக்குமிடையே உள்ள தூரம் கூம்பின் செங்குத்து உயரம் எனவும் அழைக்கப்படும். மேலும் கூம்பின் உச்சிக்கும் அடி வட்டத்தின் பரிதி மீது உள்ள யாதாயினும் ஒரு புள்ளிக்குமிடையே உள்ள நேர்கோட்டுத் துண்டம் சாய்ந்த விளிம்பு எனவும் அக்கோட்டுத் துண்டத்தின் நீளம் கூம்பின் சாயுயரம் எனவும் அழைக்கப்படும்.

ஒரு கூம்பின் ஆரை r இனாலும் செங்குத்து உயரம் h இனாலும் சாயுயரம் l இனாலும் பொதுவாகக் காட்டப்படும்.

4.2 செவ்வட்டக் கூம்பின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு

ஒரு செவ்வட்டக் கூம்பின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்பதற்கான ஒரு முறையை விவரிப்பதற்கு ஒரு மெல்லிய அடரினால் ஆக்கப்பட்ட ஒரு பொட்கூம்பைக் கருதுவோம். முதலில் அது செய்யப்பட்டுள்ள மேற்பரப்புப் பகுதிகளைப் பார்ப்போம். அடி வட்ட வடிவமுள்ள ஒரு தளப் பரப்பாகும். வளைபரப்பை ஒரு சாய்ந்த கோடு வழியே விரிக்கும்போது ஆரைச்சிறை வடிவமுள்ள ஓர் அடராகும்.

ஒரு கூம்பின் ஆரையும் சாயுயரமும் தரப்படும்போது அதன் மொத்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்பதற்கு வளைபரப்பின் பரப்பளவையும் வட்ட அடியின் பரப்பளவையும் கண்டு அவற்றின் கூட்டுத்தொகையை எடுக்கலாம். சூத்திரம் πr^2 ஐப் பயன்படுத்தி வட்ட அடியின் பரப்பளவைக் கணிக்கலாம். வளைபரப்பின் பரப்பளவைப் பின்வருமாறு கணிக்கலாம்.



வளைந்த மேற்பரப்புப் பகுதி

வட்ட வடிவ அடி

வளைபரப்பின் பரப்பளவானது அதனை விரிப்பதன் மூலம் பெறப்படும் ஆரைச் சிறையின் பரப்பளவுக்குச் சமம். இந்த ஆரைச்சிறையின் ஆரை l ஆகும். அதன் வில்லின் நீளம் $2\pi r$ ஆகும். (ஏனெனில் அவ்வில்லின் நீளம் அடி வட்டத்தின் பரிதியாகும்). இப்போது இந்த ஆரைச்சிறையின் மையக் கோணம் (தரம் 10 இல் ஆரைச்சிறையின் சுற்றளவின் கீழ் கற்றவாறு) $\dfrac{360r}{l}$ ஆகும்.

இம்மையக் கோணமுள்ள ஓர் ஆரைச்சிறையின் பரப்பளவு (தரம் 10 இல் ஆரைச் சிறையின் பரப்பளவின் கீழ் கற்றவாறு) $\dfrac{\pi l^2}{360} \times \dfrac{360r}{l}$ ஆகும். இதனைச் சுருக்கும்போது πrl கிடைக்கும். ஆகவே கூம்பின் வளைபரப்பின் பரப்பளவு πrl ஆகும். இதற்கேற்ப

$$\text{செவ்வட்டக் கூம்பின் மொத்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவு} = \left\{\text{கூம்பின் வளை பரப்பின் பரப்பளவு}\right\} + \left\{\text{வட்ட அடியின் பரப்பளவு}\right\}$$

$$= \pi rl + \pi r^2$$

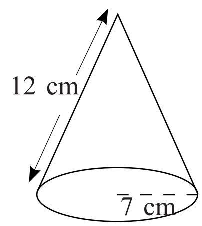
$$\boxed{A \quad = \pi rl + \pi r^2}$$

ஒரு செவ்வட்டக் கூம்பின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு தொடர்பாகத் தீர்க்கப்பட்ட சில பிரசினங்கள் பற்றி இப்போது எமது கவனத்தைச் செலுத்துவோம்.

