විෂයය - භෞතික විද්‍යාව

ශ්‍රේණිය - 13

නිපුණතාවය -05

ගුරුත්වාකර්ෂණ ක්ෂේත්‍ර

සැකසුම - ඌව පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව

මෙහෙයවීම - විද්‍යාව ශාඛාව, අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය

ගුරුත්වාකර්ෂණ ක්ෂේත්‍රය

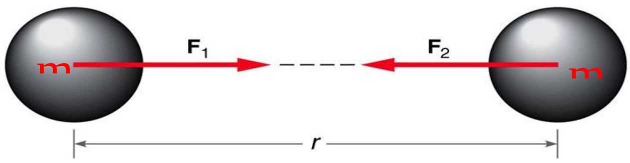
5.1 ගුරුත්වාකර්ෂණ බල ක්ෂේත්‍රය

ගුරුත්වාකර්ෂණ බලය (F)

ස්කන්ධ දෙකක් අතර ක්‍රියා කරන ආකර්ෂණ බලය ගුරුත්වාකර්ෂණ බලය නම් වේ.

නිව්ටන්ගේ ගුරුත්වාකර්ෂණ නියමය

විශ්වයෙහි පවතින ඕනෑම වස්තු දෙකක් අතර ක්‍රියා කරන ගුරුත්වාකර්ෂණ බලය එක් එක් වස්තුවේ ස්කන්ධයට අනුලෝම ලෙසත් වස්තු දෙක අතර දුරේ වර්ගයට ප්‍රතිලෝම ලෙසත් සමානුපාතික වේ.



$$F \propto m_1$$

$$F \propto m_2$$

$$F \propto \frac{1}{r^2}$$

$$F \propto \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

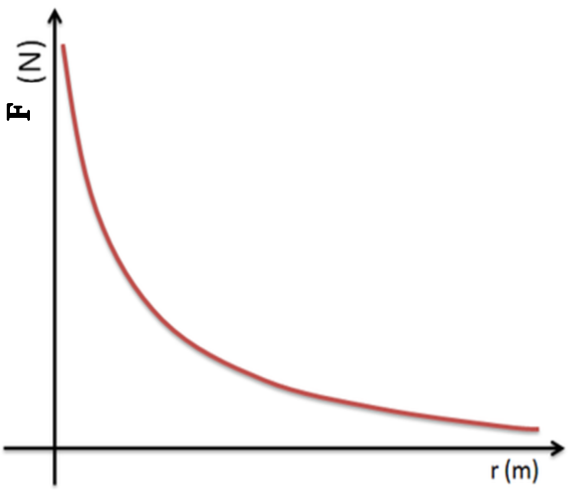
$$\boldsymbol{F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}}$$

මෙහි G යන නියතය සාර්වත්‍ර ගුරුත්වාකර්ෂණ නියතය නම් වේ.

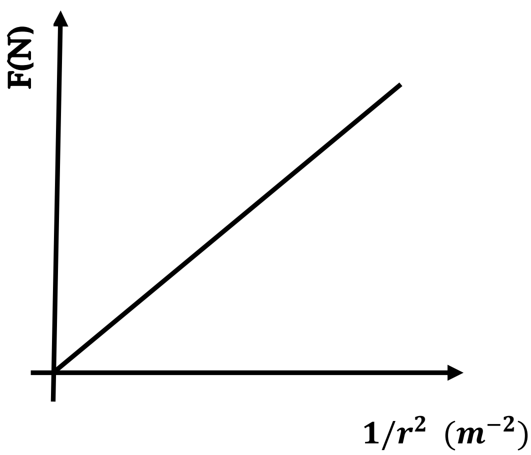
G හි ඒකක : $Nm^2\ kg^{-2}$
මාන : $M^{-1}L^3T^{-2}$

මෙහි අගය $G = 6.67 \times 10^{-11} Nm^2kg^{-2}$

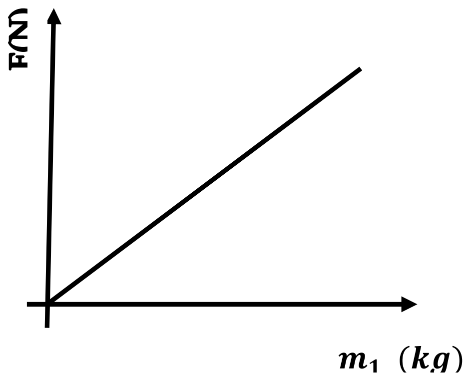
r එදිරියේ F ප්‍රස්තාරය



$1/r^2$ එදිරියේ F ප්‍රස්තාරය



m_2 හා r නියත විට m_1 එදිරියේ F ප්‍රස්තාරය



ගැටලු

1. ස්කන්ධ $0.2\ kg$ හා $0.4\ kg$ වන අංශු දෙකක් $20cm$ පරතරයකින් පිහිටා ඇත. සාර්වත්‍ර ගුරුත්වාකර්ෂණ නියතය $6.67\ \times 10^{-11} Nm^2kg^{-2}$ නම් ස්කන්ධ අතර ගුරුත්වාකර්ෂණ බලය ගණනය කරන්න.

$F \quad = \quad G\ \frac{m_1 m_2}{r^2}$ අනුව

$m_1 = 0.2\ kg\ ,\ m_2 = 0.4\ kg\ ,\ r = 20\ \times 10^{-2} m$ නිසා

$$F \quad = \quad 6.67\ \times 10^{-11}\ \frac{0.2 \times 0.4}{(20\ \times 10^{-2})^2}$$

$$F \quad = \quad 1.33 \times 10^{-10}\mathrm{N}$$

2. ස්කන්ධ $5\ kg$ හා $6\ kg$ වන අංශු දෙකක් අතර ක්‍රියා කරන ගුරුත්වාකර්ෂණ බලය $5.0\ \times 10^{-12} N$ වීම සඳහා අංශු දෙක අතර පරතරය කොපමණ විය යුතු ද? $(20m)$

ගුරුත්වාකර්ෂණ ක්ෂේත්‍ර

ස්කන්ධය සමඟ අන්තර් ක්‍රියාවෙන් එය මත බලයක් යෙදීමට හැකියාව ඇති අවකාශය ගුරුත්වාකර්ෂණ ක්ෂේත්‍රයක් ලෙස හැඳින් වේ.

ගුරුත්වාකර්ෂණ ක්ෂේත්‍ර තීව්‍රතාවය (E)

ගුරුත්වාකර්ෂණ ක්ෂේත්‍රයක පිහි�ටි කිසියම් ලක්ෂ්‍යයක් මත තබන ලද ඒකක ස්කන්ධයක් මත ක්‍රියා කරන ගුරුත්වාකර්ෂණ බලය එම ලක්ෂ්‍යයේ ගුරුත්වාකර්ෂණ ක්ෂේත්‍ර තීව්‍රතාවය ලෙස හැඳින් වේ.

$$\boldsymbol{E = \frac{F}{m}}$$

ගුරුත්වාකර්ෂණ ක්ෂේත්‍ර තීව්‍රතාවය දෛශික රාශියකි.
∴ මෙහි දිශාව ගුරුත්වාකර්ෂණ බලයේ දිශාව ම වේ.

E හි ඒකක : Nkg^{-1}
මාන : LT^{-2}

ගැටලු

ගුරුත්වාකර්ෂණ ක්ෂේත්‍රයක් තුළ එක්තරා ලක්ෂ්‍යයක ගුරුත්වාකර්ෂණ ක්ෂේත්‍ර තීව්‍රතාවය $0.2Nkg^{-1}$වේ. එම ස්ථානයේ තබන $20g$ ස්කන්ධයක් මත ක්‍රියා කරන ගුරුත්වාකර්ෂණ බලය සොයන්න.

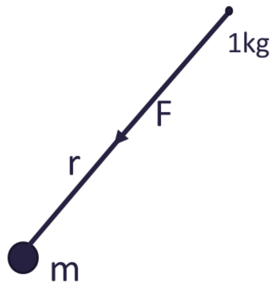
$F = mE$
$F = 20 \times 10^{-3} \times 0.2$
$F = 4 \times 10^{-3} N$

<u>ලක්ෂ්‍යාකාර ස්කන්ධයකට පිටතින් වූ ලක්ෂ්‍යයක ගුරුත්වාකර්ෂණ ක්ෂේත්‍ර තීව්‍රතාවය</u>

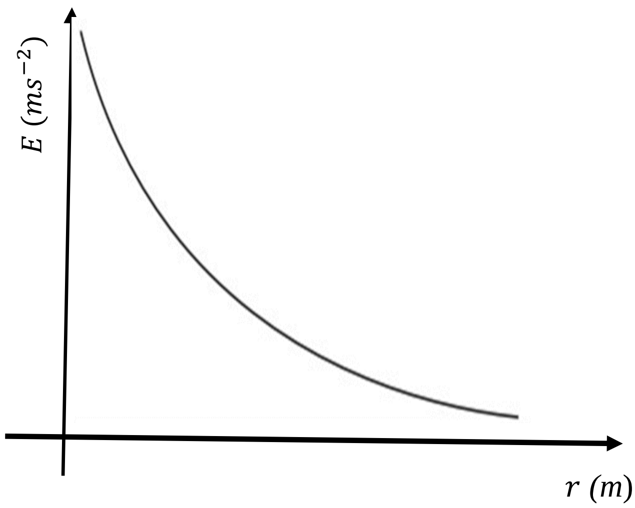
ලක්ෂීය m ස්කන්ධයක සිට r දුරකින් පිහිá $(1kg)$ ලක්ෂ්‍යයක ගුරුත්වාකර්ෂණ ක්ෂේත්‍ර තීව්‍රතාවය $= G\frac{m_1m_2}{r^2}$

$$E = G\frac{m\times 1}{r^2}$$

$$\boldsymbol{E = G\frac{m}{r^2}}$$



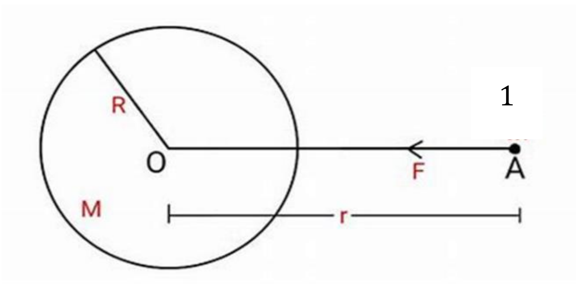
<u>r එදිරියේ E ප්‍රස්තාරය</u>



<u>ගෝලාකාර ස්කන්ධයකට පිටතින් වූ ලක්ෂ්‍යයක ගුරුත්වාකර්ෂණ ක්ෂේත්‍ර තීව්‍රතාවය</u>

A ස්ථානයේ ගුරුත්වාකර්ෂණ ක්ෂේත්‍ර තීව්‍රතාවය E නම් නිව්ටන්ගේ ගුරුත්වාකර්ෂණ නියමයෙන්