இங்கு π இன் பெறுமானம் $\dfrac{22}{7}$ எனக் கொள்க.

உதாரணம் 1

ஒரு திண்மச் செவ்வட்டக் கூம்பின் வரிப்படம் கீழே காணப்படுகின்றது. அதன் ஆரை 7 cm ஆகவும் சாயுயரம் 12 cm ஆகவும் இருப்பின், கூம்பின் மொத்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவைச் சதுர சென்றிமீற்றரில் காண்க.



கூம்பின் வளைபரப்பின் பரப்பளவு $= \pi rl$

$= \dfrac{22}{7} \times 7 \times 12$

$= 264$

வட்டவடிவத் தளமேற்பரப்பின் பரப்பளவு $= \pi r^2$

$= \dfrac{22}{7} \times 7 \times 7$

$= 154$

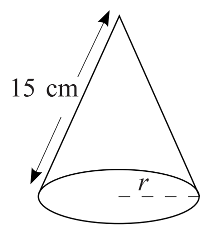
$\therefore$ கூம்பின் மொத்த மேற்பரப்பளவு $= 264 + 154$

$= 418$

$\therefore$ கூம்பின் மேற்பரப்பளவு 418cm^2 ஆகும்.

உதாரணம் 2

வட்ட அடியின் பரிதி 88 cm ஆகவுள்ள ஒரு செவ்வட்டக் கூம்பின் சாயுயரம் 15 cm எனின், அதன் வளைபரப்பின் பரப்பளவைச் சதுர சென்றிமீற்றரில் காண்க.



வட்ட அடியின் பரிதி $= 88$

அதற்கேற்ப $2\pi r = 88$

$2 \times \dfrac{22}{7} \times r = 88$

$r = \dfrac{88 \times 7}{2 \times 22}$

$r = 14 \text{ cm}$

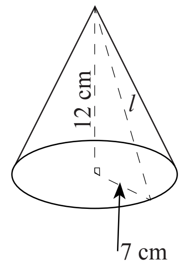
கூம்பின் வளைபரப்பின் பரப்பளவு $= \pi rl$

$= \dfrac{22}{7} \times 14 \times 15$

$= 660$

$\therefore$ கூம்பின் வளைபரப்பின் பரப்பளவு 660 cm^2 ஆகும்.

உதாரணம் 3



ஆரை 7 cm ஆகவும் செங்குத்து உயரம் 12 cm ஆகவும் உள்ள ஒரு செவ்வட்டக் கூம்பின்

(i) சாயுயரம்

(ii) வளைபரப்பின் பரப்பளவு

(iii) மொத்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவு

ஆகியவற்றை ஒரு தசமதானத்திற்குச் சரியாகக் காண்க.

சவ்வட்டக் கூம்பின் சாயுயரம் l cm எனக் கொள்வோம்.
பைதகரசின் தேற்றத்திற்கேற்ப

(i)
$$l^2 = 7^2 + 12^2$$
$$= 49 + 144$$
$$= 193$$
$$l = \sqrt{193}$$
$= 13.8$ (வர்க்க மூலத்தைக் காண்பதற்கான வகுத்தல் முறையின் மூலம்)

$\therefore$ சவ்வட்டக் கூம்பின் சாயுயரம் அண்ணளவாக 13.8 cm ஆகும்.

(ii) வளைபரப்பின் பரப்பளவு $= \pi rl$
$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 13.8$$
$$= 303.6$$

$\therefore$ வளைபரப்பின் பரப்பளவு 303.6 cm^2 ஆகும்.

(iii) வட்டத்தின் பரப்பளவு $= \pi r^2$
$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7$$
$$= 154$$

மொத்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவு $= 303.6 + 154$
$$= 457.6$$

$\therefore$ மொத்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவு 457.6 cm^2 ஆகும்.