$$F = G\frac{M\times m}{r^2}$$



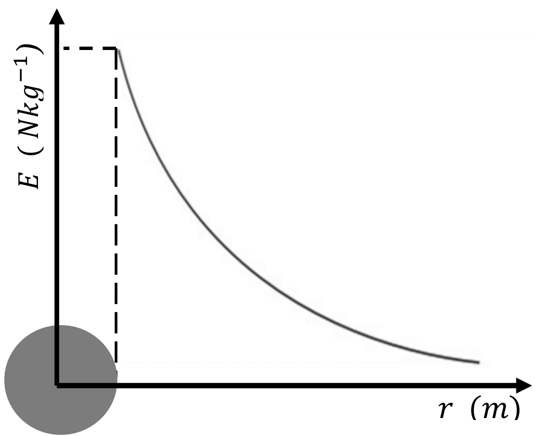
$$E = G\frac{M\times 1}{r^2}$$

$\boldsymbol{E = G\frac{M}{r^2}}$ (ගෝලාකාර වස්තුවේ කේන්ද්‍රය දෙසට)

ඉහත සමීකරණය වලංගු වන්නේ ගෝලය මත හා පිටත ලක්ෂ්‍ය සඳහා පමණි.

මේ අනුව ගෝලය පෘෂ්ඨය මත දී $\boldsymbol{E = G\frac{M}{R^2}}$

ගෝලයේ දී $r \to \infty$



කේන්ද්‍රයේ සිට අනන්ත දුරක් ඇත ලක්ෂ්‍යයක නිසා $E \to 0$ වේ.

ගැටලු

ස්කන්ධය $1 \times 10^5 kg$ වන ගෝලාකාර වස්තුවක අරය $5m$ වේ. ගෝලාකාර වස්තුවේ පෘෂ්ඨය මත හා පෘෂ්ඨයේ සිට $3m$ ඇතින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක ගුරුත්වාකර්ෂණ ක්ෂේත්‍ර තීව්‍රතාවය සොයන්න.

$$E = G\frac{M}{R^2}$$

ගෝලාකාර වස්තුවේ පෘෂ්ඨය මත දී $R = 5m$ නිසා

$$E = 6.67 \times 10^{-11} \frac{1 \times 10^5}{(5)^2}$$

$$E = 2.67 \times 10^{-7} Nkg^{-1}$$

ගෝලාකාර වස්තුවේ කේන්ද්‍රයේ සිට $r = 8m$ දුරක දී

$$E = 6.67 \times 10^{-11} \frac{1 \times 10^5}{(8)^2}$$

$$E = 1.04 \times 10^{-7} Nkg^{-1}$$

ගුරුත්වාකර්ෂණ විභවය

ගුරුත්වාකර්ෂණ ක්ෂේත්‍රය තුළ පිහිටි කිසියම් ලක්ෂ්‍යයක් වෙතට අනන්තයේ (ක්ෂේත්‍රයට පිටතින් වූ ලක්ෂ්‍යයක) සිට ඒකක ස්කන්ධයක් ගෙන ඒමේ දී ගුරුත්වාකර්ෂණ ක්ෂේත්‍රයට විරුද්ධව එමගින් කළ යුතු කාර්යය එම ලක්ෂ්‍යයේ ගුරුත්වාකර්ෂණ විභවය ලෙස හැඳින් වේ.

ගුරුත්වාකර්ෂණ විභවය අදිශ රාශියකි.

ගුරුත්වාකර්ෂණ ක්ෂේත්‍රය තුළ පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් වෙතට අනන්තයේ සිට ඒකක ස්කන්ධයක් ගෙන ඒමේ දී ක්ෂේත්‍රය මගින් ම කාර්යය කරනු ලබන නිසා ක්ෂේත්‍රයට විරුද්ධව කළ යුතු කාර්යය වන්නේ $(-)$ කාර්යකි.
∴ ගුරුත්වජ ක්ෂේත්‍රය තුළ පිහිටි ලක්ෂ්‍යයට ඇත්තේ $(-)$ විභවයකි.

ගුරුත්වාකර්ෂණ ක්ෂේත්‍රයක් තුළ පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් කරා m ස්කන්ධයක් ගෙන ඒමේ දී ක්ෂේත්‍රයට එරෙහිව කළ යුතු කාර්යය W නම්

ඒකක ස්කන්ධයක් ගෙන ඒමේ දී කළ යුතු කාර්යය = $\frac{W}{m}$

එම ලක්ෂ්‍යයේ විභවය $V = -\frac{w}{m}$

$$\boldsymbol{W = -mV}$$

ගුරුත්වාකර්ෂණ ක්ෂේත්‍රයක් තුළ පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් කරා ∞ සිට m ස්කන්ධයක් ගෙන ඒමේ දී ක්ෂේත්‍රයට එරෙහිව කරනු ලබන කාර්යය ගෙන ආ ස්කන්ධයෙහි ගබඩා වන විභව ශක්තියට සමාන වේ.
∴ m හි ගබඩා වන විභව ශක්තිය $\mathbf{E} = \boldsymbol{mV}$

ගැටලු

I ගුරුත්වාකර්ශණ ක්ෂේත්‍රයක් තුළ කිසියම් ලක්ෂ්‍යයක විභවය $-0.2\, Jkg^{-1}$ වේ. අනන්තයේ සිට එම ස්ථානය කරා $200g$ ස්කන්ධයක් ගෙන ඒමේ දී ක්ෂේත්‍රයට එරෙහිව කරනු ලබන කාර්යය සොයන්න.

$w = -mV$

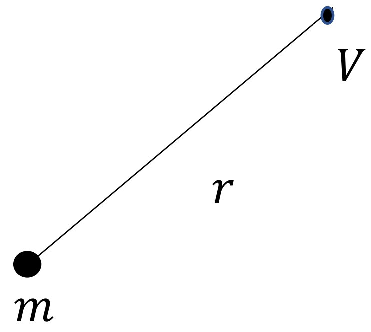
$w = -200 \times 10^{-3} \times (0.2)$

$w = -4 \times 10^{-2} J$

ලක්ෂ්‍යාකාර ස්කන්ධයක සිට පිටතින් වූ ලක්ෂ්‍යයක ගුරුත්වජ විභවය

ලක්ෂ්‍යාකාර m ස්කන්ධයක සිට r දුරින් වූ ලක්ෂ්‍යයක ගුරුත්වජ විභවය V නම්

$$\boldsymbol{V = -\frac{Gm}{r}}$$



ගැටලු

1. ලක්ෂ්‍යාකාර $0.1\ kg$ ස්කන්ධයක සිට
 (i) 0 (ii) $10m$ (iii) $20m$ (iv) ∞
දුරින් වූ ලක්ෂ්‍යයන්වල ගුරුත්ව විභවය සොයන්න.

$V = -\frac{Gm}{r}$ අනුව

I. $V = -6.67 \times 10^{-11} \frac{0.1}{0}$
 $V = -\infty$

II $V = -6.67 \times 10^{-11} \frac{0.1}{10}$
 $V = -6.67 \times 10^{-13}\ Jkg^{-1}$

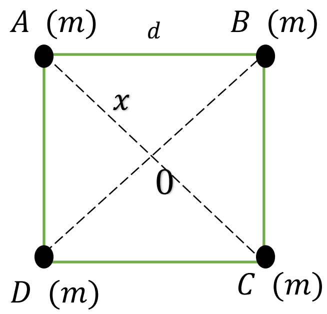
III $V = -6.67 \times 10^{-11} \frac{0.1}{20}$
 $V = -3.34 \times 10^{-13} Jkg^{-1}$

III $V = -6.67 \times 10^{-11} \times \frac{0.1}{\infty}$
 $V = -0$

2. $ABCD$ සමචතුරස්‍රයක පාදයක දිග d වේ. එහි එක් එක් ශීර්ෂයෙහි m ස්කන්ධය බැගින් තබා ඇති විට සමචතුරස්‍රයේ කේන්ද්‍රයේ ගුරුත්වාකර්ෂණ විභවය සොයන්න. (සාර්වත්‍ර ගුරුත්වාකර්ෂණ නියතය G ලෙස ගනිමු.) එහි කේන්ද්‍රයෙහි තබන ලද $2\ m$ ස්කන්ධයක් ලක් වන ගුරුත්වාකර්ෂණ විභව ශක්තිය සොයන්න.

$d^2 = x^2 + x^2$

$x = \frac{d}{\sqrt{2}}$



$V = -\frac{Gm}{r}$ අනුව

$V_A = V_B = V_C = V_D = -\frac{Gm}{d/\sqrt{2}}$

කේන්ද්‍රයේ ගුරුත්වාකර්ෂණ විභවය

$V = -4\sqrt{2}\frac{Gm}{d}$

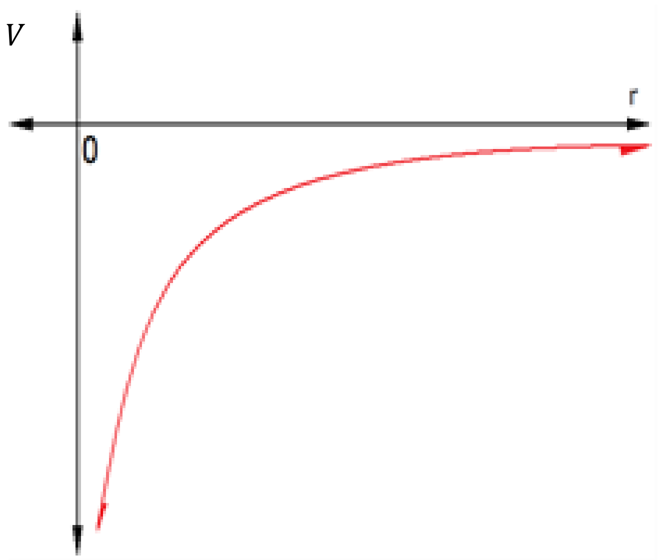
$2m$ ස්කන්ධයක් ලක් වන ගුරුත්වාකර්ෂණ විභව ශක්තිය

$E = Vm$ නිසා

$E = 4\sqrt{2}\dfrac{Gm}{d} \times 2m$

$E = 8\sqrt{2}Gm^2$

<u>ලක්ෂ්‍යාකාර ස්කන්ධයක දුර අනුව ගුරුත්වාකර්ෂණ විභවය විචලනය</u>

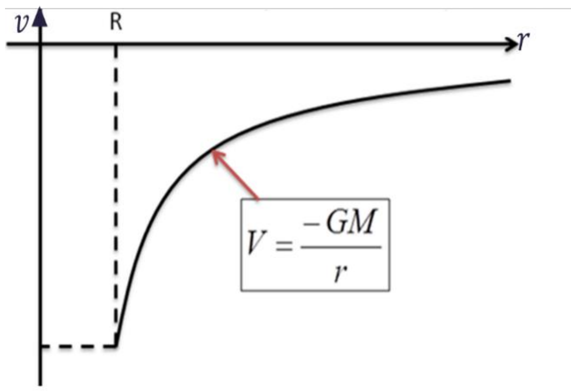


<u>ගෝලාකාර ස්කන්ධයක සිට පිටතින් වූ ලක්ෂ්‍යයක ගුරුත්ව විභවය</u>

ස්කන්ධය M හා අරය R ගෝලාකාර ස්කන්ධයක සිට පිටතින් එහි කේන්ද්‍රයේ සිට $r(> R)$ දුරින් වූ ලක්ෂ්‍යයක ගුරුත්ව විභවය