பயிற்சி 4.2

1. வட்ட அடியின் ஆரை 14 cm ஆகவும் சாயுயரம் 20 cm ஆகவும் உள்ள ஒரு செவ்வட்டக் கூம்பின் வளைபரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க.

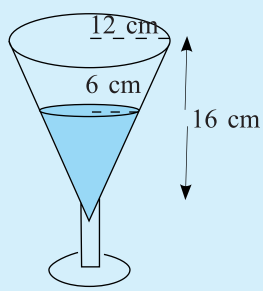
2. வட்ட அடியின் ஆரை 7 cm ஆகவும் உயரம் 24 cm ஆகவும் உள்ள ஒரு திண்மச் செவ்வட்டக் கூம்பின்
(i) சாயுயரம்
(ii) வளைபரப்பின் பரப்பளவு
ஆகியவற்றைக் காண்க.

3. வட்ட அடியின் பரிதி 44 m ஆகவுள்ள ஒரு கூம்பு வடிவ மணற் குவியலின் சாயுயரம் 20 m எனின்
(i) அடியின் ஆரை
(ii) வளைபரப்பின் பரப்பளவு
ஆகியவற்றைக் காண்க.

4. வட்ட அடியின் ஆரை 10.5 cm ஆகவும் சாயுயரம் 15 cm ஆகவும் உள்ள ஒரு செவ்வட்டக் கூம்பின் மொத்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க.

5. செவ்வட்டக் கூம்பு வடிவத் திண்மம் ஒன்றின் சாயுயரம் 14 cm ஆகும். அதன் வளைபரப்பின் பரப்பளவு 396 cm^2 எனின்,
(i) கூம்பின் ஆரையைக் கணிக்க.
(ii) செங்குத்து உயரத்தைக் கணிக்க.

6. செவ்வட்டக் கூம்பு வடிவமுள்ள ஒரு மெல்லிய கண்ணாடிப் பாத்திரத்தில் அரைப் பங்குக்குப் பானம் இடப்பட்டுள்ள விதம் உருவில் காணப்படுகின்றது. பாத்திரத்தின் ஆரை 12 cm உம் உயரம் 16 cm உம் ஆகும். பானம் இருக்கும் பகுதியின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க



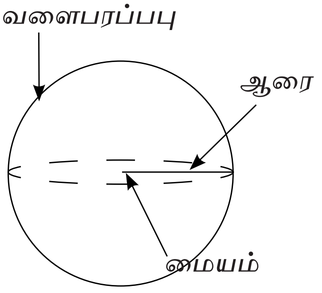
கோளம்

குண்டு

டெனிஸ் பந்து

கால்பந்து

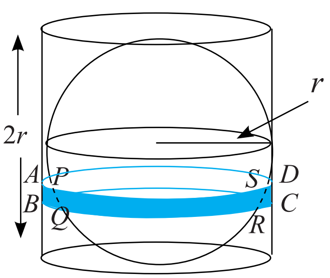
கோளத்தின் பண்புகள் பற்றிய விளக்கம் உங்களிடம் இருக்கும் என்பதில் ஐயமில்லை. கணிதத்தில் ஒரு நிலைத்த புள்ளியிலிருந்து மாறாத் தூரத்தில் முப்பரிமாண வெளியில் இருக்கும் புள்ளித் தொடை கோளம் எனப்படும். அந்நிலைத்த புள்ளி கோளத்தின் மையம் எனவும் மாறாத் தூரம் ஆரை எனவும் அழைக்கப்படும். கோளத்திற்கு ஒரு வளைபரப்பு மாத்திரம் இருக்கும் அதே வேளை விளிம்புகளோ உச்சிகளோ இல்லை.



ஒரு கோளத்தின் ஆரை பொதுவாக r இனால் காட்டப்படும்.