$$\boldsymbol{V = -\frac{GM}{r}}$$

<u>ගෝලාකාර ස්කන්ධයක දුර අනුව විචලනය</u>



<u>ගුරුත්වාකර්ෂණ විභවය</u>

ගැටලු

$10kg$ ස්කන්ධයක් ඇති ගෝලාකාර වස්තුවක අරය $5m$ වේ. ගෝලාකාර වස්තුවේ පෘෂ්ඨය මත හා කේන්ද්‍රයේ සිට $10m$ ඇතින් පවතින ලක්ෂ්‍යයක ගුරුත්වාකර්ෂණ විභවය ගණනය කරන්න.

ගෝලාකාර වස්තුවේ පෘෂ්ඨය මත

$$v = -6.67 \times 10^{-11} \frac{10}{(5)^2}$$

$$v = -2.67 \times 10^{-10} Jkg^{-1}$$

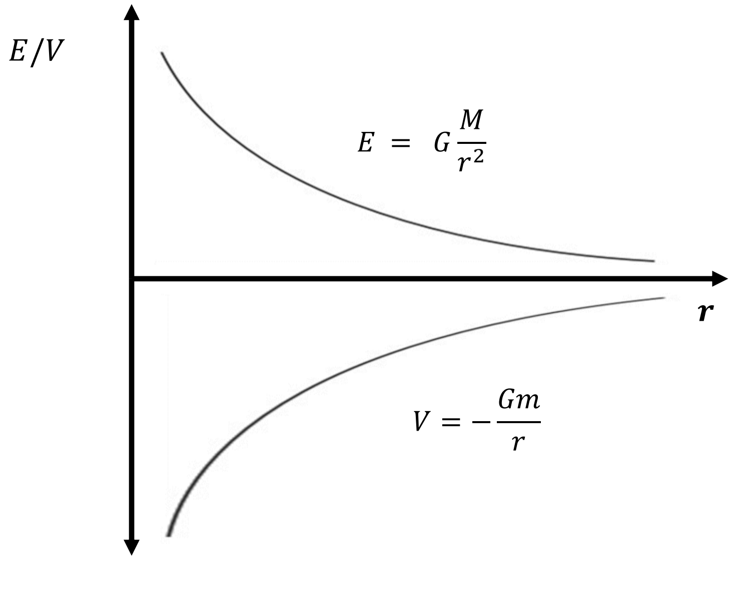
ගෝලාකාර වස්තුවේ කේන්ද්‍රයේ සිට $10m$ ඇතින් පවතින ලක්ෂ්‍යයක දී

$$v = -6.67 \times 10^{-11} \frac{10}{(10)^2}$$

$$v = -6.67 \times 10^{-10} Jkg^{-1}$$

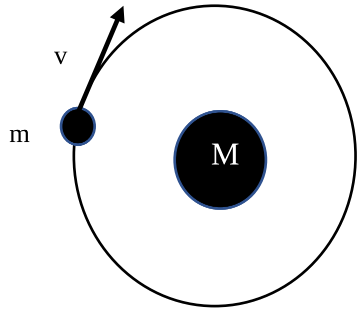
<u>ගුරුත්වාකර්ෂණ ක්ෂේත්‍ර තීව්‍රතාවය හා විභවය අපරිමිත දුරක දී විචලනය</u>

ගුරුත්වාකර්ෂණ ක්ෂේත්‍ර තීව්‍රතාවය	ගුරුත්වාකර්ෂණ විභවය
$E = G\frac{M}{r^2}$	$V = -\frac{Gm}{r}$
$r \to \infty$ විට $E \to 0$	$r \to \infty$ විට $V \to 0$



ගුරුත්වාකර්ශණ ක්ෂේත්‍රයක තබා ඇති ස්කන්ධයක විභව ශක්තිය

ස්කන්ධය M වූ ගෝලීය වස්තුවක් වටා ගුරුත්වාකර්ශණ ක්ෂේත්‍රයක් තුළ අරය r වූ වෘත්තාකාර පථයක නියත v වේගයකින් ගමන් කරන m ස්කන්ධයක් සලකමු.



m ස්කන්ධය ගමන් කරන පථය මත වූ

ලක්ෂ්‍යයක ගුරුත්වාකර්ෂණ විභවය $V = -\frac{GM}{r}$

m ස්කන්ධයේ ගබඩා වී ඇති ගුරුත්වාකර්ෂණ විභව ශක්තිය $E_P = mV$

$$\boldsymbol{E_P = -\frac{GMm}{r}}$$

චාලක ශක්තිය

m ස්කන්ධයක් නියත v වේගයකින් M ගෝලීය ස්කන්ධයක් වටා අරය r වූ වෘත්තාකාර පථයක ගමන් කරන නිසා චාලක ශක්තියක්ද අඩංගු වේ.

එම චාලක ශක්තිය $E_K = \frac{1}{2} mv^2$

m ස්කන්ධය මත M මගින් ඇති කරන ගුරුත්වාකර්ෂණ බලය $F = \frac{GMm}{r^2}$

m ස්කන්ධය මත M මගින් ඇති කරන කේන්ද්‍රාභිසාරී ත්වරණය $a = \frac{v^2}{r}$

නිව්ටන්ගේ දෙවන නියමයෙන්

$$F = ma$$

$$\frac{GMm}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\frac{GMm}{r}$$

$$\boldsymbol{E_K = \frac{1}{2}\frac{GMm}{r}}$$

m ස්කන්ධයෙහි ගබඩා වන **මුළු ශක්තිය($\boldsymbol{E}$)**

$$E = E_k + E_p$$

$$E = \frac{1}{2} mv^2 + \left[-\frac{GMm}{r}\right]$$

$$E = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{GMm}{r}$$

$$E = \frac{1}{2}\frac{GMm}{r} - \frac{GMm}{r}$$

$$\boldsymbol{E = -\frac{GMm}{2r}}$$

5.2 <u>පෘථිවි ගුරුත්වාකර්ෂණ ක්ෂේත්‍රය</u>

පෘථිවියෙහි ගුරුත්වාකර්ෂණ බලපෑම පැතිරී පවතින ප්‍රදේශය පෘථිවි ගුරුත්වාකර්ෂණ ක්ෂේත්‍රය ලෙස හැඳින් වේ.

<u>පෘථිවි ගුරුත්වාකර්ෂණ ක්ෂේත්‍ර තීව්‍රතාවය</u>

පෘථිවි ගුරුත්වාකර්ෂණ ක්ෂේත්‍රය තුළ පිහිටි කිසියම් ලක්ෂ්‍යයක් මත තබන m ස්කන්ධයක් මත ක්‍රියා කරන පෘථිවි ගුරුත්වාකර්ෂණ බලය F නම් එම ලක්ෂ්‍යයේ පෘථිවි ගුරුත්වාකර්ෂණ ක්ෂේත්‍ර තීව්‍රතාවය

$$E = \frac{F}{m} \quad \rightarrow \quad F = mE$$

පෘථිවි ගුරුත්වජ ත්වරණය g නම් m ස්කන්ධය මත පොළොව මගින් ඇති කරන ගුරුත්වාකර්ෂණ බලය (ස්කන්ධයේ බර)

$$F = mg$$

ඉහත සමීකරණ අනුව $E = g$ නිසා පෘථිවි ගුරුත්වාකර්ෂණ ක්ෂේත්‍රය තුළ පිහිටි කිසියම් ලක්ෂ්‍යයක ගුරුත්වාකර්ෂණ ක්ෂේත්‍ර තීව්‍රතාවය එම ලක්ෂ්‍යයේ ගුරුත්වජ ත්වරණයට සමාන වේ.

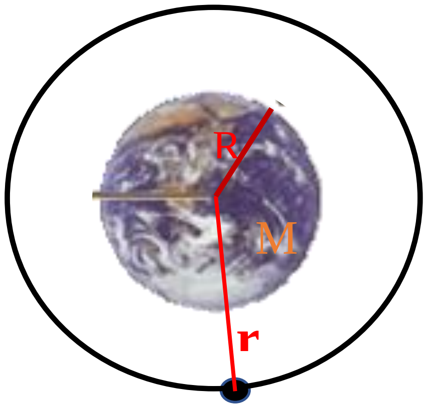
<u>පෘථිවි පෘෂ්ඨය මත හා පිටතින් වූ ලක්ෂ්‍යයක ගුරුත්වාකර්ෂණ ක්ෂේත්‍ර තීව්‍රතාවය</u>

පෘථිවිය මත ලක්ෂ්‍යයක ගුරුත්වාකර්ෂණ ක්ෂේත්‍ර තීව්‍රතාවය $\boldsymbol{g}$නම්

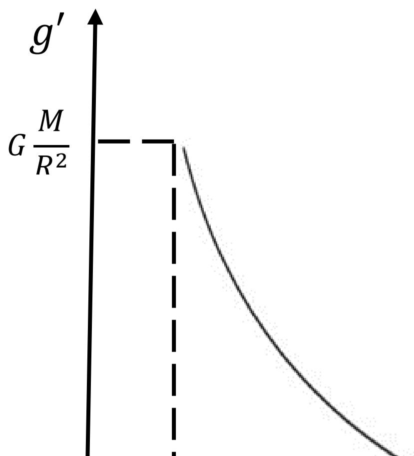
$$\boldsymbol{g = G\frac{M}{R^2}}$$

පෘථිවියට පිටතින් වූ $r\ (> R)$ ලක්ෂ්‍යයක ගුරුත්වාකර්ෂණක්ෂේත්‍ර තීව්‍රතාවය $\boldsymbol{g'}$ නම්

$$\boldsymbol{g' = G\frac{M}{r^2}}$$



<u>r එදිරියේ g'ප්‍රස්තාරය</u>



ගැටලු

I. ස්කන්ධය හා අරය පිළිවෙලින් $5.98\ \times 10^{24} kg$ හා $6.38\ \times 10^{6}\ m$ වන පෘථිවියෙහි ගුරුත්වාකර්ෂණ ක්ෂේත්‍ර තීව්‍රතාවය (ගුරුත්වජ ත්වරණය) ගණනය කරන්න.
(සාර්වත්‍ර ගුරුත්වාකර්ෂණ නියතය $6.67\ \times 10^{-11}\ Nm^{2}kg^{-2}$)

$g\ =\ G\frac{M}{r^2}$ අනුව

$$g\ =\ 6.67\ \times 10^{-11} \times \frac{5.98\ \times 10^{24}}{(6.38\ \times 10^{6})^{2}}$$