4.3 கோளத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு

கோளத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் கணிப்பதற்கு உதவும் ஆக்கிமிடீசினால் அவதானிக்கப்பட்ட ஒரு தோற்றப்பாட்டைப் பின்வருமாறு விவரிக்கலாம்.



கோளத்தின் ஆரைக்குச் சமமான ஆரையையும் கோளத்தின் விட்டத்திற்குச் சமமான உயரத்தையும் கொண்ட ஒரு உருளை அக்கோளத்தின் சுற்றுருளை எனப்படும். அக்கோளம் உருளையினுள்ளே இருக்கும்போது உருளையின் வட்டத் தள முகத்திற்குச் சமாந்தரமாக வெட்டப்பட்ட எவையேனும் இரு வெட்டுகளின் மூலம் கோளத்திலிருந்தும் உருளையிலிருந்தும் வெட்டப்படும் பகுதிகளின் வளைபரப்புகளின் பரப்பளவுகள் சமமெனக் கிறீசில் வாழ்ந்த ஆக்கிமிடீஸ் என்ற கணிதவியலாளர் கி.மு. 225 ஆம் ஆண்டளவில் காட்டினார்.

இதற்கேற்ப மேற்குறித்த உருவில் காணப்படும் கோளத்தின் வளைபரப்பின் பகுதி $PQRS$ இன் பரப்பளவு உருளையின் வளைபரப்பின் பகுதி $ABCD$ இன் பரப்பளவுக்குச் சமம்.

ஆகவே ஆக்கிமிடீஸ் எடுத்துரைத்த மேற்குறித்த தொடர்புடைமைக்கேற்பக் கோளத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு சுற்றுருளையின் வளைபரப்பின் பரப்பளவுக்குச் சமம்.

சுற்றுருளையின் வளைபரப்பின் பரப்பளவைக் காண்பதற்குச் சூத்திரம் $2\pi rh$ ஐப் பிரயோகிக்கும்போது

சுற்றுருளையின் வளைபரப்பின் பரப்பளவு $= 2\pi r \times 2r$
$= 4\pi r^2$

எனவே கோளத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு $= 4\pi r^2$

$$\boxed{A = 4\pi r^2}$$

உதாரணம் 1

7 cm ஆரையுள்ள ஒரு கோளத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவைச் சதுர சென்றிமீற்றரில் காண்க.

கோளத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு $= 4\pi r^2$
$= 4 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$
$= 616$

$\therefore$ கோளத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு 616 cm^2 ஆகும்.

உதாரணம் 2

ஒரு கோளத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு 1386 cm^2 எனின், அதன் ஆரையைக் கணிக்க.

கோளத்தின் ஆரை r cm எனக் கொள்வோம்.

அப்போது $4\pi r^2 = 1386$

$$4 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 1386$$
$$r^2 = \frac{1386 \times 7}{4 \times 22}$$
$$= \frac{441}{4}$$
$$r = \sqrt{\frac{441}{4}}$$
$$= \frac{21}{2}$$
$$= 10.5$$

$\therefore$ கோளத்தின் ஆரை 10.5 cm ஆகும்.

பயிற்சி 4.3

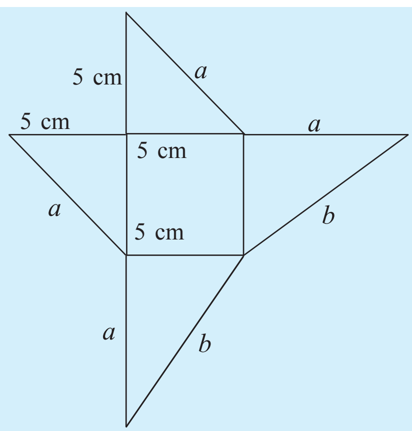
1. 3.5 cm ஆரையுள்ள ஒரு கோளத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க.
2. 14 cm ஆரையுள்ள ஒரு கோளத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க.
3. மேற்பரப்பின் பரப்பளவு 5544 cm^2 ஆகவுள்ள ஒரு கோளத்தின் ஆரையைக் காண்க.
4. 7 cm ஆரையுள்ள ஒரு பொள் அரைக்கோளத்தின் புற வளைபரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க.
5. 0.5 cm விட்டமுள்ள ஒரு திண்ம அரைக்கோளத்தின் மொத்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க.
6. மொத்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவு 1386 cm^2 ஆகவுள்ள ஒரு திண்ம அரைக் கோளத்தின் ஆரையைக் காண்க.