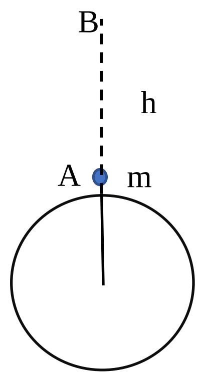
$$g\ =\ 9.8\ ms^{-2}$$

II පෘථිවියේ අරය සහ ගුරුත්වජ ත්වරණය පිළිවෙලින් $6400\ km$ හා $9.8\ ms^{-2}$ වේ නම් පෘථිවියෙහි ස්කන්ධය ගණනය කරන්න. $(6 \times 10^{24}\ Kg)$

III චන්ද්‍රයාගේ ඝනත්වය පෘථිවියේ ඝනත්වය මෙන් $\frac{2}{3}$ ක් ද චන්ද්‍රයාගේ අරය පෘථිවියේ අරය මෙන් $\frac{1}{4}$ක්ද වේ. අජටාකාශගාමියෙකුට පෘථිවිය මතුපිට පැනිය හැකි උපරිම උස $1m$ වන අතර චන්ද්‍රයා මතුපිට පැනිය හැකි උපරිම උස සොයන්න. $(6m)$

<u>විභව ශක්තිය සඳහා mgh ප්‍රකාශනය ව්‍යුත්පන්න කිරීම</u>

පෘථිවි පෘෂ්ඨය ආසන්නයේ වූ A ලක්ෂ්‍යයක සිට එයට h උසකින් වූ B ලක්ෂ්‍යයක් දක්වා m ස්කන්ධයක් සහිත වස්තුවක් රැගෙන යන අවස්ථාවක් සලකමු. පෘථිවියේ ස්කන්ධය M හා පෘථිවියේ අරය R වේ



A ලක්ෂ්‍යයේ දී m ස්කන්ධය සතු ගුරුත්වාකර්ශන විභව ශක්තිය $= -G\frac{Mm}{R}$

B ලක්ෂ්‍යයේ දී m ස්කන්ධය සතු ගුරුත්වාකර්ශන විභව ශක්තිය $= -G\frac{Mm}{(R+h)}$

A සිට B දක්වා රැගෙන යාමේ m ස්කන්ධයට ලැබුණු අමතර විභව ශක්තිය E නම්

$$E = -G\frac{Mm}{R+h} - -G\frac{Mm}{R}$$

$$E = G\frac{Mmh}{R(R+h)}$$

h<< R වන විට දී (R+h)R ≈ R^2 ලෙස සැලකිය හැකි නිසා

$\longrightarrow$ 1

$$E = G\frac{Mmh}{R^2}$$

පෘථිවි පෘෂ්ඨය ආසන්නයේ දී ගුරුත්වජ ත්වරණය g නම්

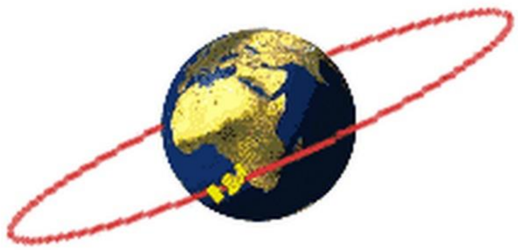
$$g = G\frac{M}{R^2} \longrightarrow (2)$$

ඉහත සමීකරණ සැලකූ විට $E = mgh$

∴විභව ශුන්‍ය මට්ටමකට සාපේක්ෂව h උසකින් වස්තුවක් සතු විභව ශක්තිය $\boldsymbol{E = mgh}$

චන්ද්‍රිකාවක චලිතය

විභව ශක්තිය



ස්කන්ධය M වූ පෘථිවිය වටා

අරය r වූ වෘත්තාකාර පථයක නියත v වේගයකින් ගමන් කරන චන්ද්‍රිකාවක ස්කන්ධය m ලෙස සලකමු.

m ස්කන්ධය ගමන් කරන පථය මත වූ ලක්ෂ්‍යයක

ගුරුත්වාකර්ෂණ විභවය $V = -\frac{GM}{r}$

m ස්කන්ධයේ ගබඩා වී ඇති
ගුරුත්වාකර්ෂණ විභව ශක්තිය $\boldsymbol{E_P = -\frac{GMm}{r}}$

කේන්ද්‍රාභිසාරී බලය ගුරුත්වාකර්ෂණ බලයෙන් ලැබෙන බව පෙන්වීම

ස්කන්ධය මත M මගින් ඇති කරන ගුරුත්වාකර්ෂණ බලය $F = \frac{GMm}{r^2}$

m ස්කන්ධය මත M මගින් ඇති කරන කේන්ද්‍රාභිසාරී ත්වරණය $a = \frac{v^2}{r}$

නිව්ටන්ගේ දෙවන නියමයෙන්

$$F = ma$$

$$\frac{GMm}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$$

චන්ද්‍රිකාවේ ප්‍රවේගය

$$v^2 = \frac{GM}{r} \rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

චන්ද්‍රිකාවේ කෝණික ප්‍රවේගය

$$v = r\omega \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}$$

චන්ද්‍රිකාවේ ආවර්ත කාලය

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \rightarrow \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

චන්ද්‍රිකාවේ සංඛ්‍යාතය

$$f = \frac{1}{T} \quad \rightarrow f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{GM}{r^3}}$$

ගැටලු

1. ස්කන්ධය $6 \times 10^{24} kg$ හා ගුරුත්වාකර්ෂණ නියතය $6.67 \times 10^{-11} Nm^2 kg^{-2}$ වන පෘථිවිය වටා $1 \times 10^7\ m$ වන කක්ෂයක චන්ද්‍රිකාවක් ගමන් කරයි.