பொழிப்பு

- சதுர அடியின் ஒரு பக்கத்தின் நீளம் a ஆகவும் முக்கோண முகத்தின் செங்குத்து உயரம் l ஆகவும் உள்ள சதுரச் செங்கூம்பத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு $A = a^2 + 2al$ இனால் தரப்படும்.
- வட்ட அடியின் ஆரை r ஆகவும் சாய்யுரம் l ஆகவும் உள்ள ஒரு திண்ம செவ்வட்டக் கூம்பின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு $A = \pi rl + \pi r^2$ இனால் தரப்படும்.
- ஆரை r ஆகவுள்ள ஒரு கோளத்தின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு $A = 4\pi r^2$ இனால் தரப்படும்.

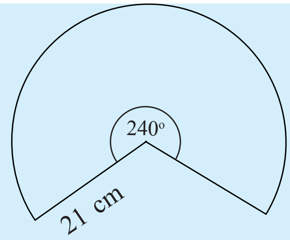
பலவினப் பயிற்சி

1. ஒரு கூம்பகத்தைத் தயாரிப்பதற்குப் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ள மாதிரியுரு கீழே தரப்பட்டுள்ளது.



   (i) இங்கு a, b என்பவற்றின் மூலம் தரப்பட்டுள்ள பெறுமானங்களைக் கணிக்க.
   (ii) இம்மாதிரியுருவைப் பயன்படுத்திச் செய்யப்படும் கூம்பகம் ஒரு செங்கூம்பகமாக இல்லாதிருப்பதற்கான காரணம் யாது ?
   (iii) கூம்பகத்தின் மொத்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க.

2. உலோகத்தகட்டிலிருந்து வெட்டியெடுக்கப்பட்ட ஆரைச்சிறையைப் பயன்படுத்தி செவ்வட்டக் கூம்பு ஒன்று தயாரிக்கப்பட்டது.



(i) உலோகத்தகட்டிலிருந்து அடிவட்டம் பொருத்தப் பட்டது. அதன் ஆரையைக் காண்க.

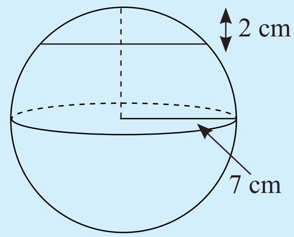
(ii) அதன் மொத்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க.

3. ஒரு செவ்வட்டக் கூம்பின் சாயுயரம், செங்குத்துயரம் என்பவற்றுகிடையிலான விகிதம் 5 : 4 ஆகும். அதன் அடியின் ஆரை 6 cm ஆயின்,

(i) செவ்வட்டக் கூம்பின் சாயுயரத்தைக் காண்க.

(ii) செவ்வட்டக் கூம்பின் வளைமேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க.

4. 7 cm ஆரையை உடைய ஒரு கோளத்தின் மேல் மூலையிலிருந்து 2 cm வரை கீழ்நோக்கி நிறப் பூச்சு பூசப்பட்டுள்ளதாயின், நிறப் பூச்சு பூசப்பட்டுள்ள பகுதியின் பரப்பளவைக் கணிக்க. (உதவி சுற்றுருளை பற்றிய அறிவைப் பயன்படுத்துக.)



5. அரைக்கோள வடிவான ஒரு களிமண் பாத்திரத்தின் உள் ஆரை 7 cm உம் வெளி ஆரை 7.7 cm உம் ஆயின் பாத்திரத்தின் மொத்த மேற்பரப்பின் பரப்பளவைக் காண்க.