   I. චන්ද්‍රිකාවේ චලිත වේගයත්
   II. චන්ද්‍රිකාවේ ආවර්ත කාලයත්
   III. චන්ද්‍රිකාවේ සංඛ්‍යාතයත් ගණනය කරන්න

2. පෘථිවි පෘෂ්ඨය මත ගුරුත්වජ ත්වරණය g ද එහි අරය R හා එහි අක්ෂය වටා කෝණික ප්‍රවේගය ω නම් භූ ස්ථාවර චන්ද්‍රිකාවක කක්ෂයේ අරය $(\frac{gR^2}{\omega^2})^{\frac{1}{3}}$ බව පෙන්වන්න.

භූ ස්ථාවර චන්ද්‍රිකා

- පෘථිවිය වටා සමකයට ඉහළින් කක්ෂයක ගමන් කරන භූ ස්ථාවර චන්ද්‍රිකාවක් පෘථිවියට සාපේක්ෂව චලිතයක් නොදක්වයි.
- එමනිසා භූ ස්ථාවර චන්ද්‍රිකාවක ආවර්ත කාලය පෘථිවිය සිය අක්ෂය වටා භ්‍රමණ ආවර්ත කාලය වන පැය 23 මිනිත්තු 56 කට සමාන වේ.
- එමෙන් ම පෘථිවිය භ්‍රමණය වන දිශාවට ම භූ ස්ථාවර චන්ද්‍රිකා ගමන් කරයි.

වියෝග ප්‍රවේගය

පෘථිවි ගුරුත්වාකර්ෂණ ක්ෂේත්‍රය අභිබවා යාම සඳහා පෘථිවි පෘෂ්ඨය මත දී කිසියම් ස්කන්ධයක් ප්‍රක්ෂේපණය කළ යුතු ප්‍රවේගයේ අවම අගයයි.

ස්කන්ධය M හා අරය R වන පෘථිවි පෘෂ්ඨය මත දී m ස්කන්ධයක් ඇති වස්තුවක් ප්‍රක්ෂේපනය කළ යුතු වියෝග ප්‍රවේගය v_e නම්

පෘථිවි පෘෂ්ඨය මත දී m ස්කන්ධයේ මුලු ශක්තිය

$$E_1 = \frac{1}{2} m{v_e}^2 - \frac{GMm}{R}$$

පෘථිවි ගුරුත්වාකර්ෂණ ක්ෂේත්‍රය අභිබවා යන අවස්ථාවේ දී එනම් අනන්තයේ දී v_e ශුන්‍ය විය යුතු ය.

එවිට මුලු ශක්තිය

$$E_2 = \frac{1}{2} m0^2 - \frac{GMm}{\infty}$$

$$E_2 = 0$$

ශක්ති සංස්ථිති නියමයට අනුව

$E_1 = E_2$ නිසා

$\frac{1}{2}\, m{v_e}^2 - \frac{GMm}{R} = \quad 0$

$${v_e}^2 \quad = \frac{2GM}{R}$$

$$v_e \;=\; \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

පෘථිවි පෘෂ්ඨය මත ගුරුත්වජ ත්වරණය

$$g = G\,\frac{M}{R^2}$$

$$\therefore\; v_e \;=\; \sqrt{2gR}$$

ගැටලු

1. $g = 9.8\, ms^{-2}$ සහ $R = 6400\; km$ විට වියෝග ප්‍රවේගය සොයන්න.

$v_e \;=\; \sqrt{2gR}$ නිසා

$v_e \;=\; \sqrt{2 \times 9.8 \times 6400 \times 10^3}$

$v_e \;=\; \quad 11200\, ms^{-1}$

2. ස්කන්ධය $1000Kg$ වන චන්ද්‍රිකාවක් කක්ෂගතව ඇත්තේ දිනකට දස වතාවක් පෘථිවිය වටා වෘත්තාකාර කක්ෂයක ගමන් කරන පරිදි ය. පෘථිවියේ අරය $6.4 \times 10^6\; m$ වේ.

I චන්ද්‍රිකාවේ කක්ෂයට පෘථිවි පෘෂ්ඨයේ සිට ඇති උස සොයන්න.

II එම කක්ෂයේ පවතින විට චන්ද්‍රිකාවේ සම්පූර්ණ ශක්තිය ගණනය කරන්න.

I චන්ද්‍රිකාවේ චලිතයට

$$\frac{GMm}{r^2} \quad = \quad m\frac{v^2}{r}$$

$$v^2 \quad = \quad \frac{GM}{r}$$

$$\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 \quad = \quad \frac{GM}{r} \quad ; g = G\,\frac{M}{R^2}$$

$$r^3 \quad = \quad \frac{gR^2T^2}{4\pi^2} \quad ; T = \frac{24\times60\times60}{10} = 8640s$$

$$r^3 \quad = \quad \frac{gR^2T^2}{4\pi^2} \;= \frac{10\times(6.4\times10^6)^2\times8640^2\times7^2}{4\times22^2}$$

$$r \quad = \quad 9.2\; \times 10^6 m$$

පෘථිවි පෘෂ්ඨයේ සිට ඇති උස $= (9.2 - 6.4) \times 10^6$

$= 2.8 \times 10^6 m$

$II \quad E \;=\; \frac{1}{2}\, mv^2 - \frac{GMm}{r}$

$$E = \frac{GMm}{2r} - \frac{GMm}{r}$$

$$E = -\frac{GMm}{2r}$$

$$E = -\frac{gR^2m}{2r} = -\frac{10 \times (6.4 \times 10^6)^2 \times 1000}{2 \times 9.2 \times 10^6}$$

$$E = -2.0 \times 10^6 J$$